

## Заняття № 2. Логічні міркування. Формули.

2.1. Довести, що для довільних формул  $F_1, F_2, F_3$  логіки висловлювань мають місце такі співвідношення логічного наслідку:

- modus ponens:  $F_1, F_1 \rightarrow F_2 \models F_2$
- правило силлогізму  $F_1 \rightarrow F_2, F_2 \rightarrow F_3 \models F_1 \rightarrow F_3$

2.2. Перевірити, чи є логічно правильними наступні міркування:

1. Якщо Джонс п'є багато віскі, то у Джонса червоний ніс. У Джонса червоний ніс. Отже, Джонс п'є багато віскі.
2. Якщо капіталовкладення залишаться сталими, то зростуть урядові витрати, або виникне безробіття.. Якщо урядові витрати не зростуть, то податки будуть знижені. Якщо податки будуть знижені і капіталовкладення залишаться сталими, то безробіття не виникне. Отже, урядові витрати зростуть.
3. Студентка К або перевтомилася, або є хворою. Якщо К перевтомлюється, то вона стає роздратованою. Але К не роздратована. Отже, вона хвора.

2.3. Перевірити сумісність множини тверджень. Для цього записати речення у вигляді висловлювальних форм і перевірити, чи є їх кон'юнкція суперечністю.

Якщо курс цінних паперів росте або процентна ставка знижується, то або падає курс акцій, або податки не підвищуються. Курс акцій знижується тоді тільки тоді, коли росте курс цінних паперів і податки підвищуються. Якщо процентна ставка знижується, то або курс акцій не знижується, або курс цінних паперів не росте. Або податки підвищуються, або курс акцій падає і знижується процентна ставка.

2.4. Нехай  $F_1, \dots, F_n, G, H$  - довільні формули логіки висловлювань. Довести, що коли  $\{F_1, \dots, F_n, G\} \models H$ , то  $\{F_1, \dots, F_n, \neg H\} \models \neg G$ .

2.5. Нехай  $F_1, \dots, F_n, G, H$  - довільні формули логіки висловлювань. Довести, що коли  $\{F_1, \dots, F_n, G\} \models H$  і  $\{F_1, \dots, F_n, \neg G\} \models H$ , то  $\{F_1, \dots, F_n\} \models H$

2.6. Для яких  $n$  формула

$$F_n(x) = (\dots (((x \rightarrow \neg x) \rightarrow x) \rightarrow \neg x) \rightarrow x) \rightarrow \dots)$$

що містить  $n$  знаків імплікації, є тавтологією.

### Домашнє завдання.

2.7. Нехай  $F_1, \dots, F_n, G, H$  - довільні формули логіки висловлювань. Довести, що коли  $\{F_1, \dots, F_n, G\} \models H$ , то  $\{F_1, \dots, F_n, \neg H\} \models \neg G$ .

2.8. Методом послідовного аналізу перевірити, чи будуть формулами такі вирази:

- а)  $((x_1 \rightarrow x_2) \vee ((\neg x_3) \rightarrow x_4)) \leftrightarrow ((x_1 \rightarrow (\neg x_2)) \wedge (\neg x_3));$
- б)  $((\neg x_1) \rightarrow (\neg x_2)) \rightarrow (((\neg x_1) \vee x_3) \vee (x_3 \wedge (\neg x_1))).$

2.9. Довести, що для довільних формул  $F_1, F_2, F_3$  логіки висловлювань має місце таке співвідношення логічного наслідку:

- modus tollens:  $F_1 \rightarrow F_2, \neg F_2 \models \neg F_1$

2.10. Перевірити, чи є логічно правильними міркування:

Якщо йде дощ, то або ми нікуди не підемо, або ми підемо в кіно. Якщо ми підемо в кіно, то в кіно є квитки. Квитків в кіно нема. Отже, якщо піде дощ, то ми нікуди не підемо.