задачи по нуклеарна физика

Krpič B.18.

Нека со m ја означиме масата на количеството руда а со m_{Th}, m_{U} и m_{Pb} масата на соодветните количества на ториумот, уранот и оловото во рудата. Според условот што е даден во задачата јасно е дека $m_{\mathrm{Th}} = 0,50m$, $m_{\mathrm{U}} = 0,30m$ и $m_{\mathrm{Pb}} = 0,08m$.

Процесите на распаѓање на ториумот и уранот во олово се одвиваат преку следните реакции $^{232}\mathrm{Th} \rightarrow^{208} \mathrm{Pb}$, $^{238}\mathrm{U} \rightarrow^{206} \mathrm{Pb}$.

Според овие радиоактивни процеси оловото во рудата потекнува од двата видови нуклеиди па затоа неговата вкупна маса во рудата е еднаква на збирот

$$m(\mathrm{Pb}) = m(^{208}\mathrm{Pb}) + m(^{206}\mathrm{Pb})$$

Нека моментот на формирање на рудата го означиме со $t = 0$. Почетното количество на ториумови атоми нека биде N^0_{Th} а актуелното, во моментот на мерење нека биде $N_{\mathrm{Th}}(t)$. Бројот на распаднатите јадра, после време t е еднаков на создадените јадра на $^{208}\mathrm{Pb}$ па затоа

$$N_{\mathrm{Pb}}(^{208}\mathrm{Pb}) = N^0_{\mathrm{Th}} - N_{\mathrm{Th}}(t)$$

додека од друга страна, од законот за радиоактивно распаѓање, произлегува

$$N_{\mathrm{Th}}(t) = N^0_{\mathrm{Th}} e^{-\lambda_{\mathrm{Th}} t} \rightarrow N^0_{\mathrm{Th}} = N_{\mathrm{Th}}(t) e^{\lambda_{\mathrm{Th}} t}$$

што значи дека за создадените јадра на оловото-208 се добива

$$N_{\mathrm{Pb}}(^{208}\mathrm{Pb}) = N_{\mathrm{Th}}(t)\left(e^{\lambda_{\mathrm{Th}} t} - 1\right)$$

Ако се искористи врската $N = N_A m/M$ тогаш наместо за бројот на јадрата се добива соодветна врска за вкупната маса на тие атоми

$$m(^{208}\mathrm{Pb}) = m_{\mathrm{Th}} \frac{208}{232}\left(e^{\lambda_{\mathrm{Th}} t} - 1\right)$$

По слична постапка се добива слична релација и за уранот

$$m(^{206}\mathrm{Pb}) = m_{\mathrm{U}} \frac{206}{238}\left(e^{\lambda_{\mathrm{U}} t} - 1\right)$$

Со замена на овие изрази за поединечните маси на двата изотопа на оловото во изразот за вкупната маса на оловото се добива

$$m_{\mathrm{Pb}} = m_{\mathrm{Th}} \frac{208}{232}\left(e^{\lambda_{\mathrm{Th}} t} - 1\right) + m_{\mathrm{U}} \frac{206}{238}\left(e^{\lambda_{\mathrm{U}} t} - 1\right)$$

Од оваа равенка во принцип може да се добие бараната старост на рудата t но бидејќи таа не може да се реши алгебарски преостанува да примениме некоја апроксимација или да ја решаваме нумерички. $T_{1/2}$ за уранот и ториумот има големи вредности (односно соодветните производи λt се мали) па затоа експонентите можеме да ги разложиме во ред: $e^{\lambda t} \approx 1 + \lambda t - \ldots$ со што соодветната равенка се поедноставува во обликот

$$m_{\mathrm{Pb}} = m_{\mathrm{Th}} \frac{208}{232} \lambda_{\mathrm{Th}} t + m_{\mathrm{U}} \frac{206}{238} \lambda_{\mathrm{U}} t$$

од каде што (преку смената $\lambda = \ln 2/T_{1/2}$) за непознатото време се добива резултатот $t \approx 1,28 * 10^9$ години. Може да се покаже дека овој резултат нема позначајно да се промени ако во развојот на експоненцијалната функција се земе уште еден член.