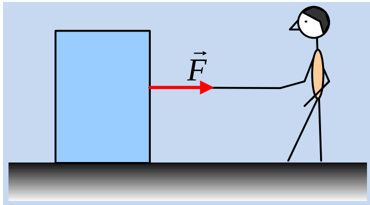
Μια «ζωντανή» κίνηση.



Ένα κιβώτιο μάζας 40kg ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή, ένα παιδί ασκεί πάνω του, μέσω νήματος, μια οριζόντια δύναμη, το μέτρο της οποίας ξεκινώντας από μηδενική τιμή, αυξάνει κατά 20Ν σε κάθε δευτερόλεπτο. Το κιβώτιο αρχίζει να κινείται τη χρονική στιγμή t_1=10s, οπότε αμέσως το παιδί σταθεροποιεί το μέτρο της δύναμης, στην τιμή που είχε, μόλις ξεκίνησε το σώμα.

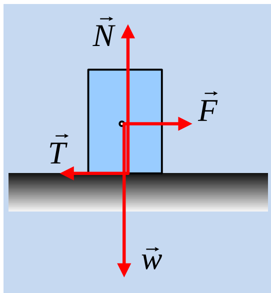
i) Πόσο είναι η μέγιστη στατική τριβή (η οριακή τριβή) που ασκήθηκε στο κιβώτιο;

ii) Να βρεθεί η ταχύτητα του κιβωτίου τη χρονική στιγμή t_2= 20s, αν στο μεταξύ έχει μετατοπισθεί κατά 50m;

iii) Να βρεθεί ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του κιβωτίου και του επιπέδου.

iv) Τη στιγμή t_2, το νήμα κόβεται. Για πόσο χρονικό διάστημα θα κινηθεί κατόπιν το κιβώτιο, μέχρι να σταματήσει και σε πόση απόσταση από την αρχική του θέση, θα συμβεί αυτό;

Απάντηση:



i) Αφού το μέτρο της δύναμης που ασκεί το παιδί στο κιβώτιο, αυξάνεται κατά 20N/s, τότε τη στιγμή που ξεκινά, το μέτρο της δύναμης έχει αποκτήσει τιμή F=20·10N=200N. Αλλά αφού αυτή τη στιγμή το κιβώτιο αρχίζει να κινείται, σημαίνει ότι η μέγιστη τιμή της στατικής τριβής που δέχεται από το επίπεδο είναι:

$$T_{op}=200N.$$

ii) Μόλις το κιβώτιο αρχίσει να ολισθαίνει, το μέτρο της τριβής μειώνεται, αφού η τριβή ολίσθησης είναι μικρότερη από την οριακή τριβή. Συνεπώς το κιβώτιο θα αποκτήσει επιτάχυνση με φορά προς τα δεξιά, εκτελώντας ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, για την οποία ισχύουν:

$$\upsilon=\alpha\cdot\Delta t \ \ (1) \ \text{ και } \Delta x= ½\, \alpha\cdot(\Delta t)^2 \ \ (2)$$

Όπου Δt το χρονικό διάστημα κίνησης.

Από την εξίσωση (2) παίρνουμε:

$$a=\frac{2\cdot\Delta x}{(\Delta t)^2}=\frac{2\cdot\Delta x}{(t_2-t_1)^2}=\frac{2\cdot 50}{(20-10)^2}m/s^2=\frac{100}{100}m/s^2=1m/s^2$$

Οπότε η ταχύτητά του είναι ίση με:

$$\upsilon_1=\alpha\cdot\Delta t \ = 1\cdot(20\text{-}10)m/s=10m/s.$$

iii) Στο χρονικό διάστημα από t_1 έως t_2 ο 2[ος] νόμος του Νεύτωνα δίνει:

$$F\text{-}T=m\cdot\alpha \rightarrow T=F\text{-}m\cdot\alpha=200N\text{-}40\cdot 1N=160N$$

Όμως στην κατακόρυφη διεύθυνση το κιβώτιο ισορροπεί, συνεπώς:

$$\Sigma F_y=0 \text{ ή } N=mg=40\cdot 10N=400N, \text{ οπότε:}$$

$$T=\mu\cdot N \rightarrow \mu=\frac{T_{ο\lambda}}{N}=\frac{160N}{400N}=0{,}4$$

iv) Τη στιγμή t_2 το νήμα κόβεται και σταματά να ασκείται στο σώμα η δύναμη F, οπότε το κιβώτιο επιβραδύνεται εξαιτίας της ασκούμενης τριβής και μετά από λίγο σταματά. Ο $2^{ος}$ νόμος του Νεύτωνα μας δίνει:

$$\Sigma F_x=m\cdot\alpha_1 \rightarrow -T=m\cdot\alpha_1 \rightarrow a_1=\frac{-T}{m}=\frac{-160N}{40kg}=-4m/s^2$$

Για την κίνηση αυτή έχουμε:

$$\upsilon=\upsilon_1+\alpha_1\cdot\Delta t \quad (3) \quad \text{και} \quad \Delta x=\upsilon_1\cdot\Delta t+½\,\alpha_1\cdot(\Delta t)^2 \quad (4)$$

Όπου υ_1 η ταχύτητα τη στιγμή που κόβεται το νήμα και Δt το χρονικό διάστημα επιβράδυνσης.

Τη στιγμή που σταματά, υ=0 και η (3) δίνει:

$$0=10+(-4)\cdot\Delta t \rightarrow 4\Delta t=10 \rightarrow \Delta t=2{,}5s$$

Και με αντικατάσταση στην (4) βρίσκουμε ότι η μετατόπισή του στη διάρκεια της επιβράδυνσης θα είναι:

$$\Delta x_1=\upsilon_1\cdot\Delta t+½\,\alpha_1\cdot(\Delta t)^2 = 10\cdot 2{,}5m+½\,(-4)\cdot 2{,}5^2m=12{,}5m$$

Αλλά τότε η συνολική απόσταση που θα έχει διανύσει το κιβώτιο είναι:

$$d=\Delta x+\Delta x_1=50m+12{,}5m=62{,}5m.$$

dmargaris@sch.gr