

UNIVERSIDAD NACIONAL DE ROSARIO  
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, INGENIERIA Y AGRIMENSURA  
DEPARTAMENTO DE ELECTRONICA  
ELECTRONICA III

# **OSCILADORES**

Autor: Ing. Federico Miyara  
Revisión: Juan Sebastián Petrocelli  
Año 2000

## OSCILADORES

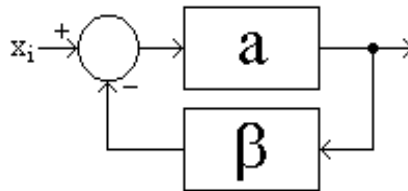
### Introducción:

Un oscilador es un circuito que produce una oscilación propia de frecuencia, forma de onda y amplitud determinadas.

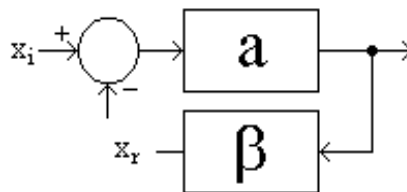
Aquí se estudiarán los osciladores senoidales.

### Enfoque intuitivo:

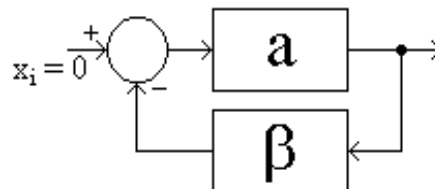
Se vio en estabilidad que un sistema realimentado podía ser oscilante. Aprovecharemos esta particularidad.



Supongamos que hemos encontrado una frecuencia para la cual, al abrir el lazo e inyectar a la entrada una señal  $x_i$  de dicha frecuencia, resulta que a su salida obtendremos  $x_r = -x_i$  entonces puede reemplazarse  $x_r$  por  $-x_i$  sin que modifique el funcionamiento.



Por lo tanto el circuito sigue oscilando sin entrada.



La condición anterior se da sí:

$$x_i \cdot a \cdot \beta = -x_i,$$

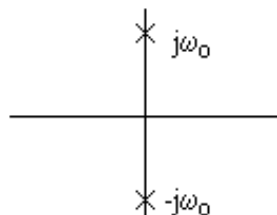
es decir:

$$a \cdot \beta = -1$$

### Enfoque por estabilidad:

Buscamos tener una salida senoidal pura, sin entrada. Ello significa que el sistema tiene una respuesta libre senoidal.

Entonces los polos deben estar en el eje imaginario.



Ello significa que  $1 + a \cdot \beta$  tienen polos imaginarios  $\pm j\omega_0$  es decir que:

$$a(j\omega_0) \cdot \beta(j\omega_0) = -1$$

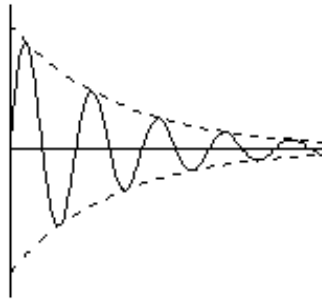
Esto se denomina "CRITERIO DE BARKHOUSEN", el cual se subdivide en:

$$\arg(a(j\omega_o) \cdot \beta(j\omega_o)) = 180$$

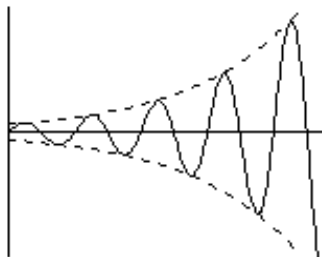
$$|a(j\omega_o) \cdot \beta(j\omega_o)| = 1$$

**Consideración de orden práctico:**

Puede ocurrir que uno logre que se cumpla el criterio de Barkhausen, pero por derivas térmicas, envejecimiento o dispersión de parámetros los polos pueden desplazarse hacia el eje real positivo o negativo. En este último caso, las oscilaciones desaparecen:

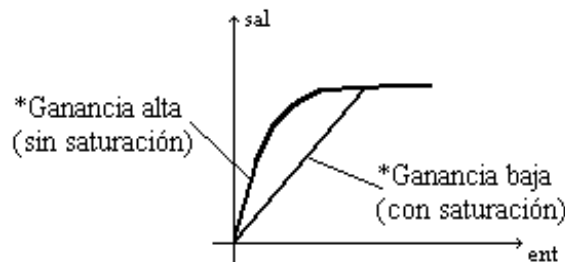


Si los polos se desplazan al eje real positivo, tienden a aumentar de amplitud:

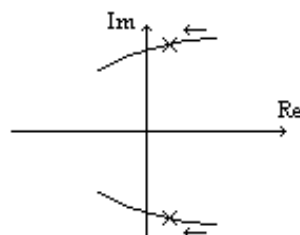


La amplitud aumenta hasta que comienza la saturación.

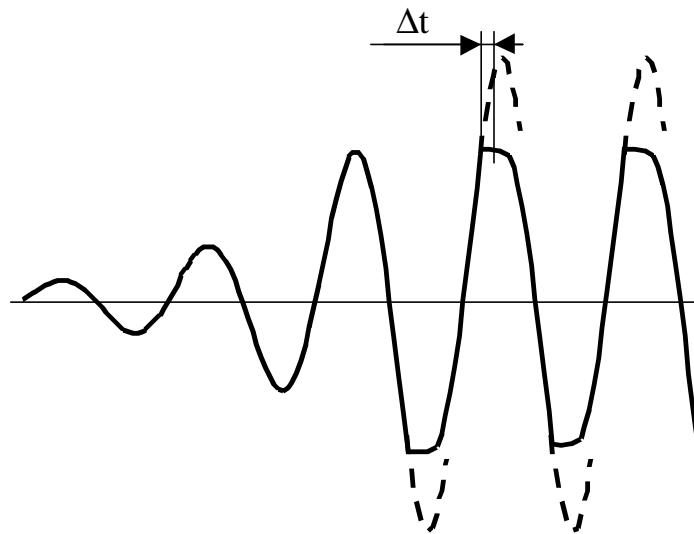
Esto puede explicarse mejor teniendo en cuenta que la saturación puede interpretarse como una variación de ganancia:



Al variar la ganancia varía la posición de los polos, es decir se tiene un lugar de las raíces. Si la amplitud aumenta mucho, en el sistema empieza a bajar la ganancia, por lo cual los polos se desplazan retornando al eje imaginario



De modo que es preferible que los polos estén en la parte real positiva pues a través de una “realimentación negativa” a nivel de amplitud dicha amplitud no crece indefinidamente. En resumen aumenta la amplitud → baja la ganancia → baja la amplitud, volviendo al valor anterior. Sin embargo, más detalladamente lo que ocurre es:



Durante  $\Delta t$  se pierde la linealidad. En ese lapso los elementos de almacenamiento (C y L) se reacomodan y cuando entra de nuevo en la zona lineal empieza una nueva senoide modulada por una exponencial creciente.

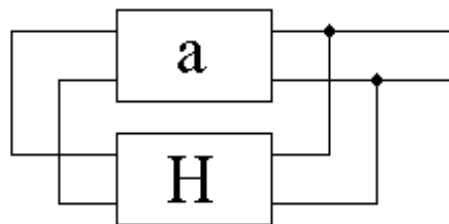
No debe confundirse esto con un recorte. De ser así, la onda sería cada vez más cuadrada, conforme aumentara la pendiente de cruce por cero.

De lo anterior resulta que la condición de Barkhausen de diseño es:

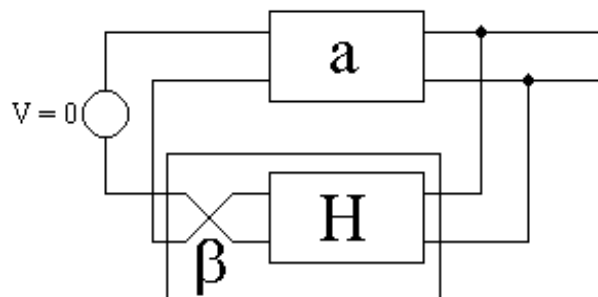
$$\text{Re} [a(j\omega_o) \cdot \beta(j\omega_o)] > \sim 1$$

$$\text{Im}[a(j\omega_o) \cdot \beta(j\omega_o)] = 0$$

**Método de apertura del bucle:**

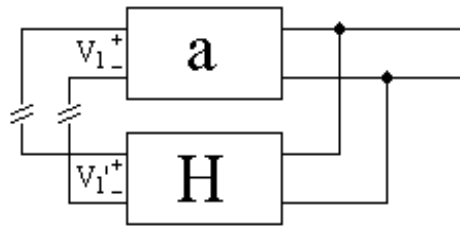


La anterior es una configuración típica de osciladores. Hemos llamado a y H a las ganancias de tensión de los bloques básicos y de realimentación. Para llevarlo a una de las configuraciones de realimentación cuadripolar:



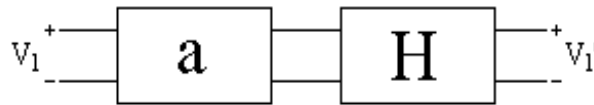
Con  $\beta = -H$

El criterio de oscilación era  $a \cdot \beta = -1$ , es decir  $a \cdot (-H) = -1$  en definitiva se obtiene  $a \cdot H = 1$ . Esto equivale a abrir el lazo, excitar con  $v_1$  y obtener  $v_1'$ :



