

Energía en un circuito acoplado

- La energía almacenada en un inductor es

$$w = \frac{1}{2} Li^2$$

- La energía total instantánea almacenada en bobinas magnéticamente acopladas es

$$w = \frac{1}{2} Li_1^2 + \frac{1}{2} Li_2^2 \pm Mi_1i_2$$

- El signo positivo se selecciona si ambas corrientes entran o dejan las terminales punteadas de las bobinas, en caso contrario, se selecciona el signo negativo
- La inductancia mutua es positiva y menor que la media geométrica de las inductancias de las bobinas

$$0 \leq M \leq \sqrt{L_1 L_2}$$

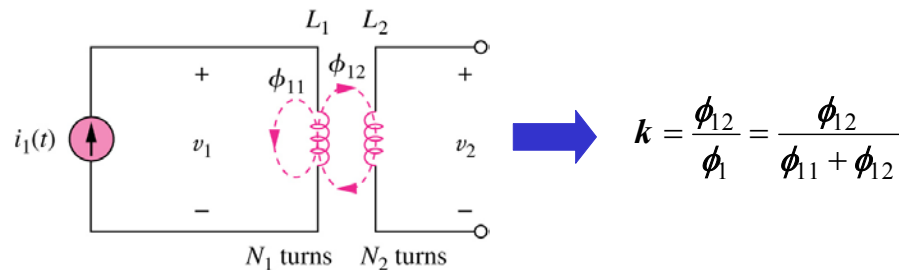
1

Energía en un circuito acoplado

- El coeficiente de acoplamiento k especifica el grado de acercamiento de la inductancia mutua al límite superior

$$M = k\sqrt{L_1 L_2}, \quad 0 \leq k \leq 1$$

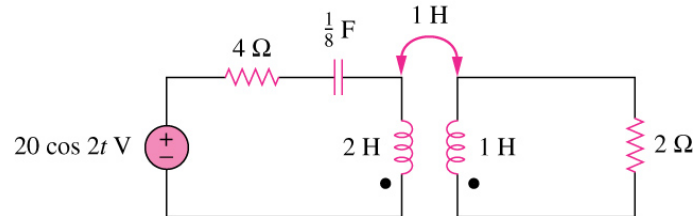
- El coeficiente de acoplamiento es la fracción del flujo total que emana de una bobina y que abraza a otra bobina, es una medida del acoplamiento magnético entre dos bobinas



2

Ejemplo

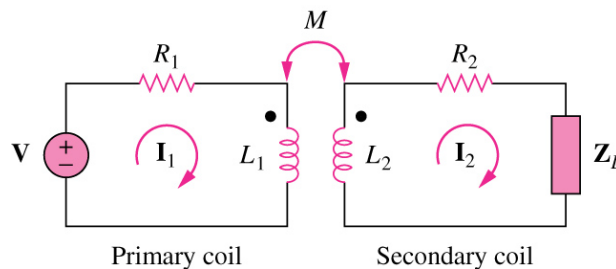
- Determinar el coeficiente de acoplamiento y la energía almacenada en los inductores acoplados, a $t=1.5s$



3

Transformadores lineales

- Un transformador es un dispositivo de cuatro terminales que tiene dos (o más) bobinas magnéticamente acopladas
- Un transformador es lineal si las bobinas están devanadas en un material magnéticamente lineal (con permeabilidad magnética constante), Ej., aire, plástico, baquelita y madera
- En un transformador lineal el flujo es proporcional a la corriente en sus devanados



4

Transformadores lineales

- La impedancia de entrada del transformador se compone de dos términos, la impedancia primaria y la impedancia reflejada

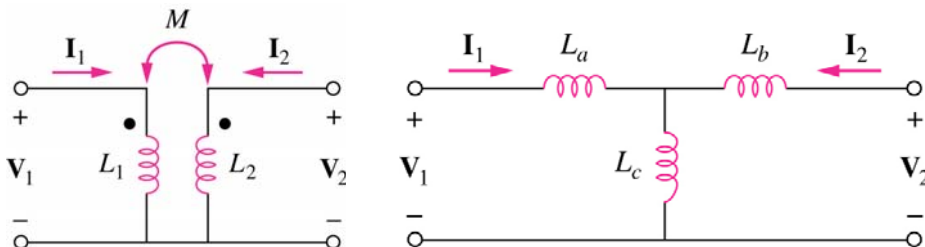
$$Z_{in} = \frac{V}{I_1} = \underbrace{R_1 + j\omega L_1}_{\text{Impedancia primaria}} + \underbrace{\frac{\omega^2 M^2}{R_2 + j\omega L_2 + Z_L}}_{\text{Impedancia reflejada}}$$

- Este resultado no se ve afectado por la ubicación de los puntos en el transformador, porque el mismo resultado se produce cuando M se reemplaza por $-M$

5

Circuito equivalente T de un transformador lineal

- Es posible reemplazar un circuito magnéticamente acoplado por un circuito equivalente sin acoplamiento magnético

