Diagramas de Bode

- **Una forma sistemática de obtener la respuesta en frecuencia consiste en utilizar los diagramas de Bode**
- **En sistemas de comunicación, la ganancia se mide en bels (B)**
- **El bel se usa para medir la razón entre dos niveles de potencia o la ganancia en potencia (G)**

$$G = \text{número de bels} = \log_{10} \frac{P_2}{P_1}$$

- **El decibel (dB) corresponde a 1/10 de bel**

$$G_{dB} = 10 \log_{10} \frac{P_2}{P_1}$$

- **Cuando se comparan niveles de tensión o de corriente se utiliza**

$$G_{dB} = 20 \log_{10} \frac{V_2}{V_1} \qquad G_{dB} = 20 \log_{10} \frac{I_2}{I_1}$$

Diagramas de Bode

- **Los diagramas de Bode son gráficas semilogarítmicas del módulo (en decibeles) y de la fase (en grados) de una función de transferencia en función de la frecuencia**
- **Los diagramas de Bode contienen la misma información que las gráficas no logarítmicas pero son mucho más fáciles de elaborar**
- **En un diagrama de magnitud de Bode la ganancia H_{db} se grafica en decibeles (dB) en función de la frecuencia**

$$H_{db} = 20 \log_{10} H$$

- **En un diagrama de fase de Bode, la fase φ se grafica en grados en función de la frecuencia**

Diagramas de Bode

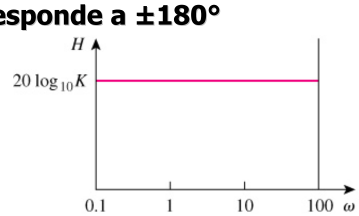
- **Es posible escribir una función de transferencia en términos de factores que tienen partes real e imaginaria (forma estándar)**

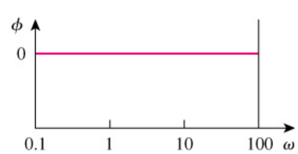
$$\mathbf{H}(\omega)=\frac{K(j\omega)^{\pm 1}(1+j\omega/z_1)\left[1+j2\zeta_1\,\omega/\omega_k+(j\omega/\omega_k)^2\right]\cdots}{(1+j\omega/p_1)\left[1+j2\zeta_1\,\omega/\omega_n+(j\omega/\omega_n)^2\right]\cdots}$$

- **Al elaborar un diagrama de Bode, se grafica cada factor por separado y luego se combinan gráficamente, esto es posible debido a los logaritmos implicados**

Diagramas de Bode

- **<u>Término constante:</u> para la ganancia K, la magnitud es $20\log_{10}K$ y la fase es 0°, ambas son constantes con la frecuencia**
- **Si K es negativa, la magnitud es $20\log_{10}|K|$, pero la fase corresponde a ±180°**

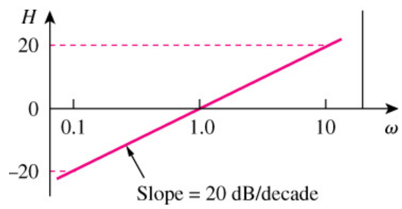


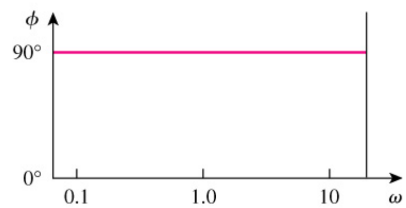


- **<u>Polo/cero en el orígen:</u> para el cero (jω) en el orígen, la pendiente de la gráfica de magnitud es 20 dB/década y su fase es constante con la frecuencia (90°). Para el polo $(j\omega)^{-1}$ la pendiente de la gráfica de magnitud es -20 dB/década y su fase es constante con la frecuencia (-90°)**

Diagramas de Bode

- **En general, para $(j\omega)^{N}$, donde N es un entero, la gráfica de magnitud tendrá una pendiente de 20N dB/década, mientras que la fase es de 90N grados**