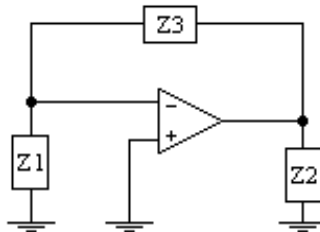
Debiendo cumplir:

$$\frac{V_1'}{V_1} = 1$$



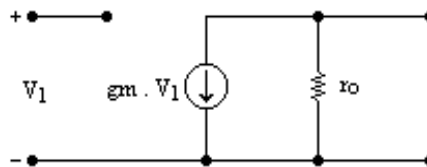
**Esquema general de osciladores:**

El esquema es el siguiente:

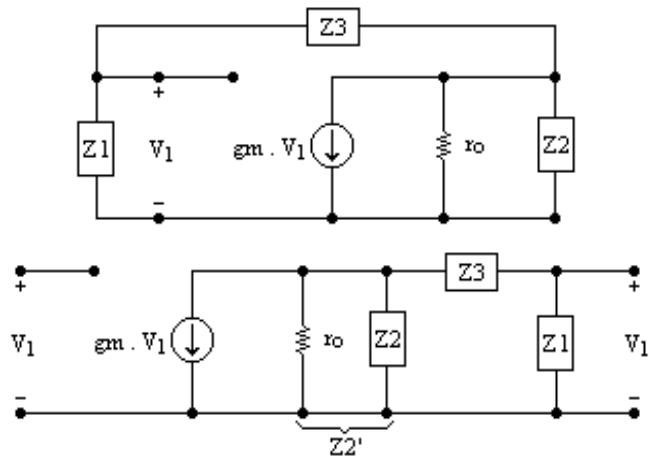


Donde el amplificador puede ser cualquier elemento activo: Transistor bipolar, FET, Amplificador operacional, Triodo, Compuerta lógica, etc.

Suponiendo el siguiente modelo:



Resulta:



$$V_1' = -g_m \cdot V_1 \cdot \frac{Z_2'}{Z_1 + Z_2' + Z_3} \cdot Z_1$$

$$\therefore \frac{V_1'}{V_1} = \frac{-g_m \cdot Z_1 \cdot \frac{r_o \cdot Z_2}{r_o + Z_2}}{Z_1 + Z_3 + \frac{r_o \cdot Z_2}{r_o + Z_2}} = \frac{-g_m \cdot r_o \cdot Z_1 \cdot Z_2}{r_o \cdot (Z_1 + Z_2 + Z_3) + Z_2 \cdot (Z_1 + Z_3)}$$

Sí  $Z_k = jX_k$  entonces:

$$\therefore \frac{V_1'}{V_1} = \frac{g_m \cdot r_o \cdot X_1 \cdot X_2}{-X_2 \cdot (X_1 + X_3) + j r_o \cdot (X_1 + X_2 + X_3)}$$

Por lo que debe ser:

$$\begin{aligned} X_1 + X_2 + X_3 &= 0 \\ X_1 + X_3 &= -X_2 \end{aligned}$$

A esa frecuencia

$$\therefore \frac{V_1'}{V_1} = \frac{-g_m \cdot r_o \cdot X_1 \cdot X_2}{X_2 \cdot (-X_2)} = \frac{g_m \cdot r_o \cdot X_1}{X_2}$$

Debe ser:

$$\frac{g_m \cdot r_o \cdot X_1}{X_2} > 1$$

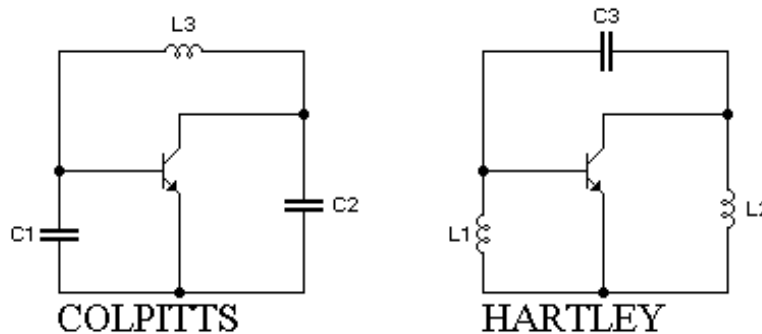
Por lo tanto si  $g_m > 0$  (Esto ocurre en conexión emisor común) entonces  $X_1$  y  $X_2$  deben ser del mismo signo y por lo tanto  $X_3$  de signo diferente. Obtenemos entonces los siguientes tipos de osciladores:

- $L_1, L_2, C_3$  (HARTLEY)
- $C_1, C_2, L_3$  (COLPITTS)

Si  $g_m < 0$  (Caso que se presenta en las conexiones en base común y colector común) entonces  $X_1$  y  $X_2$  deben ser de distinto signo y por lo tanto  $X_3$  puede ser de cualquier signo.

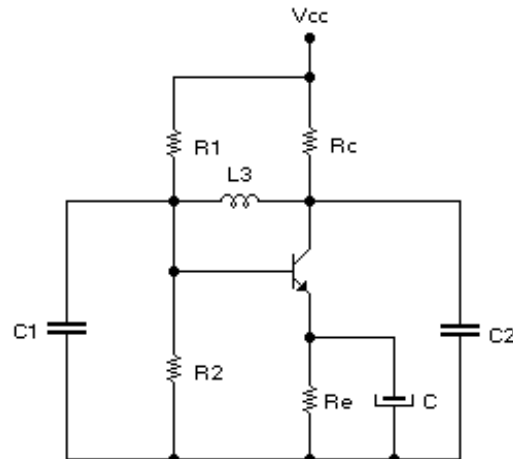
- $L_1, C_2, C_3$  (HARTLEY)
- $L_1, C_2, L_3$  (COLPITTS)

En una forma simplificada podemos mostrar los siguientes esquemas:



**Polarización Choques:**

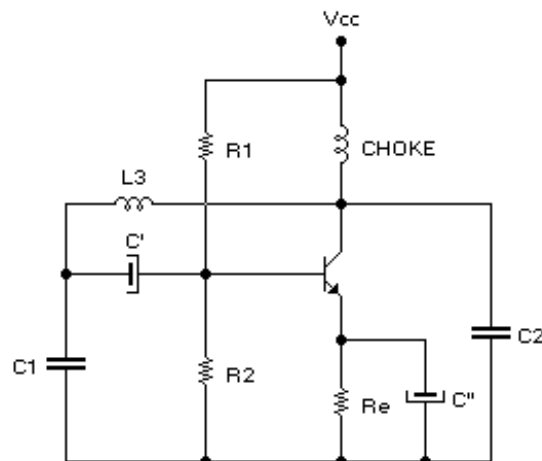
Ejemplificaremos un oscilador Colpitts a transistores. En principio:



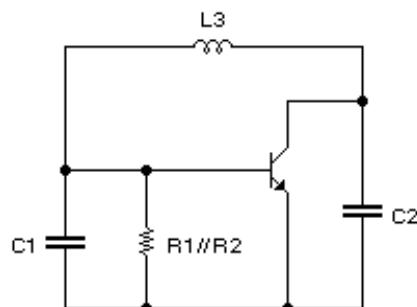
Los **inconvenientes** que presenta el circuito anterior son:

$L_3$  cortocircuita en polarización colector y base, y  $R_c$  queda en paralelo con  $h_o$ , reduciéndola mucho, exigiendo por lo tanto un gran  $g_m$ .

Como **solución** se puede presentar el siguiente circuito:



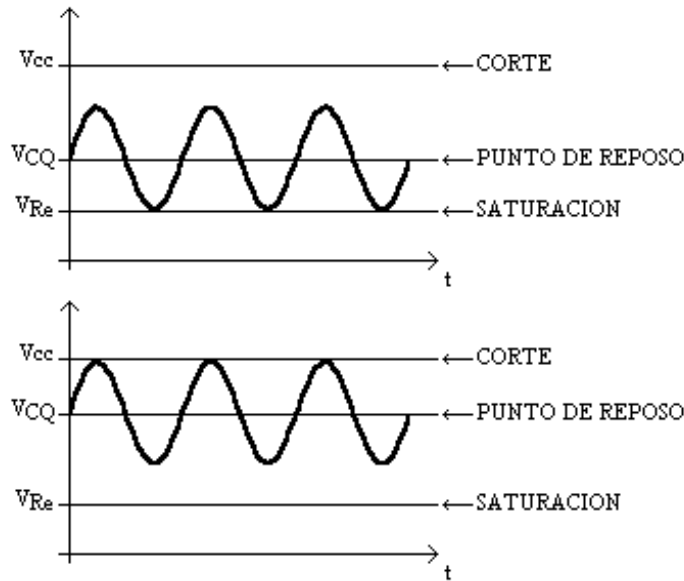
El que en señal representa el siguiente circuito:



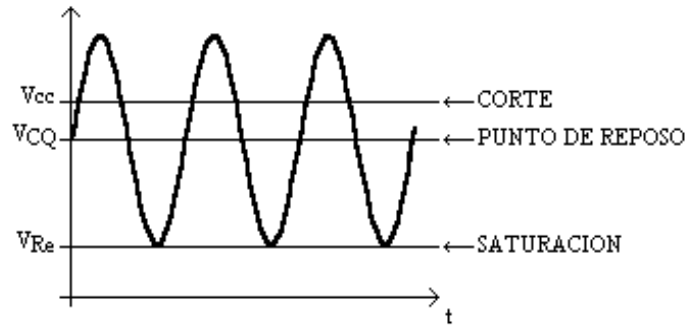
El choke es una bobina que representa una baja impedancia en continua y un circuito abierto a la frecuencia de trabajo.