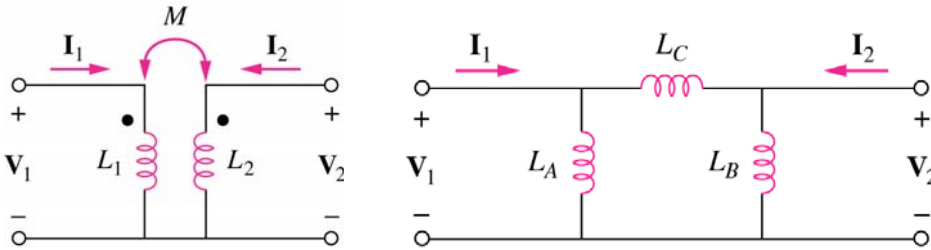


$$L_a = L_1 - M, \quad L_b = L_2 - M, \quad L_c = M$$

- En el circuito equivalente los inductores no están acoplados magnéticamente
- Si se cambia la ubicación del punto de la bobina L_2 , se debe reemplazar M por $-M$ en el circuito equivalente

6

Circuito equivalente Π de un transformador lineal

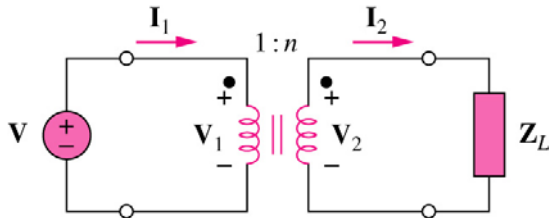


$$L_A = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_2 - M}, \quad L_B = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 - M}, \quad L_C = \frac{L_1 L_2 - M^2}{M}$$

7

Transformador ideal

- **Un transformador es ideal si tiene las siguientes propiedades:**
 - Las bobinas tienen reactancias muy grandes (L_1, L_2 y $M \rightarrow \infty$)
 - El coeficiente de acoplamiento es igual a la unidad ($k=1$)
 - Las bobinas primaria y secundaria no tienen pérdidas ($R_1=R_2=0$)
- Los transformadores con núcleo de hierro son aproximaciones cercanas a los transformadores ideales
- Los devanados primario y secundario tienen N_1 y N_2 vueltas, respectivamente



$$V_2 = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} V_1 = n V_1$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} = n$$

8

Transformador ideal

- Donde n es la razón del número de vueltas o razón de transformación →
- Para conservar la potencia, la energía proporcionada al primario debe igualar la energía suministrada a la carga por el secundario

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{V_2}{V_1} = n$$

- Si $n=1$ el transformador se denomina transformador de aislamiento
- Si $n>1$ el transformador se denomina transformador elevador (su tensión secundaria es mayor que su tensión primaria)
- Si $n<1$ el transformador se denomina transformador reductor (su tensión secundaria es menor que su tensión primaria)

9

Transformador ideal

- Si V_1 y V_2 son ambas positivas o negativas en las terminales punteadas, se debe usar $+n$, en otro caso se debe usar $-n$
- Si ambas I_1 e I_2 entran o salen de las terminales punteadas, se debe usar $-n$, en otro caso se debe usar $+n$
- La potencia compleja en el devanado primario es

$$S_1 = V_1 I_1^* = \frac{V_2}{n} (n I_2)^* = V_2 I_2^* = S_2$$

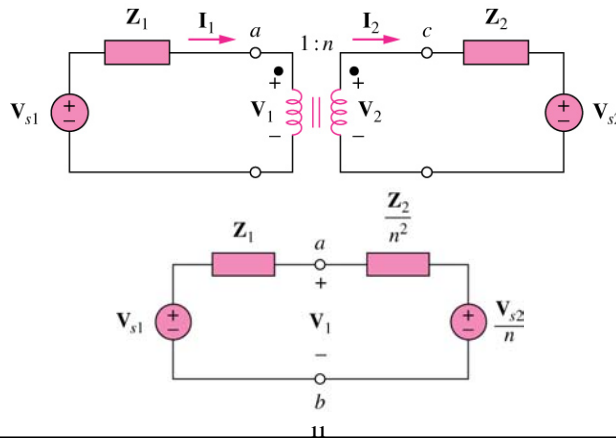
- La potencia compleja suministrada al primario se entrega al secundario sin pérdida (el transformador ideal no tiene pérdidas, por lo tanto no absorbe potencia)
- La impedancia de entrada (o impedancia reflejada) es

$$Z_{in} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{1}{n^2} \frac{V_2}{I_2} = \frac{Z_L}{n^2}$$

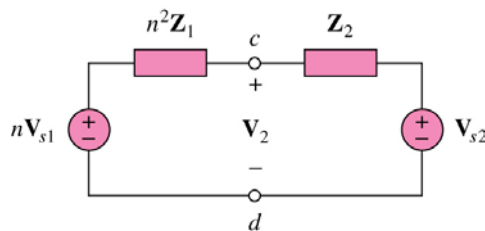
10

Transformador ideal

- El transformador ideal permite acoplar la impedancia de la carga y asegurar la máxima transferencia de potencia
- Para analizar un circuito que contiene un transformador ideal es común eliminar el transformador, reflejando impedancias y fuentes de un lado del transformador al otro

**Transformador ideal**

- También es posible reflejar el lado primario en el lado secundario



- Esta metodología solamente puede aplicarse si no hay una conexión externa entre los devanados primario y secundario
- Cuando se tienen conexiones externas entre los devanados primario y secundario, se utiliza análisis de malla y análisis nodal
- Si las ubicaciones de los puntos cambian, se debe reemplazar n por $-n$