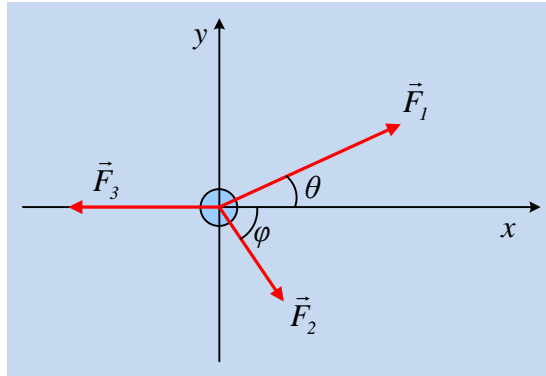


Ανάλυση και σύνθεση δυνάμεων.

Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή ασκούνται πάνω του οι οριζόντιες δυνάμεις που εμφανίζονται στο σχήμα. (Το σχήμα είναι κάτοψη, πράγμα που σημαίνει ότι εμείς το βλέπουμε από πάνω). Δίνονται $F_1=8\sqrt{3}$ N, $F_2=14$ N, $F_3=6$ N, $\theta=30^\circ$ και $\varphi=60^\circ$.

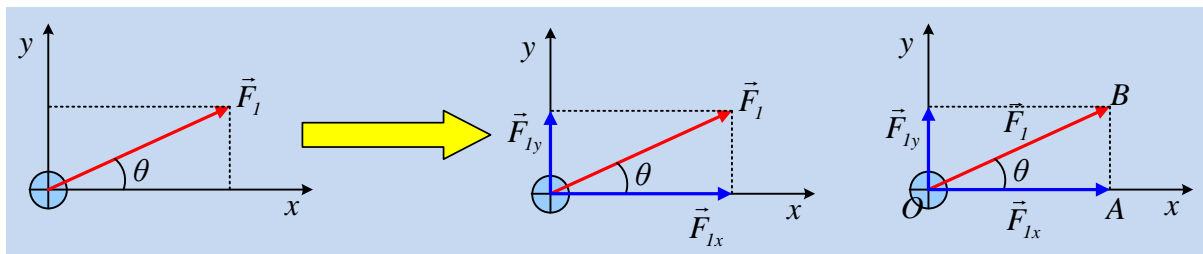


- i) Να αναλυθούν οι δυνάμεις στους άξονες x και y και να υπολογίσετε τα μέτρα των συνιστωσών των τριών δυνάμεων.
- ii) Να βρεθεί η συνισταμένη των συνιστωσών στον άξονα x και στον άξονα y.
- iii) Να βρεθεί η συνισταμένη όλων των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα.
- iv) Σε ποια κατεύθυνση θα κινηθεί το σώμα και πόσο θα είναι το μέτρο της επιτάχυνσης που θα αποκτήσει;

$$\text{Δίνονται } \eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}, \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ και } \eta\mu 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \sigma\upsilon\nu 60^\circ = \frac{1}{2}$$

Απάντηση:

- i) Αναλύουμε τη δύναμη F_1 σε δυο συνιστώσες πάνω στους άξονες. Πώς το κάνουμε αυτό;
Από το τέλος του διανύσματος F_1 φέρνουμε δυο παράλληλες στους άξονες x και y, όπως στο αριστερό σχήμα:



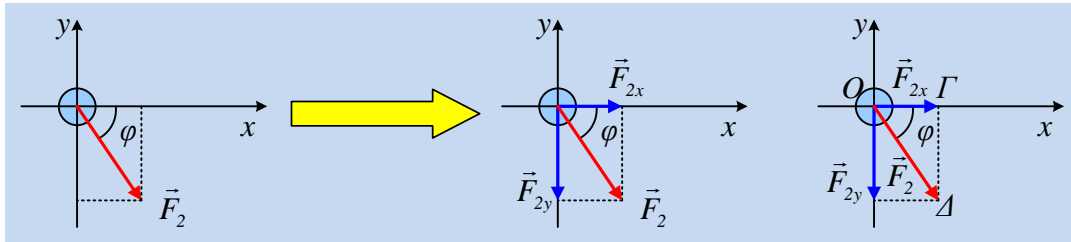
Οπότε η δύναμη F_1 αναλύεται στις συνιστώσες F_{1x} και F_{1y} (που έχουν μπλε χρώμα) του μεσαίου σχήματος.

Παίρνοντας τώρα το ημθ και το συνθ στο ορθογώνιο τρίγωνο ABO θα έχουμε:

$$\eta\mu\theta = \frac{(AB)}{(OB)} \rightarrow \eta\mu\theta = \frac{F_{1y}}{F_1} \rightarrow F_{1y} = F_1 \cdot \eta\mu\theta = 8\sqrt{3}N \cdot \frac{1}{2} = 4\sqrt{3}N$$

$$\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{(AO)}{(OB)} \rightarrow \sigma\upsilon\nu\theta = \frac{F_{1x}}{F_1} \rightarrow F_{1x} = F_1 \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = 8\sqrt{3}N \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 12N$$

Την ίδια ακριβώς δουλειά κάνουμε για να αναλύσουμε και την δύναμη F_2 , οπότε τα αντίστοιχα σχήματα θα είναι:



Οπότε η δύναμη F_2 αναλύεται στις συνιστώσες F_{2x} και F_{2y} (που έχουν μπλε χρώμα) του μεσαίου σχήματος.