No puede evitarse la presencia del paralelo de  $R_1$  y  $R_2$  en paralelo con lo cual complica las formulas.

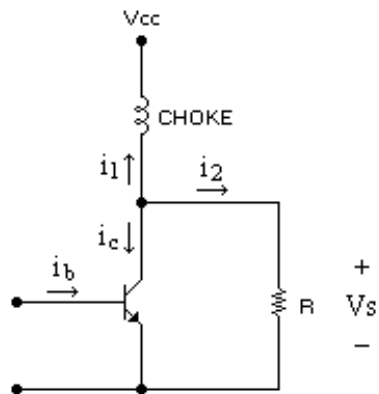
La amplitud de oscilación está dada por la no linealidad más próxima al punto de trabajo. Supongamos que en lugar del choke hay una red RC, entonces



Si está el choke, la limitación será siempre la saturación del transistor, pues ya no hay restricciones para el colector.



Trataremos de demostrar que el oscilador con choke cumple las anteriores observaciones.



$$\begin{cases}
 i_C = -(i_1 + i_2) \\
 i_C = I_{CQ} + i_c \\
 i_c = I \cdot \text{sen}(\omega t)
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 v_S = V_{SQ} + v_s \\
 v_s = -I \cdot \frac{R \cdot L \cdot \omega}{\sqrt{R^2 + L^2 \cdot \omega^2}} \cdot \text{sen}(\omega t + \phi)
 \end{cases}$$

donde  $L = \text{inductancia del Choke}$

$$\phi = \text{arc tg} \frac{R}{L \cdot \omega}$$

Vemos por lo tanto que:

$$v_S = V_{SQ} - I \cdot \frac{R \cdot L \cdot \omega}{\sqrt{R^2 + L^2 \cdot \omega^2}} \cdot \text{sen}(\omega t + \phi)$$

Sabiendo también que:

$$\begin{aligned}
 I_{CQ} &= h_{fe} \cdot I_{bQ} \\
 V_{SQ} &= V_{cc}
 \end{aligned}$$

La condición para que el transistor no se corte es:

$$i_{Cmin} = I_{CQ} - I \geq 0$$

Si  $I = I_{CQ}$  el transistor apenas se corta y por lo tanto:

$$v_s = V_{cc} - \frac{I_{CQ} \cdot R \cdot L \cdot \omega}{\sqrt{R^2 + L^2 \cdot \omega^2}} \cdot \text{sen}(\omega t + \phi)$$

Con lo cual obtenemos la condición para que el transistor no sature:

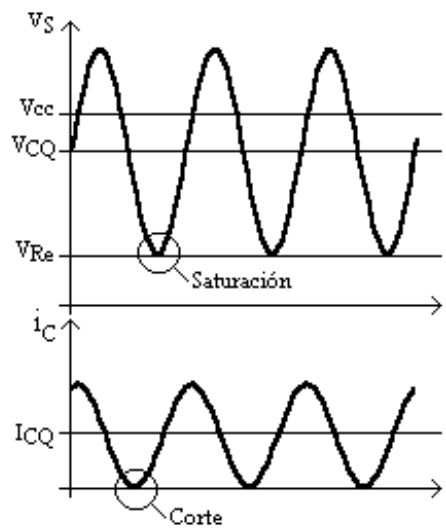
$$v_{S\text{mín.}} = V_{cc} - \frac{I_{CQ} \cdot R \cdot L \cdot \omega}{\sqrt{R^2 + L^2 \cdot \omega^2}}$$

Por lo tanto debe funcionar siempre con:

$$I_{CQ} < \frac{V_{cc}}{|R // j\omega \cdot L|}$$

Entonces la amplitud de  $v_s$  es:

$$V_{S\text{máx.}} = I_{CQ} \cdot |R // j\omega \cdot L|$$



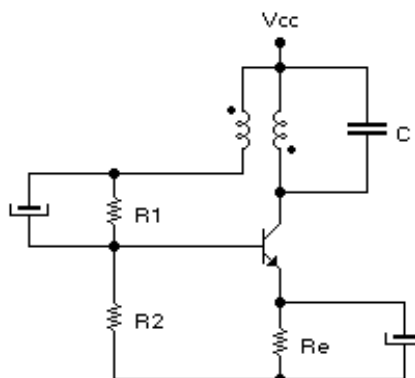
En las formas de tensión anteriores vemos que la salida de tensión del oscilador queda limitada por la tensión en la saturación y por la corriente nula en el corte.

Vemos que los mejores puntos de polarización del transistor son:

- a) Tensión de reposo igual a la tensión de alimentación (Choke sin resistencia en el colector).
- b) Corriente de reposo lo más elevada posible (Tiene como inconveniente el consumo de este oscilador).

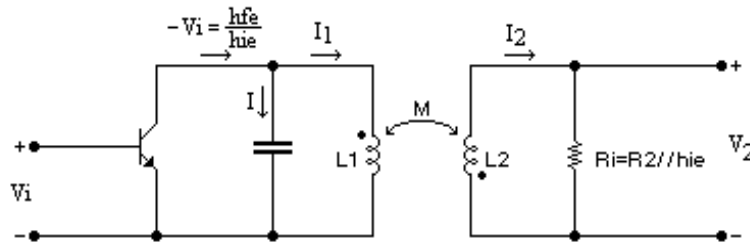
**Oscilador sintonizado por colector.**

Se presenta el siguiente circuito:



Este oscilador tiene como ventaja el tener un circuito sintonizado en la salida, el LC filtra las deformaciones dando una excelente forma de onda senoidal.

Para analizar este oscilador abrimos el lazo y queda:



$$L_1 = C \cdot n_1^2$$

$$L_2 = C \cdot n_2^2$$

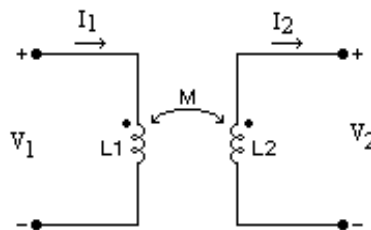
$$M = C \cdot n_1 \cdot n_2$$

(acoplamiento total)

Buscamos que:

$$\frac{-V_2}{V_1} \geq 1$$

En un transformador:



$$\begin{cases} V_1 = L_1 \cdot \frac{\partial i_1}{\partial t} + M \cdot \frac{\partial i_2}{\partial t} \\ V_2 = M \cdot \frac{\partial i_1}{\partial t} + L_2 \cdot \frac{\partial i_2}{\partial t} \end{cases} \quad \text{o} \quad \begin{cases} V_1 = L_1 \cdot S \cdot I_1 + M \cdot S \cdot I_2 \\ V_2 = M \cdot S \cdot I_1 + L_2 \cdot S \cdot I_2 \end{cases}$$

En nuestro caso:

$$I_2 = \frac{-V_2}{R_i}$$

$$V_2 = M \cdot S \cdot I_1 - L_2 \cdot S \cdot \frac{V_2}{R_i}$$

$$\therefore V_2 = \frac{M \cdot S}{1 + \frac{L_2 \cdot S}{R_i}} \cdot I_1$$

$$\therefore I_2 = \frac{-M \cdot S}{R_i + L_2 \cdot S} \cdot I_1$$

$$\therefore V_1 = \left( L_1 \cdot S - \frac{M^2 \cdot S^2}{R_i + L_2 \cdot S} \right) \cdot I_1$$

Además:

$$V_1 = \frac{1}{C \cdot S} \cdot I = \left( -V_i \frac{hfe}{hie} - I_1 \right) \cdot \frac{1}{C \cdot S}$$

$$\therefore -V_i \cdot \frac{hie}{hfe} - I_1 = C \cdot S \cdot V_1 = C \cdot S \cdot \left( L_1 \cdot S - \frac{M^2 \cdot S^2}{R_i + L_2 \cdot S} \right) \cdot I_1$$

$$\therefore -V_i \cdot \frac{hie}{hfe} = \left[ C \cdot S \cdot \left( L_1 \cdot S - \frac{M^2 \cdot S^2}{R_i + L_2 \cdot S} \right) + 1 \right] \cdot I_1$$

$$\therefore -V_i \cdot \frac{h_{ie}}{h_{fe}} = \left[ C \cdot S \cdot \left( L_1 \cdot S - \frac{M^2 \cdot S^2}{R_i + L_2 \cdot S} \right) + 1 \right] \cdot \frac{R_i + L_2 \cdot S}{M \cdot S} \cdot V_2$$

$$\therefore -\frac{V_i}{V_2} = \frac{h_{fe}}{h_{ie}} \frac{C \cdot S \cdot (L_1 \cdot S \cdot (R_i + L_2 \cdot S) - M^2 \cdot S^2) + R_i + L_2 \cdot S}{R_i \cdot M \cdot S}$$