- **Polo/cero simple: para un cero simple $(1+j\omega/z_1)$, la magnitud es $20\log_{10}|1+j\omega/z_1|$ y la fase equivale a $\tan^{-1}\omega/z_1$**

$$H_{dB} = 20\log_{10}\left|1+\frac{j\omega}{z_1}\right|_{\omega\to 0} = 0 \qquad H_{dB} = 20\log_{10}\left|1+\frac{j\omega}{z_1}\right|_{\omega\to\infty} = 20\log_{10}\frac{\omega}{z_1}$$

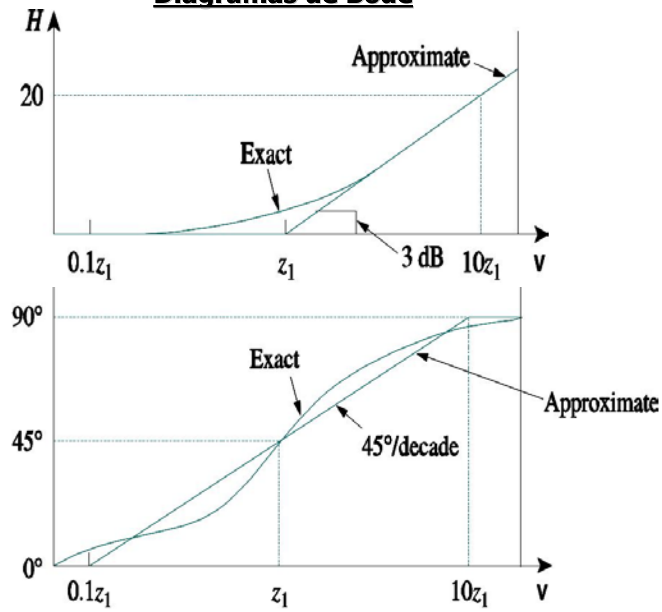
Diagramas de Bode

- **Es posible aproximar la magnitud como cero (una línea recta con pendiente cero) para valores pequeños de ω y mediante una línea recta con pendiente de 20 dB/década para valores grandes de ω**
- **La frecuencia donde las dos líneas asintóticas se intersecan se denomina frecuencia de esquina o frecuencia de ruptura**
- **La fase $\tan^{-1}(\omega/z_1)$ se puede expresar como**

$$\varphi = \tan^{-1}(\omega/z_1) = \begin{cases} 0^\circ, & \omega = 0 \\ 45^\circ, & \omega = z_1 \\ 90^\circ, & \omega \to \infty \end{cases}$$

- **La gráfica de fase puede aproximarse mediante una línea recta $\varphi \sim 0°$ para $\omega \le z_1/10$, $\varphi \sim 45°$ para $\omega = z_1$ y $\varphi \sim 90°$ para $\omega \ge 10z_1$**

Diagramas de Bode



Diagramas de Bode

- **Los diagramas de Bode para el polo $1/(1+j\omega/p_1)$ son similares, salvo que la frecuencia de esquina (ruptura) está en $\omega=p_1$, la magnitud tiene una pendiente -20 dB/década y la fase tiene una pendiente de -45° por década**
- **<u>Polo cuadrático/cero:</u> la magnitud del polo cuadrático $1/(1+j2\zeta_2\omega/\omega_n+(j\omega/\omega_n)^2)$ es $-20\log_{10}|1+j2\zeta_2\omega/\omega_n+(j\omega/\omega_n)^2|$ y la fase es $-\tan^{-1}(2\zeta_2\,\omega/\omega_n)/(1-\omega/\omega_n^2)$**

$$H_{dB} = -20\log_{10}\left|1+\frac{j2\zeta_2\omega}{\omega_n}+\left(\frac{j\omega}{\omega_n}\right)^2\right|_{\omega\to 0} = 0$$

$$H_{dB} = -20\log_{10}\left|1+\frac{j2\zeta_2\omega}{\omega_n}+\left(\frac{j\omega}{\omega_n}\right)^2\right|_{\omega\to\infty} = -40\log_{10}\frac{\omega}{\omega_n}$$