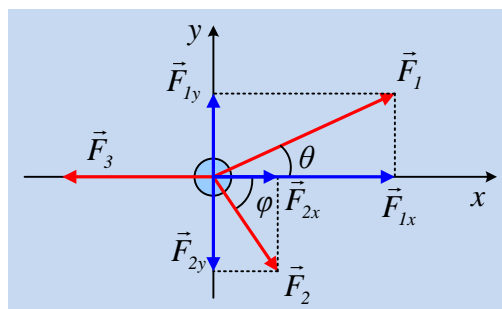
Παίρνοντας τώρα το $\eta\mu\phi$ και το $\sigma\upsilon\nu\phi$ στο ορθογώνιο τρίγωνο $\Gamma\Delta O$ θα έχουμε:

$$\eta\mu\phi = \frac{(\Gamma\Delta)}{(O\Delta)} \rightarrow \eta\mu\phi = \frac{F_{2y}}{F_2} \rightarrow F_{2y} = F_2 \cdot \eta\mu\phi = 14N \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 7\sqrt{3}N$$

$$\sigma\upsilon\nu\phi = \frac{(\Gamma O)}{(O\Delta)} \rightarrow \sigma\upsilon\nu\phi = \frac{F_{2x}}{F_2} \rightarrow F_{2x} = F_2 \cdot \sigma\upsilon\nu\phi = 14N \cdot \frac{1}{2} = 7N$$

Και τώρα κάνουμε το ίδιο και για την δύναμη F_3 . Αλλά η F_3 είναι πάνω στον άξονα x , συνεπώς δεν χρειάζεται καμιά ανάλυση, αφού δεν έχει συνιστώσα στην διεύθυνση y !!!

Συνεπώς η συνολική εικόνα είναι όπως στο παρακάτω σχήμα:

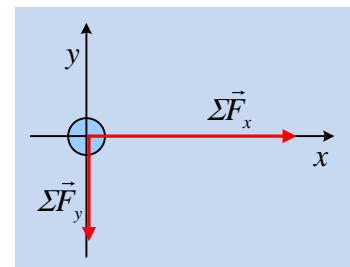


ii) Για τη συνισταμένη των δυνάμεων κατά τον άξονα x παίρνουμε:

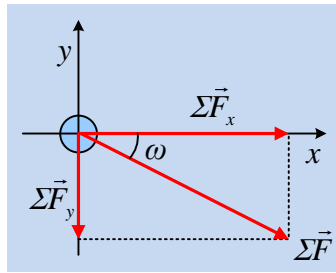
$$\Sigma F_x = F_{1x} + F_{2x} - F_3 = 12N + 7N - 6N = 13N$$

$$\text{Και } \Sigma F_y = F_{1y} - F_{2y} = 4\sqrt{3}N - 7\sqrt{3}N = -3\sqrt{3}N$$

Πράγμα που σημαίνει ότι αυτές οι δυο συνιστώσες είναι όπως στο διπλανό σχήμα.



iii) Για να βρούμε τώρα τη συνισταμένη όλων των δυνάμεων, αρκεί να βρούμε τη συνισταμένη των δύο παραπάνω «συνισταμένων» στους άξονες x και y, ΣF_x και ΣF_y . Η συνισταμένη αυτή θα προκύψει με τη μέθοδο του παραλληλογράμμου, όπως στο παρακάτω σχήμα:



Όπου με χρήση το πυθαγορείου θεωρήματος θα πάρουμε:

$$\Sigma F = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2} = \sqrt{13^2 + (3\sqrt{3})^2} N = \sqrt{169 + 27} N = 14 N$$

Ενώ για την κατεύθυνσή της θα υπολογίσουμε τη γωνία ω του σχήματος, βρίσκοντας έναν τριγωνομετρικό αριθμό, όπως την εφω:

$$\varepsilon\phi\omega = \frac{\text{απέναντι κάθετο}}{\text{προσκάμενη κάθετο}} = \frac{|\Sigma F_y|}{|\Sigma F_x|} = \frac{3\sqrt{3}}{13}$$

Με την χρήση μιας υπολογιστικής μηχανής, βρίσκουμε τώρα ότι η γωνία ω , η οποία έχει εφαπτομένη ίση με $\frac{3\sqrt{3}}{13}$, είναι μια γωνία περίπου 22° .

Αν δεν έχουμε, τότε θα πούμε απλώς ότι η κατεύθυνση της συνισταμένης είναι τέτοια ώστε να σχηματίζει με τον άξονα x, γωνία με $\varepsilon\phi\omega = \frac{3\sqrt{3}}{13}$, προς την πλευρά της δύναμης F_2 .

iv) Από τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα έχουμε ότι:

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Πράγμα που σημαίνει ότι το σώμα θα αποκτήσει επιτάχυνση της ίδιας κατεύθυνσης με τη συνισταμένη, θα κινηθεί δηλαδή σχηματίζοντας γωνία ω , με τον άξονα x, ενώ το μέτρο της θα είναι ίσο με:

$$\alpha = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{14 N}{4 kg} = 3,5 m / s^2.$$