Haciendo la equivalencia  $S = j \cdot \omega$

$$\therefore -\frac{V_i}{V_2} = \frac{h_{fe}}{h_{ie}} \cdot \frac{(1 - C \cdot L_1 \cdot \omega^2) \cdot R_i - j \cdot [C \cdot (L_1 \cdot L_2 - M^2) \cdot \omega^3 + L_2 \cdot \omega]}{j \cdot R_i \cdot M \cdot \omega}$$

$$= \frac{h_{fe}}{h_{ie}} \cdot \frac{L_2 \cdot \omega + (M^2 - L_1 \cdot L_2) C \cdot \omega^3 + j \cdot R_i \cdot (L_1 \cdot C \cdot \omega^2 - 1)}{R_i \cdot M \cdot \omega}$$

$$\text{Im} \left( -\frac{V_i}{V_2} \right) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad L_1 \cdot C \cdot \omega^2 - 1 = 0$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L_1 \cdot C}}$$

En esas condiciones:

$$-\frac{V_i}{V_2} = \frac{h_{fe}}{h_{ie}} \cdot \frac{L_2 \cdot \omega + (M^2 - L_1 \cdot L_2) \cdot \frac{1}{L_1}}{R_i \cdot M} = \frac{h_{fe}}{h_{ie}} \cdot \frac{M}{L_1 \cdot R_i}$$

$$\therefore -\frac{V_2}{V_i} = \frac{R_i}{h_{ie}} \cdot \frac{L_1}{M} \cdot h_{fe} \quad \therefore \quad h_{fe} \cdot \frac{L_1}{M} \cdot \frac{R_i}{h_{ie}} > 1$$

### Aplicaciones:

Los osciladores LC se aplican para frecuencias mayores de 100KHz, ya que a frecuencias menores, el factor de mérito Q de las bobinas es malo y según veremos, la estabilidad de frecuencia será pobre. Entre las aplicaciones de estos se encuentran la generación de frecuencia intermedia y de portadoras para transmisión de radiofrecuencia.

$$h_{fe} \cdot \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{R_i}{h_{ie}} > 1$$

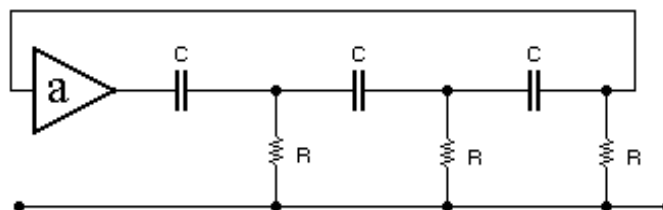
### Osciladores de baja frecuencia.

Para frecuencias menores que 100KHz, se trata de evitar el uso de bobinas, surgiendo en los osciladores RC. Ejemplo de esto son:

- Por rotación de fase
- Por puente de Wien

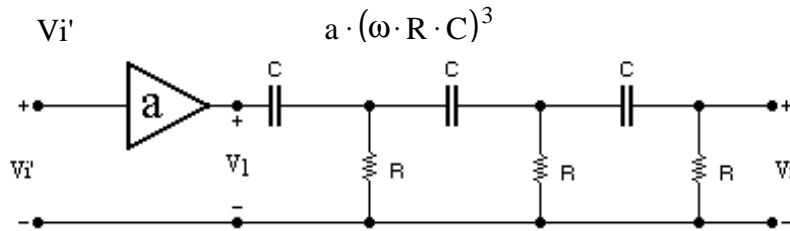
### Oscilador por rotación de fase.

Consiste en utilizar un elemento activo y una cascada de células RC que producen, cada una, una rotación de fase de 90° que sumadas dan como máximo una rotación de fase 270°.



Para alguna frecuencia se obtiene una fase de 180° que es lo que se necesita para obtener el “CRITERIO DE BARKHOUSEN”.

La salida se obtiene de la salida del elemento activo.



El estudio de este oscilador comienza con la apertura del lazo:

Puede verificarse que:

De donde:

$$\frac{Vi'}{Vi} = \frac{(w \cdot R \cdot C)^3}{(w \cdot R \cdot C)^3 - 5 \cdot (w \cdot R \cdot C) - j \cdot [6 \cdot (w \cdot R \cdot C)^2 - 1]}$$

Por lo que sí debe ser:

$$\text{Im}\left(\frac{Vi'}{Vi}\right) = 0$$

Entonces se obtiene:

$$6 \cdot (w \cdot R \cdot C)^2 - 1 = 0$$

$$\therefore w_0 = \frac{1}{\sqrt{6} \cdot R \cdot C}$$

Bajo esas condiciones

$$\frac{Vi'}{Vi} = \frac{a \cdot \frac{1}{6}}{\frac{1}{6} - 5} = -\frac{a}{29}$$

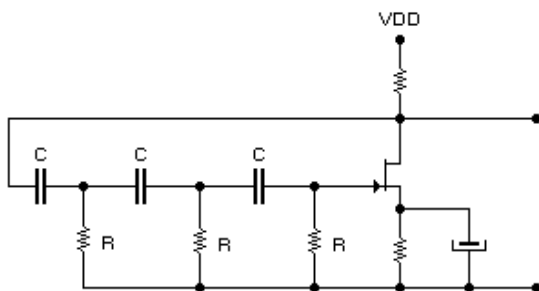
Para que el circuito oscile debe ser:

$$-\frac{a}{29} > 1$$

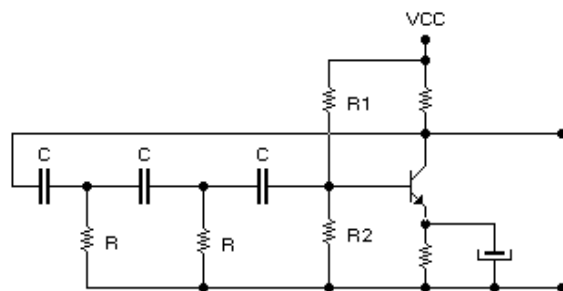
$$\therefore a < 0 \quad \text{y además} \quad |a| > 29$$

Por lo tanto debe ser un amplificador inversor con ganancia mayor que 29.

Ejemplo con un FET:

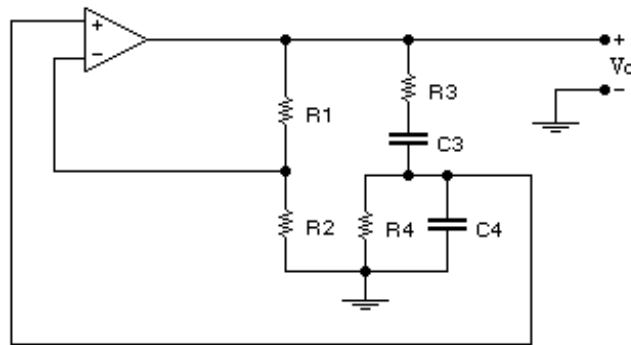


Ejemplo con un BJT:

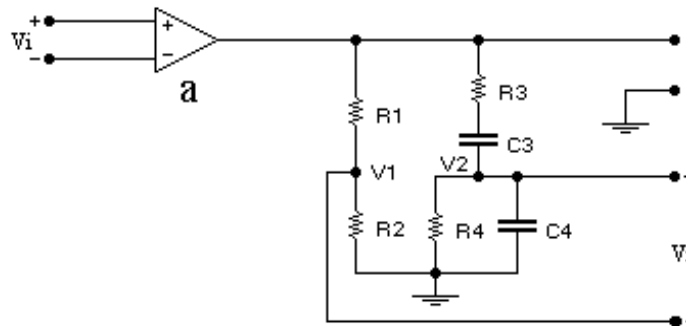


En el ejemplo con BJT debe ser  $R1//R2//hie = R$  de lo contrario, si bien oscila, lo hace a una frecuencia distinta de la calculada.

**Oscilador a puente de Wien.**



Abriendo el lazo se obtiene:



En donde debe cumplirse:

$$V_2 = a \cdot V_i = \frac{R_4 \cdot \frac{1}{C_4 \cdot S}}{R_4 + \frac{1}{C_4 \cdot S}} = \dots$$

$$= \frac{R_4 \cdot \frac{1}{C_4 \cdot S}}{R_3 + \frac{1}{C_3 \cdot S} + \frac{R_4 \cdot \frac{1}{C_4 \cdot S}}{R_4 + \frac{1}{C_4 \cdot S}}}$$

$$\dots = a \cdot V_i \cdot \frac{R_4 \cdot C_3 \cdot S}{R_3 \cdot C_3 \cdot R_4 \cdot C_4 \cdot S^2 + (R_3 \cdot C_3 + R_4 \cdot C_4 + R_4 \cdot C_3) \cdot S + 1}$$

$$V_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot a \cdot V_i$$

$$\frac{V_i'}{V_i} = \frac{V_2 - V_1}{V_i} = \dots = a \left( -\frac{R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_4 \cdot C_3 \cdot S}{R_3 \cdot C_3 \cdot R_4 \cdot C_4 \cdot S^2 + (R_3 \cdot C_3 + R_4 \cdot C_4 + R_4 \cdot C_3) \cdot S + 1} \right)$$

Para que en  $S = j \omega_0$   $V_i'/V_i$  sea real, basta con que el segundo termino lo sea, y como su numerador es imaginario, basta con que su denominador sea imaginario. Por lo tanto:

$$-R_3 \cdot C_3 \cdot R_4 \cdot C_4 \cdot \omega_0^2 + 1 = 0$$

Por lo tanto:

$$\omega_0^2 = \frac{1}{R_3 \cdot C_3 \cdot R_4 \cdot C_4}$$

Si se elige:

$$\boxed{R_3 \cdot C_3 = R_4 \cdot C_4 = \tau}$$

Por lo que resulta:

$$\boxed{\omega_0^2 = \frac{1}{\tau}}$$

Simplificando el calculo de la frecuencia

En esta frecuencia:

$$\frac{V_i'}{V_i}(j \cdot \omega_0) = a \cdot \left( -\frac{R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_4}{2 \cdot R_3 + R_4} \right) > 1$$