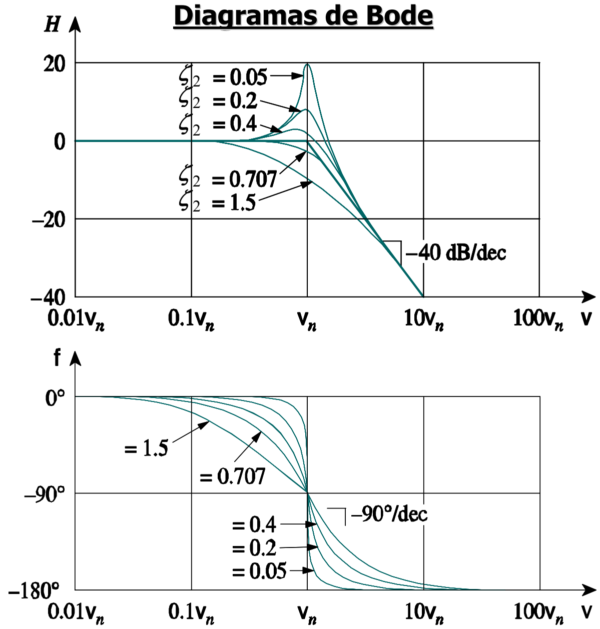
Diagramas de Bode

- **La gráfica de amplitud está compuesta por dos líneas rectas asintóticas, una con pendiente cero para $\omega<\omega_n$, donde ω_n es la frecuencia de esquina o frecuencia de ruptura**
- **La fase puede expresarse como**

$$\varphi = -\tan^{-1}\left(\frac{2\zeta_2\,\omega/\omega_n}{1-\left(\omega/\omega_n\right)^2}\right) = \begin{cases} 0^\circ, & \omega = 0 \\ -90^\circ, & \omega = \omega_n \\ -180^\circ, & \omega \to \infty \end{cases}$$

- **La gráfica de la fase es una recta con una pendiente de 90° por década, se empieza en $\omega_n/10$ y termina en $10\omega_n$**
- **Para el cero cuadrático, la gráfica de magnitud tiene una pendiente de 40 dB/década, en tanto que la de fase tiene una pendiente de 90° por década**

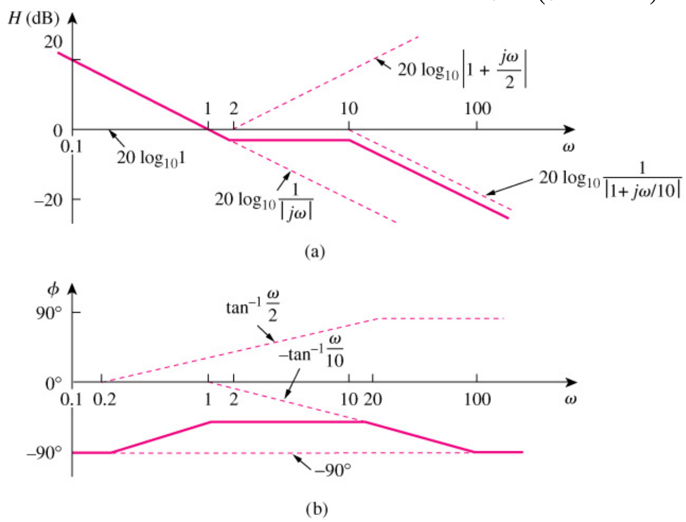
Diagramas de Bode



Circuitos Eléctricos II - UNAH **Dr. Julio Romero Agüero**

Ejemplo

- **Elaborar el diagrama de Bode de** $\mathrm{H}(\omega) = \dfrac{5(j\omega+2)}{j\omega(j\omega+10)}$



Circuitos Eléctricos II - UNAH **Dr. Julio Romero Agüero**

Ejemplo

- **Elaborar el diagrama de Bode de** $\mathrm{H}(\omega) = \dfrac{50\,j\omega}{(j\omega+4)(j\omega+10)^2}$