задачи по нуклеарна физика

Schaum 26.5,26.6,26.13

Ако $b = R_0 + \delta R_0$ и $R_0^3 = a^2 b$ тогаш за $\delta R_0 \ll R_0$

$$a^2 = \frac{R_0^3}{b} = \frac{R_0^3}{R_0 + \delta R_0} = \frac{R_0^2}{1 + \frac{\delta R_0}{R_0}} \approx R_0^2 \left(1 - \frac{\delta R_0}{R_0}\right)$$

$$b^2 - a^2 = (R_0 + \delta R_0)^2 - a^2 = R_0^2 \left[1 + 2\left(\frac{\delta R_0}{R_0}\right) + \left(\frac{\delta R_0}{R_0}\right)^2\right] - R_0^2 \left(1 - \frac{\delta R_0}{R_0}\right)$$

а тоа пак е еднакво на

$$R_0^2 \left[3\left(\frac{\delta R_0}{R_0}\right) + \left(\frac{\delta R_0}{R_0}\right)^2\right] = 3R_0^2 \left(\frac{\delta R_0}{R_0}\right)$$

Од тука произлегува и очекуваниот резултат

$$D = \frac{2Z}{5}(b^2 - a^2) = \frac{6Z}{5} R_0^2 \left(\frac{\delta R_0}{R_0}\right)$$

За јадрото на гадолиниумот $^{155}_{64}\mathrm{Gd}$ просечниот радиус R_0 може да се пресмета според предложениот емпириски израз $R_0 = 1,4 * A^{1/3}[\mathrm{fm}] = 1,4 * (155)^{1/3} = 7,52\mathrm{fm}$

Бидејќи е зададено $\mathrm{D}\left(^{155}_{64}\mathrm{Gd}\right) = 130\mathrm{fm}^2$ а веќе е одредено дека

$$D = \frac{6Z}{5} R_0^2 \left(\frac{\delta R_0}{R_0}\right)$$

со замена на бројните вредности се добива

$$130\mathrm{fm}^2 = \frac{6 * 64}{5} * (7,52\mathrm{fm})^2 * \left(\frac{\delta R_0}{R_0}\right)$$

односно за бараниот непознат количник

$$\delta R_0 / R_0 \approx 2,99 * 10^{-2} \approx 3\%$$

.

Овој резултат покажува дека јадрото на овој изотоп на гадолиниумот е скоро потполно сферично затоа што оцтапувањето од сферичноста изнесува само 3% од просечниот радиус.

———————

Математички додаток

Интегралот $D = \frac{1}{e}\int_V (3z^2 - r^2)\rho(x,y,z)d\tau$ после замената $\rho = \rho_0 = const.$ и премин во цилиндрични координати:

$$x = \rho\cos\phi, y = \rho\sin\phi, z = z, d\tau = \rho d\rho d\phi dz$$

минува во интегралот

$$D = \frac{\rho_0}{e}\int_0^{2\pi} d\phi \int_0^a \rho d\rho \int_{(-b(1-\rho^2/a^2)^{1/2}}^{(b(1-\rho^2/a^2)^{1/2}} (2z^2 - \rho^2)dz = \frac{8}{15}\pi a^2 b(b^2 - a^2)\rho_0$$

Бидејќи $V\rho_0 = \frac{4}{3}\pi a^2 b\rho_0 = Ze$ конечниот резултат е како што е наведено во условот на задачата $D = \frac{2Z}{5}(b^2 - a^2)$.