Por lo que para que el circuito oscile:

$$-\frac{R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_4}{2 \cdot R_3 + R_4} > \frac{1}{a}$$

Observar que si  $a > 0$ , la realimentación positiva es mayor que la negativa (la máxima realimentación positiva es para  $w = w_0$ )

### Diagrama de polos y ceros del puente de Wien.

Algunas veces se toma  $R_3 = R_4$  con lo que  $C_3 = C_4$ . En ese caso, haciendo los calculos, tenemos:

$$\frac{V_i'}{V_i} = -\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{\tau^2 \cdot S^2 + \left(2 - \frac{R_1}{R_2}\right) \cdot \tau \cdot S + 1}{\tau^2 \cdot S^2 + 3 \cdot \tau \cdot S + 1}$$

Donde se observa que tiene dos polos y dos ceros

$$POLOS: \quad \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2} \cdot \frac{1}{\tau}$$

$$CEROS: \quad \frac{\frac{R_1}{R_2} - 2 \pm \sqrt{\left(\frac{R_1}{R_2} - 2\right)^2 - 4}}{2} \cdot \frac{1}{\tau}$$

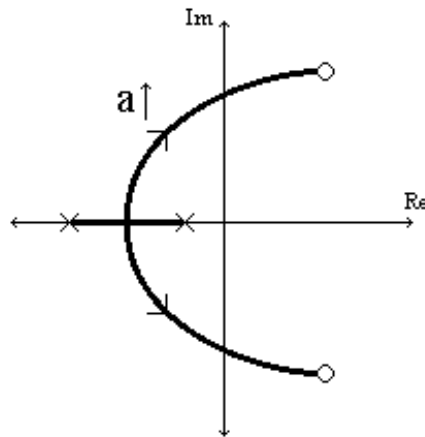
Normalmente la relación entre  $R_1$  y  $R_2$  es aproximadamente 2 ( $R_1/R_2 \sim 2$ ), pues de lo contrario resulta que la relación entre  $V_i'$  y  $V_i$  es mucho mayor que 1 ( $V_i'/V_i \gg 1$ ). Entonces los ceros son, aproximadamente:

$$\left( \frac{R_1}{2 \cdot R_2} - 1 \pm j \right) \cdot \frac{1}{\tau}$$

Por lo tanto para que el circuito oscile debe ser:

$$\frac{R_1}{2 \cdot R_2} - 1 > 0 \quad (\text{Polos positivos}) \quad \Rightarrow \quad R_1 > 2 \cdot R_2$$

Con lo que el lugar de las raíces será:



La ganancia  $a$  debe ser suficientemente alta como para que los polos estén en el semiplano real positivo.

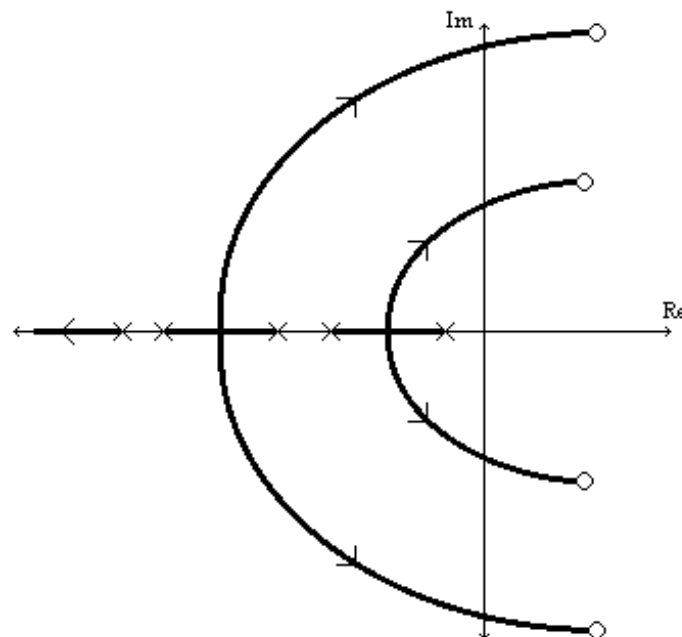
### **Estabilidad en Osciladores.**

Hay cuatro tipos de inestabilidad en osciladores:

- i) La inestabilidad inherente al oscilador
- ii) La inestabilidad que puede ocasionarse a causa de la presencia de otros polos en el amplificador, que al realimentarse se vuelve inestable generalmente en alta frecuencia.
- iii) La inestabilidad de frecuencia
- iv) La inestabilidad de amplitud

### **Inestabilidad debido a polos del amplificador.**

Supongamos que además de los polos de la red de realimentación el amplificador aporta otros polos, que es la situación que ocurre en la práctica. Ejemplificando con el puente de Wien, el nuevo lugar de las raíces será:



Por lo tanto si la ganancia en continua del amplificador es suficientemente alta, de modo que cuatro polos pasen al semiplano real positivo, se tendrán dos modos naturales de la forma:

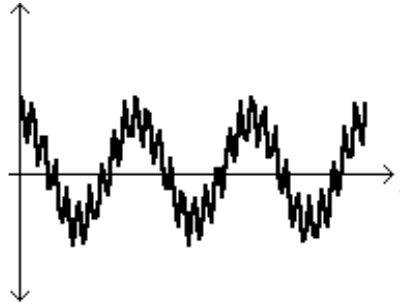
$$e^{at} \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \quad \text{para } a > 0$$

con lo cual la salida será:

$$A_1 \cdot e^{a_1 t} \cdot \text{sen}(\omega_1 \cdot t) + A_2 \cdot e^{a_2 t} \cdot \text{sen}(\omega_2 \cdot t)$$

Mientras funcione linealmente. Cuando entre en saturación, las amplitudes se acomodaran de modo que se tenga:

$$A_1 \cdot \text{sen}(\omega_1 \cdot t) + A_2 \cdot \text{sen}(\omega_2 \cdot t)$$



### Estabilidad en frecuencia.

Hasta ahora supusimos que salvo el eventual cambio de fase de  $180^\circ$  debido a la inversión de signo, la red amplificadora no producía otro defasaje. En la realidad debido a capacidades parásitas, el amplificador introduce defasajes adicionales.

La condición de Barkhausen era:

$$a \cdot \beta = -1$$

De la cual la condición sobre la frecuencia de oscilación es:

$$\arg(a \cdot \beta) = 180^\circ$$

$$\arg(a) + \arg(\beta) = 180^\circ$$

Por lo que sí se produce una variación  $\Delta \arg(a)$  debido a derivas de cualquier índole en las capacidades parásitas (envejecimiento, temperatura, dispersión, etc.) para que se mantenga la oscilación, la frecuencia deberá variar de modo que  $\arg(\beta)$  varía de modo de compensar de la siguiente manera:

$$\Delta \arg(\beta) = -\Delta \arg(a)$$

Más generalmente, si la variación es  $\Delta \phi$  y puede involucrar también parte del circuito externo (capacidades entre conductores):

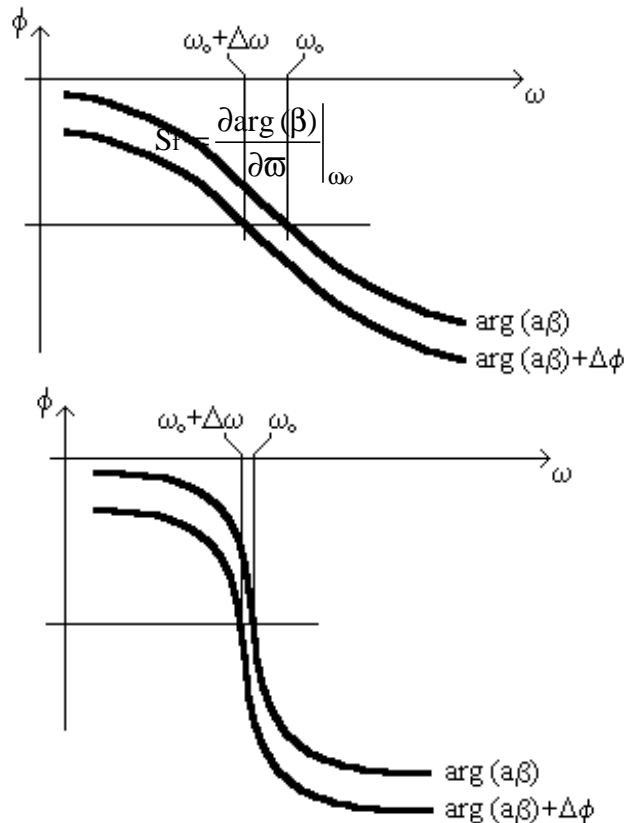
$$\Delta \arg(\beta) = -\Delta \phi$$

Pero si  $\Delta \arg(\beta)$  se produce a través de una variación de frecuencia  $\Delta \omega$ , entonces:

$$\Delta \arg(\beta) = \left. \frac{\partial \arg(\beta)}{\partial \omega} \right|_{\omega_0} \cdot \Delta \omega$$

$$\Delta \omega = \frac{-\Delta \phi}{\left. \frac{\partial \arg(\beta)}{\partial \omega} \right|_{\omega_0}}$$

Cuanto más alto sea  $\left. \frac{\partial \arg(\beta)}{\partial \omega} \right|_{\omega_0}$  menos variará la frecuencia a la que oscila el circuito.



Por lo tanto puede definirse el factor de estabilidad en frecuencia  $S_f$  como:

$$S_f = \frac{\partial \arg(\beta)}{\partial \omega} \Big|_{\omega_0}$$

Pero más importante que  $\Delta\omega$  es:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{-\Delta\phi}{\frac{\partial \arg(\beta)}{\partial \omega} \Big|_{\omega_0}}$$

Por lo que se define el factor de **estabilidad relativa de frecuencia**  $S_{fr}$  como:

$$S_{fr} = \omega_0 \cdot \frac{\partial \arg(\beta)}{\partial \omega} \Big|_{\omega_0}$$

### Calculo de $S_{fr}$ .

Si  $\beta = A + jB$  donde A y B dependen de  $\omega_1$  entonces:

$$\arg(\beta) = \arctg \frac{B}{A}$$

Por lo tanto:

$$\frac{\partial \arg(\beta)}{\partial \omega} = \frac{1}{1 + \left(\frac{B}{A}\right)^2} \cdot \frac{B' \cdot A - A' \cdot B}{A^2} = \frac{B' \cdot A - A' \cdot B}{A^2 + B^2}$$

Pero para la frecuencia de oscilación B debe ser nulo, por lo que:

$$\frac{\partial \arg(\beta)}{\partial \omega} = \frac{B' \cdot A}{A^2} = \frac{B'}{A} \Rightarrow \boxed{S_{fr} = \omega_0 \cdot \frac{B'}{A}}$$

**Nota:** El signo de  $S_{fr}$  tiene poca importancia, ya que no se sabe a priori si la desviación de fase  $\Delta\phi$  es positiva o negativa.

**Ejemplos:**

a) Oscilador a rotación de fase.

$$\arg(\beta) = \arctg \frac{6 \cdot (\omega \cdot R \cdot C)^2 - 1}{(\omega \cdot R \cdot C)^3 - 5 \cdot (\omega \cdot R \cdot C)}$$

Con lo cual:

$$S_{fr} = \frac{1}{\sqrt{6} \cdot R \cdot C} \cdot \frac{12 \cdot R \cdot C \cdot (\omega \cdot R \cdot C)}{(\omega \cdot R \cdot C)^3 - 5 \cdot (\omega \cdot R \cdot C)} = \frac{12}{\sqrt{6} \cdot [(\omega \cdot R \cdot C)^2 - 5]} = \frac{12}{\sqrt{6} \cdot \left(\frac{1}{6} - 5\right)} = -1,0135 \cong -1$$

Lo cual significa que una variación de fase de un radián produce una variación relativa de 100% en la frecuencia, o equivalentemente, una variación de un grado produce cerca del 2% de variación de frecuencia.

b) Oscilador de puente de Wien.

$$\frac{\partial \arg \left( \frac{1 - \tau^2 \cdot \omega^2 + j \cdot \left(2 - \frac{R_1}{R_2}\right) \cdot \tau \cdot \omega}{1 - \tau^2 \cdot \omega^2 + j \cdot 3 \cdot \tau \cdot \omega} \right)}{\partial \omega} = \frac{\partial \arg \left( \frac{A + j \cdot B}{A + j \cdot D} \right)}{\partial \omega} = \frac{\partial [\arg(A + j \cdot B) - \arg(A + j \cdot D)]}{\partial \omega} =$$

$$= \frac{B' \cdot A - B \cdot A'}{A^2 + B^2} - \frac{D' \cdot A - D \cdot A'}{A^2 + D^2} = -\frac{A'}{B} + \frac{A'}{D} = -\frac{-2 \cdot \tau^2 \cdot \omega}{\left(2 - \frac{R_1}{R_2}\right) \cdot \tau \cdot \omega} + \frac{-2 \cdot \tau^2 \cdot \omega}{3 \cdot \tau \cdot \omega} = 2 \cdot \tau \cdot \left( \frac{1}{2 - \frac{R_1}{R_2}} - \frac{1}{3} \right)$$

Por lo tanto se obtiene:

$$S_{fr} = 2 \cdot \left( \frac{1}{2 - \frac{R_1}{R_2}} - \frac{1}{3} \right) \cong \frac{1}{1 - \frac{R_1}{2 \cdot R_2}}$$

Por lo que se puede concluir que cuanto más próximo sea  $R_1$  a  $R_2$  mayor será  $S_{fr}$ . Teniendo en cuenta que:

$$\frac{V'}{V_i} = -\frac{a}{3} \frac{2 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \left( 1 - \frac{R_1}{2 \cdot R_2} \right) \cong 1$$

Lo cual nos lleva a:

$$S_{fr_{\text{máx.}}} \cong -\frac{2}{9} \cdot a$$

De donde se concluye que la estabilidad en frecuencia de un puente de Wien está solo limitada por la ganancia del amplificador empleado.

c) Límite teórico para osciladores a rotación de fase de tres células RC.

Si en vez de tomar los RC todos iguales se verían, la distribución de polos se modifica. Puede comprobarse que el cero en que se tiene mayor  $S_{fr}$  es cuando los tres polos coinciden. En ese caso resulta:

$$S_{fr} = 1,299 \cong 1,3$$

Por lo que se concluye que ese esquema es inherentemente malo para obtener un oscilador estable.

**d) Oscilador Colpitts.**

Cuando se considera que la  $Z_3$  es una bobina real, es decir  $Z_3 = j \cdot \omega \cdot L_3 + R_3$ , entonces resulta:

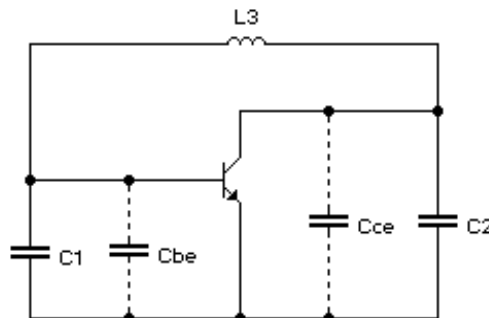
$$S_{fr} = \frac{2 \cdot \omega_0 \cdot L_3}{R_3 + \frac{r_o - R_3}{(\omega_0 \cdot C_2)^2}}$$

Para  $r_o$  grande es:

$$S_{fr} = \frac{2 \cdot \omega_0 \cdot L_3}{R_3} = 2 \cdot Q_L$$

**Oscilador Clapp.**

A veces conviene usar otra metodología en lugar de  $S_{fr}$  para sacar conclusiones con respecto a como mejorar la estabilidad en frecuencia. Por ejemplo de lo anterior se concluye que ante variaciones fijas de fase del amplificador, lo que más conviene es aumentar  $Q_L$ , pero se está soslayando el hecho de que las variaciones de fase del amplificador están condicionados a la red de realimentación, debido a la carga que está represente. Tengamos en cuenta que tales variaciones se originan por capacidades parásitas:



$$C_1' = C_1 + C_{be}$$

$$C_2' = C_2 + C_{ce}$$

Por lo que la frecuencia a la que oscila el circuito es:  $\omega_p^2 = \frac{1}{L \cdot C'}$

Donde 
$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{C_1'} + \frac{1}{C_2'}$$

Entonces

$$\frac{\Delta \omega_o^2}{\omega_o^2} = - \frac{\Delta C'}{C'}$$

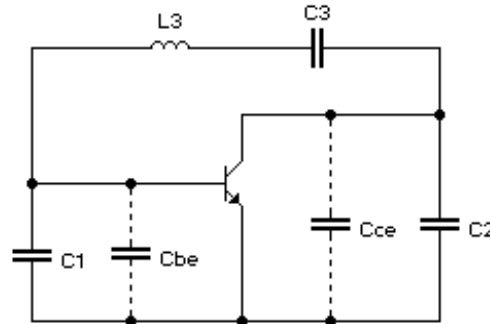
Puede verificarse que:

$$\left| \frac{\Delta C'}{C'} \right| < \left| \frac{\Delta C_1}{C_1} \right| + \left| \frac{\Delta C_2}{C_2} \right|$$

Por lo que podemos decir que:

$$\left| \frac{\Delta \omega_o^2}{\omega_o^2} \right| < \left| \frac{\Delta C_1}{C_1} \right| + \left| \frac{\Delta C_2}{C_2} \right|$$

Como  $\Delta C_i$  están asociados a las capacidades parásitas, conviene tomar  $C_i$  grandes para minimizar la variación de frecuencia. Entonces  $L_3$  debe ser pequeña para lograr la frecuencia buscada. Ocurre a veces que demasiado pequeña, por lo cual se agrega un capacitor ( $C_3$ ) en serie.



Con  $C_1$  y  $C_2$  grandes,  $X_3$  debe ser bajo y por lo tanto si  $X_{L3}$  es grande. Teniendo que cumplir que:

$$X_{L3} + X_{C3} = X_3 \cong 0$$

Con lo que  $X_{C3}$  debe ser prácticamente igual a  $X_{L3}$  con lo cual están casi en resonancia actuando como filtro para las distorsiones.

Ahora:

$$\omega^2 = \frac{1}{L \cdot C_{Total}}$$

Donde:

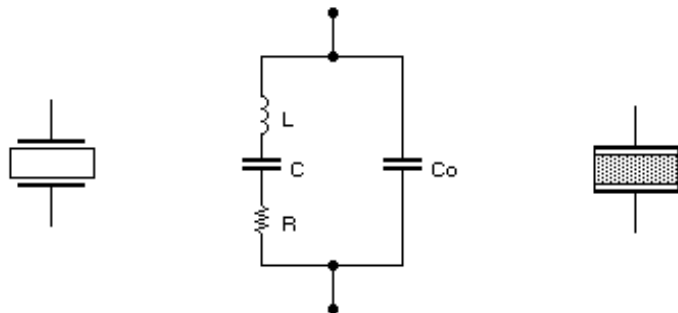
$$\frac{1}{C_{Total}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

El oscilador que posea un capacitor ( $C_3$ ) como se indicó previamente es el que se denomina Oscilador de Clapp.

**NOTA:** A pesar de que disminuye  $Q$ , y también lo hace  $S_{fr}$ , al aumentar mucho  $C_i$  estamos eliminando el origen de  $\Delta\phi$  por lo que no es necesario que  $S_{fr}$  sea alto.

### Oscilador a Cristal.

Existen cristales, entre ellos el cuarzo, la sal de Rochele, fosfato dihidrógeno de amonio (ADP o PN), etc., que presentan efecto piezoeléctrico, es decir que al aplicárseles un campo eléctrico se deforman, y reversiblemente, al deformarlos aparece en ellos un campo eléctrico. Estos cristales poseen una frecuencia de resonancia mecánica que eléctricamente se refleja como un circuito tanque como se indica:



$C_o$  es la capacidad del cristal entre los electrodos. Por ejemplo para un cristal de 90KHz, los valores son:

$$\begin{aligned} L &= 135\text{Hy} \\ C &= 0,0235\text{pF} \\ R &= 15\text{K}\Omega \\ C_o &= 3,5\text{pF} \end{aligned}$$

Para osciladores se utilizan exclusivamente cristales de cuarzo por un gran Q.  
La inductancia equivalente es:

$$Z(s) = \frac{1}{C_0 \cdot s} \cdot \frac{\left(s^2 + \frac{1}{L \cdot C}\right) + \frac{R}{L} \cdot s}{s^2 + \frac{1}{L} \cdot \left(\frac{1}{C} + \frac{1}{C_0}\right) + \frac{R}{L} \cdot s}$$

$$Z(j \cdot \omega) = -\frac{j}{\omega \cdot C_0} \cdot \frac{\omega^2 - \frac{1}{L \cdot C} - j \frac{R}{L} \cdot \omega}{\omega^2 + \frac{1}{L} \cdot \left(\frac{1}{C} + \frac{1}{C_0}\right) + j \frac{R}{L} \cdot \omega}$$

Hay dos frecuencias de resonancias con este tipo de circuito:

$$\omega_{\text{Serie}} = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}}$$

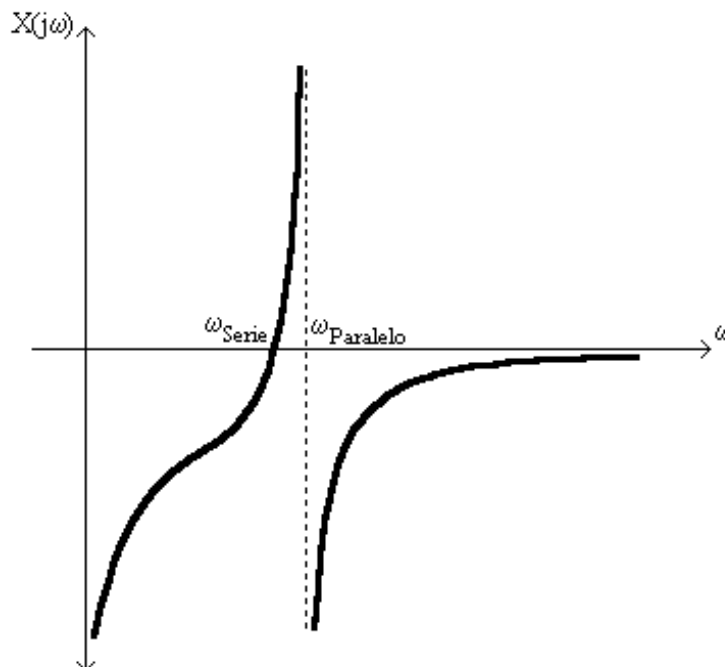
$$\omega_{\text{Paralelo}} = \sqrt{\frac{1}{L} \cdot \left(\frac{1}{C} + \frac{1}{C_0}\right)}$$

Como:

$$C_0 \gg C \Rightarrow \omega_{\text{Paralelo}} \geq \omega_{\text{Serie}}$$

Si se desprecia la resistencia se tiene que la reactancia equivalente vale:

$$X(j \cdot \omega) \cong -\frac{1}{\omega \cdot C_0} \cdot \frac{\omega^2 - \omega_{\text{Serie}}^2}{\omega^2 - \omega_{\text{Paralelo}}^2}$$

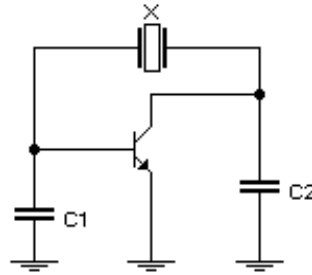


Esto implica que se lo puede emplear como inductivo entre  $\omega_{\text{Serie}}$  y  $\omega_{\text{Paralelo}}$ , reemplazando a una inductancia.

**Ejemplos:**

1) Oscilador de Pierce.

En un oscilador Colppits en el cual se reemplazó la inductancia por un cristal:



La frecuencia de oscilación se ajustará al cristal, ya que debe ser:

$$X(j \cdot \omega) = \frac{1}{\omega} \cdot \left( \frac{1}{C_1} \cdot \frac{1}{C_2} \right)$$

La solución de esta ecuación exige que  $X(j \cdot \omega) > 0$ , por lo tanto la frecuencia estará entre  $\omega_{\text{Serie}}$  y  $\omega_{\text{Paralelo}}$  que son muy similares.

En el ejemplo del cristal anterior.

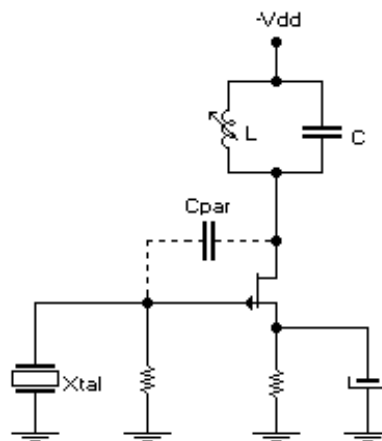
$$\omega_{\text{Serie}} = 89355\text{Hz}$$

$$\omega_{\text{Paralelo}} = 89655\text{Hz}$$

Ambos valores están dados al 0,4%.

Esto no simplifica que la frecuencia puede fluctuar entre dichos valores, ya que ello ocurrirá sólo si los capacitores fluctuaron entre los valores cero e infinito. Una vez fijados los capacitores, la variación de los mismos (por capacidades parásitas, temperatura, envejecimiento) será pequeña, por lo tanto la variación de frecuencia será también pequeña, mucho menor que el 0,4% anterior.

2) Oscilador Hartley a cristal.

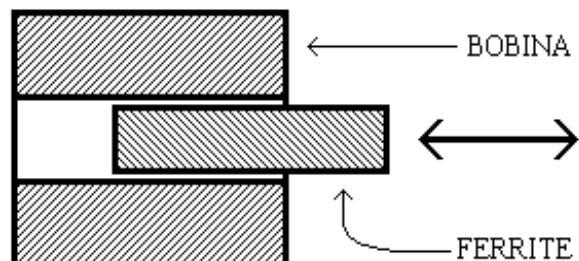


El circuito tanque tiene dos funciones que cumplir:

- a) Brindar una reactancia inductiva a la frecuencia del cristal.
- b) Filtrar las componentes armónicas debidas a la saturación del FET.

El ajuste de la inductancia (L) es a través de un ferrite que se introduce en la bobina a profundidad variable:

Se ajusta de modo que la resonancia esté próxima a la del cristal . La capacidad se obtiene como capacidad parásita.



**Estabilidad en amplitud.**

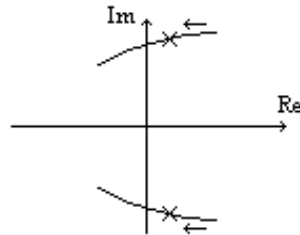
Hay dos fenómenos vinculados con la amplitud de un oscilador:

- a) la distorsión
- b) la inestabilidad de amplitud

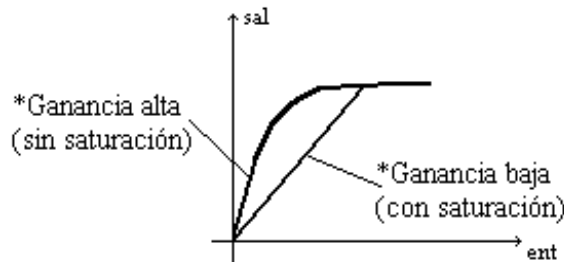
Ambos fenómenos están asociados con la saturación y la variación de parámetros. Habíamos visto que el hecho de que la amplitud no aumentara constantemente obedecía a que había una especie de realimentación de amplitud – ganancia.

Esto se puede interpretar como:

Aumento de la amplitud → baja la ganancia → los polos del lugar de las raíces vuelven al eje imaginario.

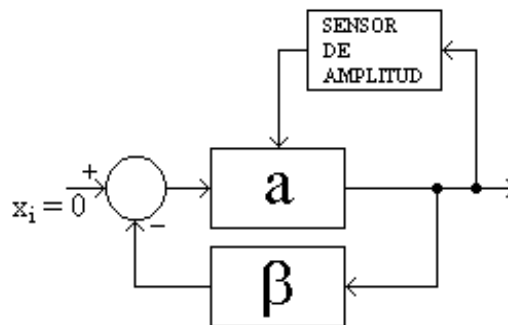


Esta “realimentación” tiene el inconveniente de que el censado es destructivo, es decir va siempre acompañado por una distorsión a causa de la no-linealidad, es decir:

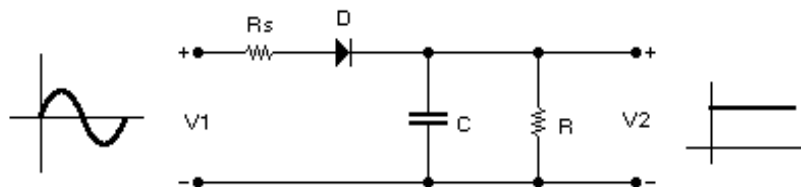


Por otra parte, si por derivas fluctúa el nivel de saturación, se modifica la amplitud.

La idea para solucionar estos problemas consiste en sustituir esta realimentación amplitud – ganancia espontánea debido a la no-linealidad por una realimentación que permite que el amplificador funcione linealmente. Esquemáticamente:



Donde se supone que el amplificador **a** posee un medio para variar su ganancia. El sensor de amplitud consiste en un simple rectificador con filtro:



Si  $V1 = \hat{V}1 \text{ se } (\omega \cdot t)$ , entonces  $V2 = \frac{R}{R + Rs} \hat{V}1$

Suponiendo que el filtrado es suficiente como para que pueda despreciarse al ripple.

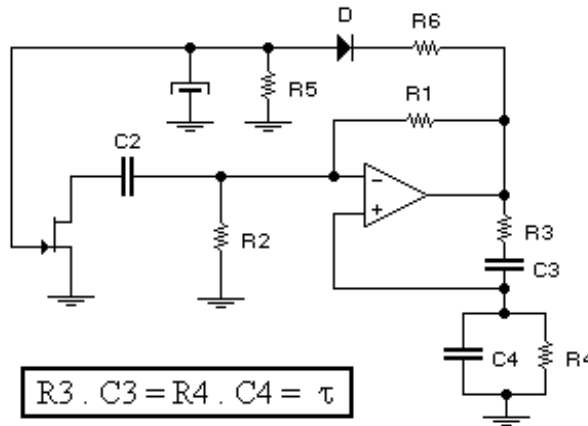
El medio para variar la ganancia puede ser una modificación de las condiciones de polarización, o la variación de algún parámetro como ser una resistencia, empleando un FET como resistencia controlada por tensión.

De este modo, la amplitud de salida será aquella que haga que la ganancia de lazo sea  $-1$  y por lo tanto se tengan los polos exactamente en el eje imaginario. Si se diseña el circuito de modo que dicha amplitud permita un funcionamiento bien lineal, la forma de la salida será senoidal con un alto grado de pureza.

**Ejemplos:**

**Ejemplo 1:**

**Puente Wien (1)**



Recordemos la relación que se debe dar para oscilación:

$$-\frac{R'2}{R1 + R'2} + \frac{R4}{2 \cdot R3 + R4} \geq \frac{1}{a} \cong 0, \quad \text{donde} \quad R'2 = R2 // r_{ds}$$

Despreciando 1/a, se tiene, para que oscile:

$$\frac{R4}{2 \cdot R3 + R4} > \frac{R'2}{R1 + R'2}$$

la cual se reduce a:

$$\frac{R'2}{R1} < \frac{R4}{2 \cdot R3} \quad (*)$$

Para que el FET funcione en su zona de resistencia controlada por  $V_{GS}$ , su tensión  $V_{DS}$  debe ser baja, por lo tanto la tensión en  $R_2$  debe ser pequeña, de donde la ganancia de la parte inversora debe ser alta,

$$\frac{R2}{R1} \ll 1$$

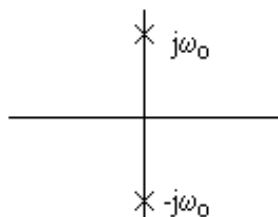
O lo que es lo mismo:

$$\frac{R2}{R1 + R2} \cdot \hat{V}_1 \ll 1V$$

Por lo que se puede tomar

$$R4 \ll 2 \cdot R3$$

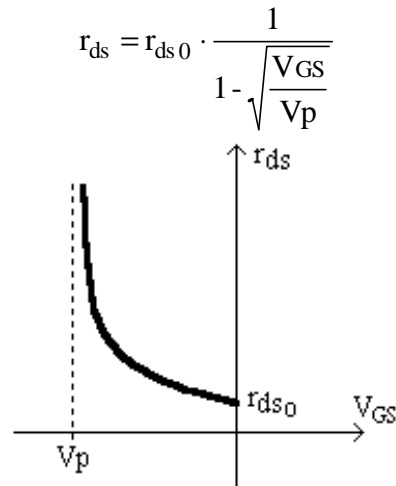
Como inicialmente se cumple la desigualdad (\*), la amplitud comienza a aumentar, por lo tanto la tensión  $V_{GS}$  se hace más negativa (el rectificador toma los hemiciclos negativos), aumentando así  $r_{ds}$ , con lo cual el valor efectivo de  $R_2$  aumenta, hasta que en la mencionada desigualdad (\*) se alcanza la igualdad, momento en el cual los polos se encuentran sobre el eje imaginario:



Y por lo tanto la oscilación es senoidal pura.

**Calculo de la amplitud de oscilación.**

La resistencia  $r_{ds}$  de FET en su zona de resistencia controlada es:



La oscilación senoidal pura se da cuando:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{2 \cdot R_3}$$

$$R_2' = R_2 // r_{ds} = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{r_{ds}}} = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{r_{ds0} \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{V_{GS}}{V_p}}\right)}}$$

$$\therefore \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{r_{ds0} \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{V_{GS}}{V_p}}\right)}} = \frac{R_4}{2 \cdot R_3}$$

$$\therefore \frac{1}{R_2} + \frac{1}{r_{ds0} \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{V_{GS}}{V_p}}\right)} = \frac{2 \cdot R_3}{R_4}$$

De donde, despejando:

$$V_{GS} = V_p \cdot \left[ 1 + \left( \frac{R_1}{R_2} - \frac{2 \cdot R_3}{R_4} \right) \cdot \frac{r_{ds0}}{R_1} \right]^2$$

Pero  $V_{GS} = -V_{OM} \cdot \frac{R_5}{R_5 + R_6}$ , de donde

$$V_{OM} = \left( 1 + \frac{R_6}{R_5} \right) \cdot |V_p| \cdot \left[ 1 + \left( \frac{R_1}{R_2} - \frac{2 \cdot R_3}{R_4} \right) \cdot \frac{r_{ds0}}{R_1} \right]^2$$

Teniendo en cuenta que  $r_{ds0} \ll R_1$ , resulta la siguiente aproximación:

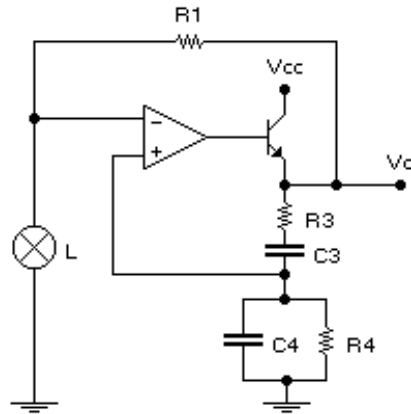
$$V_{OM} \cong \left( 1 + \frac{R_6}{R_5} \right) \cdot |V_p|$$

Esto significa que el FET esté funcionando próximo a  $V_p$ , es decir cerca del corte.

**Ejemplo 2:**

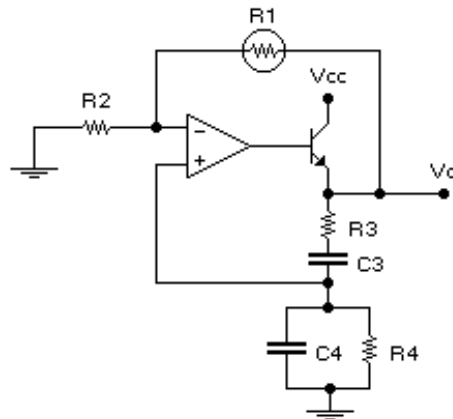
**Puente Wien (2)**

En el mismo puente de Wien puede lograrse la variación de ganancia buscada sustituyendo R2 por una lámpara incandescente, cuya resistencia varía al variar la corriente eficaz, a causa de la variación de temperatura. Al aumentar la corriente aumenta la temperatura, aumentando la resistencia. El inconveniente de esto es que se requiere una corriente elevada (dicho problema no era tal con válvulas). Puede solucionarse con un seguidor de emisor.



Un aumento de la amplitud de salida implica un aumento de la resistencia de la lámpara, con lo cual se ve un incremento de la realimentación negativa, esto tiende a bajar la amplitud de la señal de salida.

Otra versión es con un termistor en lugar de R1.



Otra versión sería posible de la siguiente forma:

