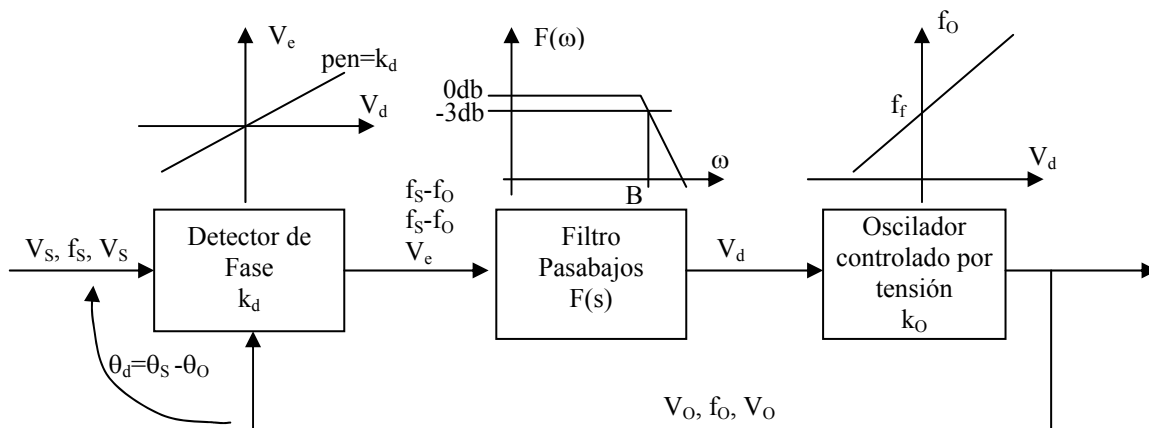


Cap. 2.- PLL - PHASE LOOP LOCKED - Lazos Enganchados en Fase

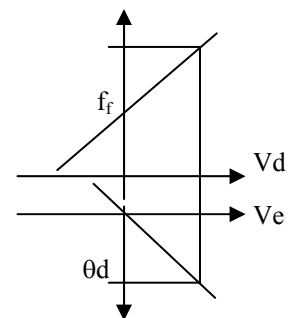
General

- Es un circuito que permite que una señal de referencia externa, controle la frecuencia y la fase de un oscilador.
- El primer uso documentado de un PLL fue en 1923, en un receptor homodino o sincrodino, pero no fue hasta los años 60, con la aparición de los circuitos integrados que se los comenzó a usar profusamente.

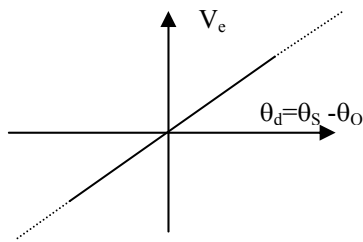
Diagrama en bloques y principio de funcionamiento



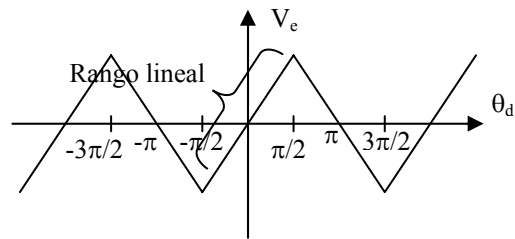
- El VCO (Voltage Controlled Oscillator) oscila libremente a una frecuencia, determinada por una red RC o LC, llamada frecuencia de corrida libre f_f (free frequency). Esta frecuencia es comparada con la frecuencia f_s de una señal de referencia en el detector de fase (que se comporta como un mezclador cuando excede su rango lineal, esto se demostrará en la próxima sección), el cual entrega la mezcla de ambas $f_s - f_o$ o $f_o - f_s$ dependiendo cual es mayor. Los productos de alta frecuencia tal como $f_s + f_o$, $2f_s$, $2f_o$, etc. son eliminados por el filtro pasabajos $F(s)$.
- Si la frecuencia de la señal V_e ($f_s - f_o$ o $f_o - f_s$) es lo suficientemente baja para que el filtro pasabajos no la atenúe ni la desfase en exceso, V_d controlará el VCO, tendiendo a reducir la diferencia de frecuencias hasta que se igualen.
- Una vez que se sincronizan V_o y V_s , esto es $f_o = f_s$, el detector de fase entrega una tensión V_e , con una componente continua estable necesaria para que el VCO iguale la frecuencia de la señal de referencia. En este caso se establece una diferencia de fase θ_d para producir la tensión V_e antedicha.



Demostración de que el comparador de fase se comporta como un mezclador cuando se excede su rango lineal



Comparador de fase ideal



Comparador de fase real

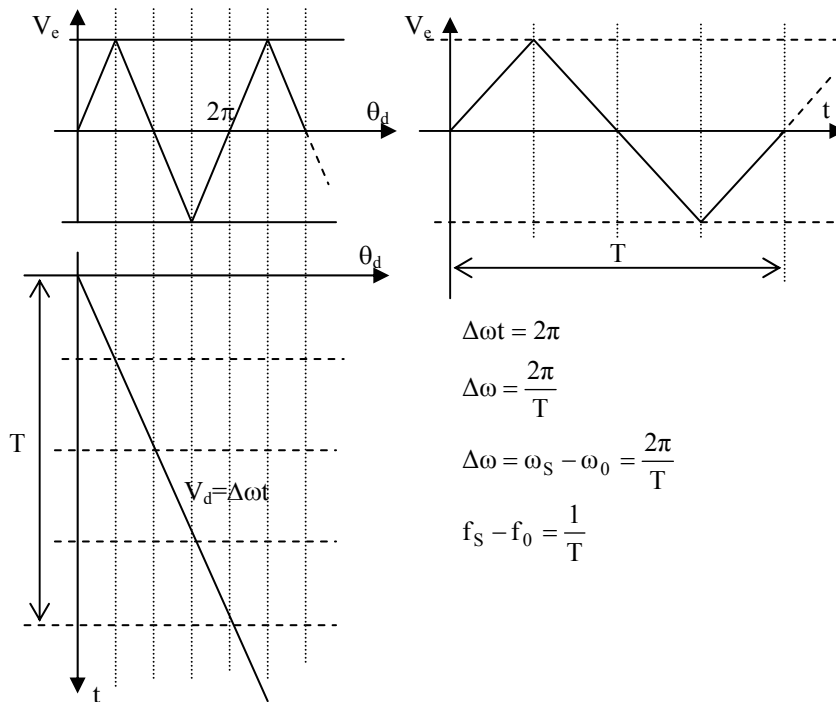
Sea $V_0 = \cos(\omega_0 t + \Theta_0)$ y $V_S = \cos(\omega_S t + \Theta_S)$

si $\omega_S = \omega_0 + \Delta\omega \therefore \omega_S t = \omega_0 t + \Delta\omega t$ entonces se puede expresar que

$V_S = \cos(\omega_0 t + \Delta\omega t + \Theta_S) = \cos(\omega_0 t + \theta_S)$

$\theta_d = \theta_S - \theta_0 = \Delta\omega t + \Theta_S - \Theta_0$ si forzamos $\Theta_S = \Theta_0 = 0$

$\theta_d = \Delta\omega t$ que crece monótona con el tiempo



La frecuencia fundamental de $V_e(t)$ es la diferencia $f_S - f_0$.

Estados de funcionamiento

Estado de corrida libre

- Esta condición ocurre cuando no hay señal de entrada o hay una señal de entrada a la cual el lazo no tiene posibilidades de enganchar. En esta condición, generalmente $V_d=0$ o $V_d \approx V_{DD}/2$, cuando el chip es alimentado con una fuente de tensión V_{DD} no partida.

Estado fijo

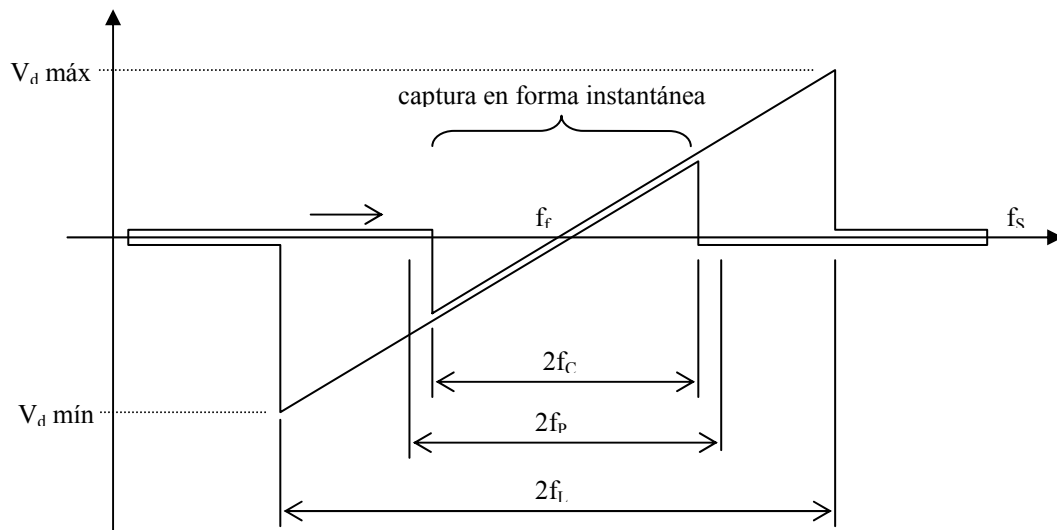
- Es el que corresponde cuando el lazo está enganchado en fase. $f_o=f_s$ salvo una diferencia finita de fase θ_d .
- Cuando un lazo está enganchado por cada ciclo de la señal de entrada, hay uno y solo un ciclo de la señal de salida. Si el comparador de fase no excede su rango lineal se asegura el cumplimiento de esta condición.

Estado de captura

- Es el estado previo al fijo, es cuando el VCO está cambiando de frecuencia, intentando enganchar la frecuencia de la señal de referencia.

Rangos de funcionamiento

- Es conveniente definir los rangos de funcionamiento a partir de las variaciones de V_d cuando se varía la frecuencia de la señal de referencia.



f_f : frecuencia de corrida libre

$2f_c$: rango de captura

$2f_p$: rango de tracción

$2f_L$: rango de seguimiento

siempre se cumple que $2f_c < 2f_p < 2f_L$

- El rango de seguimiento $2f_L$ no depende de las características del filtro. Los límites superior y/o inferior quedan definidos por el dispositivo que primero se sature, puede ser el comparador de fase, el VCO o algún otro dispositivo activo del lazo.
- El rango de captura $2f_C$ y el rango de tracción $2f_P$ dependen entre otras cosas, del filtro pasabajos.
- Las características del filtro, entre otras cosas, limitan la rapidez en que el estado fijo puede ser alcanzado, ya que la tensión del capacitor del filtro pasabajos no puede cambiar instantáneamente, oficiando el capacitor de memoria, asegurando una rápida recaptura de la señal, si el sistema sale de sincronismo por un transitorio de ruido.
- El proceso de adquisición del estado fijo, es complicado, no lineal, y de difícil análisis, por lo cual acá solo se analizará el PLL ya en estado fijo.
- Una vez que el proceso de corrección (o adquisición del sincronismo en el lazo, o fijación del lazo) se ha completado, el PLL va a seguir automáticamente las variaciones de la señal de entrada.
- Si esta señal es más bien estable, con poco ruido y disturbios, el lazo necesita muy poca información para reproducirla fielmente. En este caso, un filtro de ancho de banda muy pequeño (puede ser tan angosto como 1 o 2Hz) es suficiente. El uso del PLL reduce tremendamente el contenido de ruido de la señal de entrada.
- El lazo funciona como un filtro de frecuencia variable y de pequeño ancho de banda, que puede seguir automáticamente una señal de referencia, aun cuando esta posea una relación señal a ruido muy pobre.

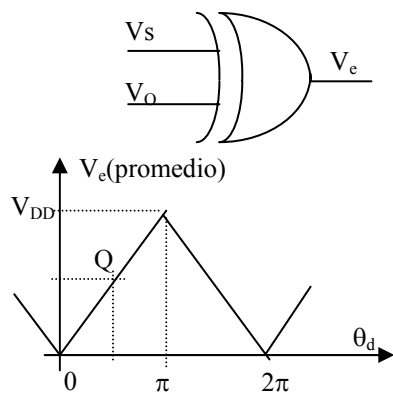
Aplicaciones del PLL

- Los PLL se usan básicamente para:
 - Generadores de portadoras para emisión con modulación de ángulo o no.
 - Generación de osciladores locales en recepción.
 - Sintetizadores de frecuencia.
 - Demoduladores de señales moduladas en ángulo.
 - Recuperación de impulsos de reloj en transmisiones digitales.
 - Circuitos de sincronismo para barrido horizontal y vertical en receptores de televisión.
 - Recepción de señales satelitales de satélites no geoestacionarios.
 - etc.
- Más adelante se analizarán algunas aplicaciones específicas.

Detectores de fase

Detector de fase con puerta XOR

- La puerta XOR es un comparador de desigualdad, cuando sus entradas tienen niveles lógicos distintos la salida es alta.
- Es sensible a los cambios del ciclo de trabajo (duty cycle).
- Da un valor de continua estable para armónicos de la señal de entrada, posibilitando que el PLL sincronice con armónicos.



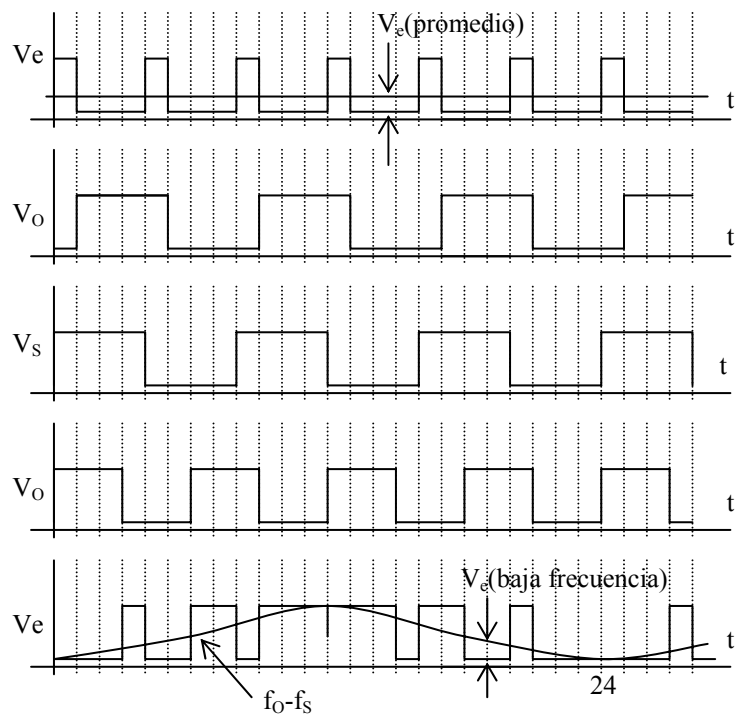
$$V_e = k_d \cdot \theta_d$$

$$\theta_d = \theta_s - \theta_o$$

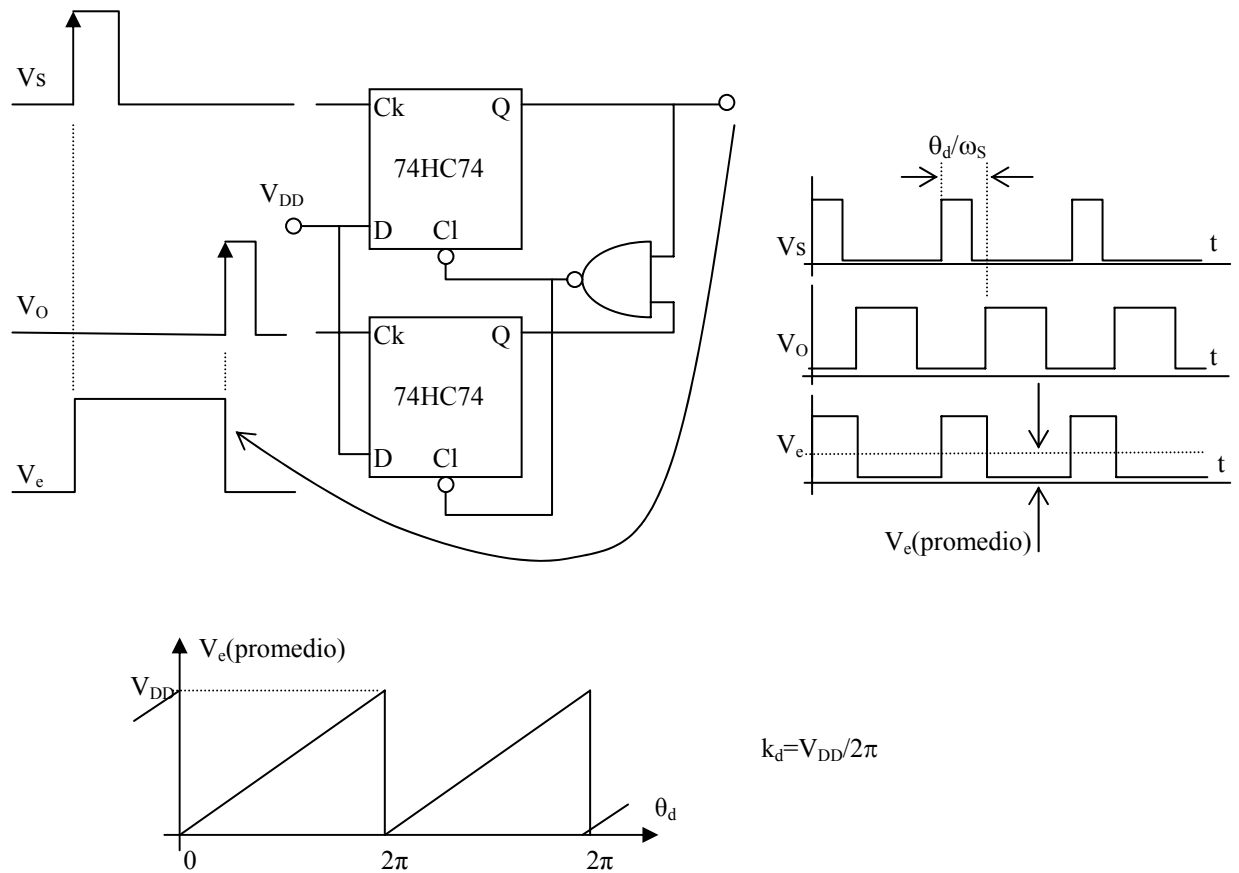
$$k_d = \frac{V_{DD}}{\pi}$$

$$f_s = \frac{1}{8} \quad f_o = \frac{1}{6}$$

$$f_o - f_s = \frac{1}{6} - \frac{1}{8} = \frac{1}{24}$$



Detector de fase controlado por flancos

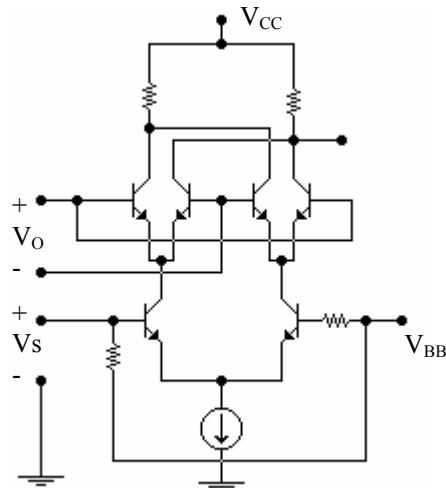


- Tiene el doble de rango lineal que la puerta XOR, por lo tanto el PLL tiene mejor captura y seguimiento.
- Es sensible a armónicos de la señal de entrada.
- Esta versión, demasiado simple, es sensible al cambio del duty cycle, resultando extraños errores.
- Para evitar la sensibilidad al duty cycle, y a los armónicos, existen detectores de fase más elaborados como el MC4044 (4π radianes) o como el comparador II del CD4046 que está elaborado con 4 flip flops. Normalmente cuanto más complicados son los detectores, menor es la máxima frecuencia de trabajo.

Multiplicador como detector de fase (MC1496)

- Este circuito se usa en una gran variedad de PLL integrados, y también tiene aplicación como modulador balanceado, mezclador y detector de producto.

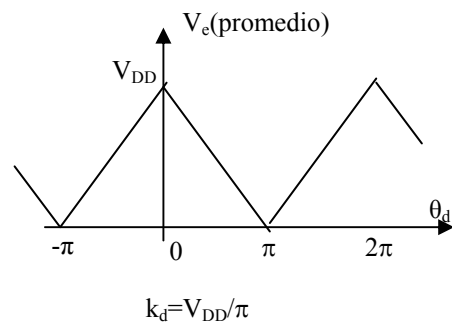
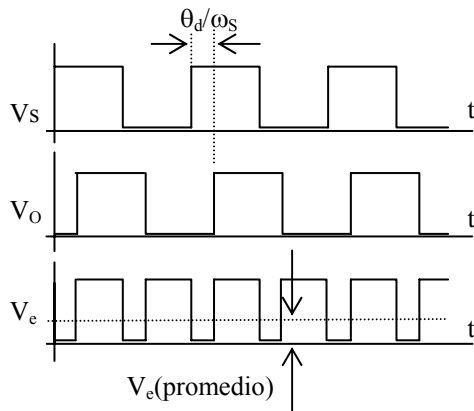
- Este circuito no necesita que las señales sean cuadradas, mientras una, o ambas sean lo suficientemente intensas como para que los transistores trabajen en una zona no lineal.
- En una aplicación del PLL como demodulador de FM, la entrada del VCO, puede ser cuadrada, mientras que la señal de FI puede ser senoidal, la función de transferencia resulta en vez de triangular, cosenoidal.



V_S	V_O	V_e
-	-	+
-	+	-
+	-	+
+	+	-

} Ley del producto

ver
MC1357
MC3357
MC3359



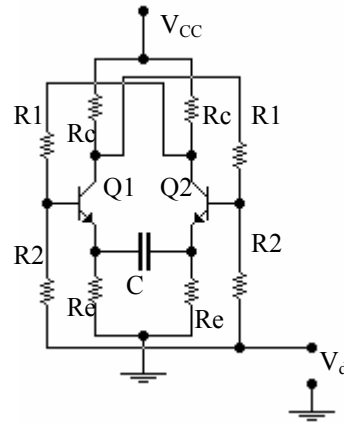
Osciladores controlados por tensión (VCO)

- Hay muchos tipos de VCO, pero los más comunes son los astables o de relajación y el oscilador senoidal LC sintonizado por diodo varicap.

Multivibrador astable controlado por tensión (MC4324, LM566, XR-2206, 8038, etc.)

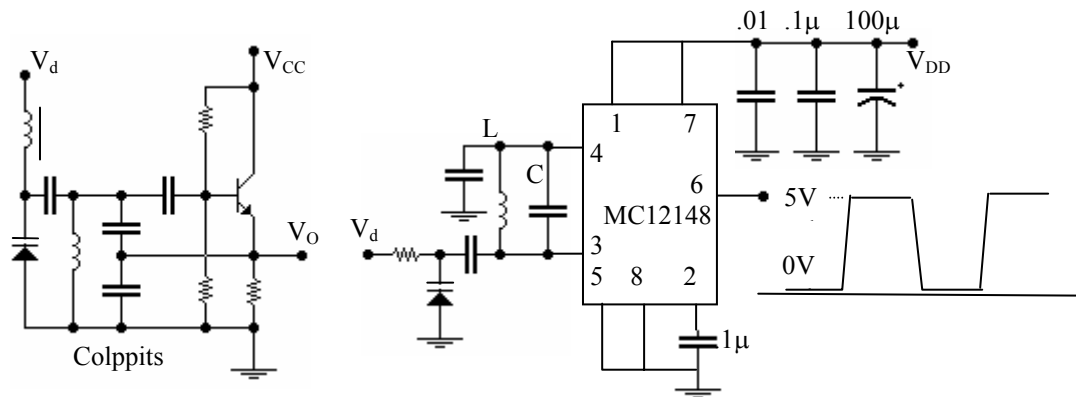
- La variación de la frecuencia con la tensión es bastante lineal y la salida del VCO es una onda cuadrada, lo cual es una ventaja para el comparador de fase por los flancos abruptos.

- La mayoría son de capacitor único, pero muchos más complicados que el que se muestra en figura, pero se basan en el mismo principio.
- En los circuitos utilizados, las R_e se substituyen por fuentes de corriente, lo que hace que las exponenciales de carga y descarga del capacitor C , se transforman en rampas, resultando que el período T sea una función lineal de la tensión de control V_d .



Oscilador LC sintonizado con diodo varicap

- Se usan en alta frecuencia, o cuando se desea una forma de onda senoidal.
- También se usa osciladores a cristal sintonizado por diodo varicap, para casos muy específicos, donde se desea alta estabilidad y bajo ruido, pero adolecen de tener un rango de sintonía muy limitado.



- El MC12148 (tecnología MOSAIC III) es el reemplazo directo del MC1648 (obsoleto), llega a 1100MHz con onda cuadrada (en realidad trapezoidal)

Función de transferencia del PLL

- Las funciones de transferencia, son aplicables solo a sistemas lineales invariantes en el tiempo.
- En los PLL, al igual que la polarización de los transistores, algunos valores de reposo, no están vinculados en forma lineal. Por lo tanto se buscará un modelo equivalente lineal válido únicamente en un restringido rango de operación.
- Un sistema lineal invariante en el tiempo, está definido por la siguiente ecuación diferencial lineal:

$$a_0 y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} \dot{y} + a_n y = b_0 x^{(m)} + b_1 x^{(m-1)} + \dots + b_{m-1} \dot{x} + b_m x$$

donde $n \geq m$, transformado por Laplace a ambos miembros,

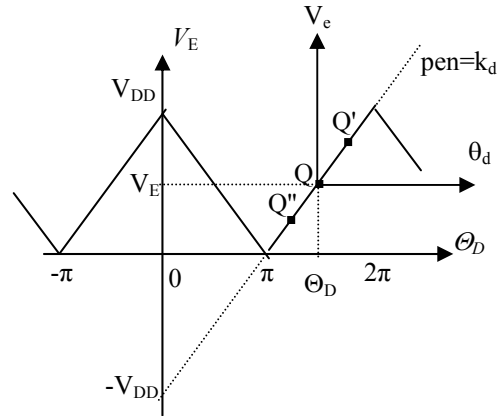
$$F(s) = \frac{y(s)}{x(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} \quad \text{Función de transferencia}$$

F(s), es una propiedad del sistema, el valor de n da el orden del sistema.

- El siguiente detector de fase, no tiene una función de transferencia, ni aún para la línea punteada:

$$V_E(t) = -V_{DD} + k_d \theta_D(t)$$

$$a_n y = -V_{DD} + b_m x$$



La última ecuación no satisface la ecuación diferencial lineal exigida.

- Sin embargo si se intenta encontrar la función de transferencia de todos modos, transformando por Laplace la ecuación de la recta:

$$V_E(s) = -\frac{V_{DD}}{s} + k_d \theta_D(s)$$

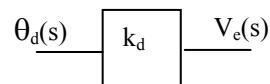
$$F(s) = \frac{V_E(s)}{\theta_D(s)} = k_d - \frac{V_{DD}}{s \theta_D(s)}$$

la posible función de transferencia no es tal, ya que depende de la entrada.

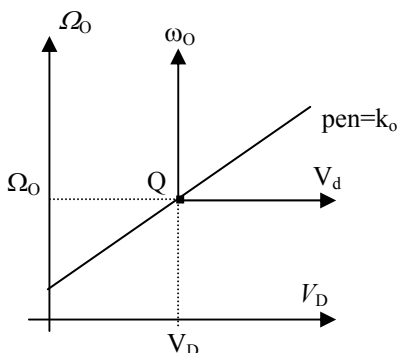
- Por esta razón, solo se desarrollará un modelo matemático para variaciones alrededor del punto de trabajo Q. A diferencia de los transistores, las relaciones de pequeña señal no dependen del punto de trabajo Q, por ser tramos lineales, tanto en el detector como en el VCO, siempre y cuando el PLL no salga de su estado fijo (ver Q, Q' y Q'').

Función de transferencia del detector

$$V_e(t) = k_d \theta_d(t), \quad V_e(s) = k_d \theta_d(s) \quad \therefore \frac{V_e(s)}{\theta_d(s)} = k_d$$



Función de transferencia del VCO

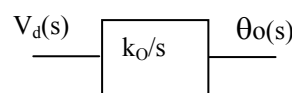


$$\omega_0(t) = k_o V_d(t)$$

$$\omega_0(t) = \frac{d\theta_0(t)}{dt} \quad \therefore \theta_0(t) = \int \omega_0(t) dt$$

$$\theta_0(t) = k_o \int V_d(t) dt$$

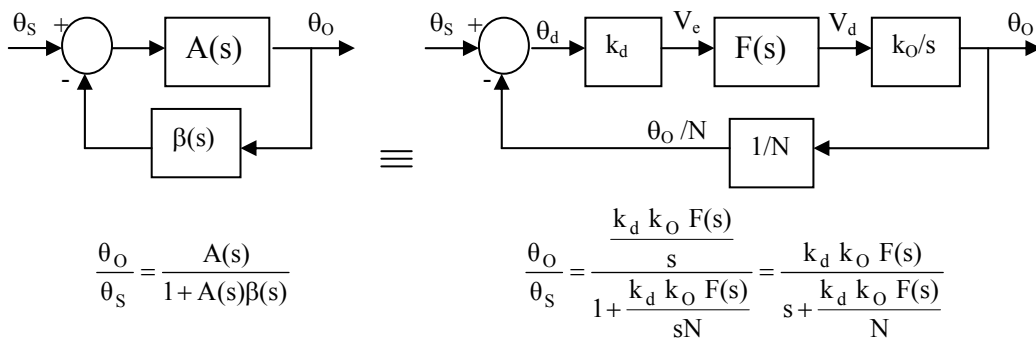
$$\theta_0(s) = \frac{k_o}{s} V_d(s)$$



- El VCO, actúa para la fase como un integrador, por lo tanto ningún error estático (V_e y θ_d) puede mantenerse en el tiempo debido a este efecto.
- También puede advertirse que el efecto promediador (integrador) del VCO ayuda a mantener constante la fase de salida θ_o , durante perturbaciones momentáneas en la entrada θ_s .

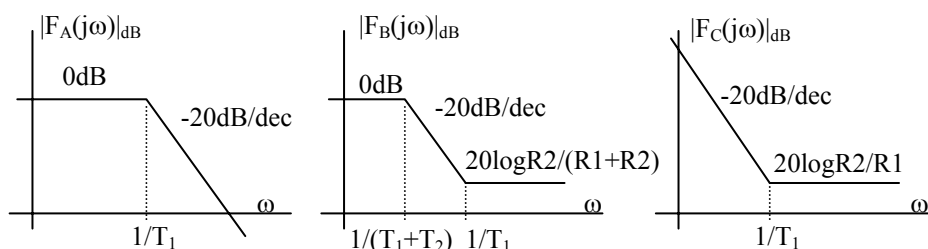
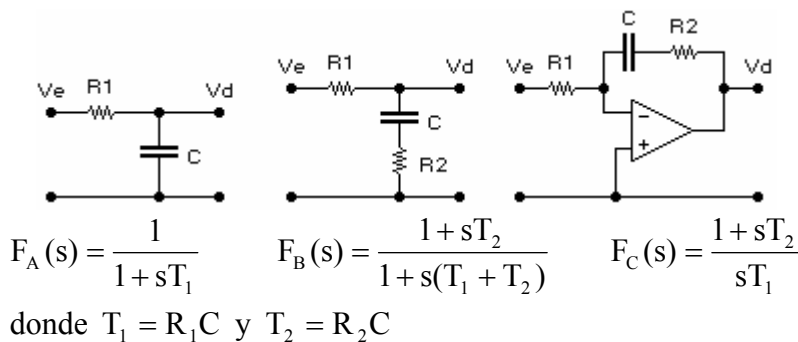
Función de transferencia total

- Combinando todos los bloques constitutivos se obtiene la función de transferencia :



Filtro pasabajos (FPB)

- El filtro pasabajos tiene dos importantes funciones. Primero, elimina el ruido y cualquier componente de alta frecuencia de la salida del detector de fase, tales como f_s+f_o , armónicas de f_s y f_o , etc., dejando pasar solo la componente de baja frecuencia f_s-f_o o f_o-f_s cuando se está adquiriendo el estado fijo, una continua, o pequeñas variaciones cuando el PLL ya está en estado fijo.
- Segundo, es el bloque más importante en la determinación de las características dinámicas del lazo, rango de captura, respuesta en frecuencia y respuesta transitoria.
- Los filtros pasabajos más comunes usados en PLL son los siguientes:



Función de transferencia del PLL con FPB $F_B(s)$

$$\frac{\theta_o}{\theta_s} = \frac{k_d k_o (1+sT_2)}{s+s^2(T_1+T_2)+\frac{k_d k_o(1+sT_2)}{N}} = \frac{k_d k_o}{T_1+T_2} \frac{1+sT_2}{s^2+s\frac{1+k_d k_o T_2/N}{T_1+T_2}+\frac{k_d k_o}{N(T_1+T_2)}}$$

- El tipo de respuesta queda fundamentalmente definido por los coeficientes del polinomio denominador. Las características de las respuestas de las funciones de transferencia de 2do orden se especifican en función del coeficiente de amortiguamiento ζ y la frecuencia natural ω_n .
- No debe establecerse ninguna relación entre el ω de la función de transferencia y el ω_S o ω_O , frecuencias de entrada y salida del PLL. Son absolutamente independientes y normalmente $\omega_n \ll \omega_S$.
- Se sabe de la teoría de los servomecanismos que:

$$\frac{\theta_o}{\theta_s} = \frac{k_d k_o}{T_1+T_2} \frac{T_2 s+1}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2} \quad \text{por comparación} \quad \boxed{\omega_n = \sqrt{\frac{k_d k_o}{N(T_1+T_2)}}}$$

$$\xi = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{N(T_1+T_2)}{k_d k_o}} \left(\frac{1+k_d k_o T_2/N}{T_1+T_2} \right) \quad \xi = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{N}{k_d k_o(T_1+T_2)}} + T_2 \sqrt{\frac{k_d k_o}{N(T_1+T_2)}} \right)$$

$$\text{queda} \quad \xi = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k_d k_o}{N(T_1+T_2)}} \left(T_2 + \frac{N}{k_d k_o} \right) \quad \text{entonces} \quad \boxed{\xi = \frac{\omega_n}{2} \left(T_2 + \frac{N}{k_d k_o} \right)}$$

$$\text{despejando} \quad T_2 = \frac{2\xi}{\omega_n} - \frac{N}{k_d k_o}$$

- El tipo de un sistema es el número de polos en el origen de la función de transferencia a lazo abierto. Con el FA(s) y FB(s) el sistema es de 2do orden tipo 1, pero con el filtro FC(s), el sistema es de 2do orden tipo 2. Esta clasificación está relacionada con el error de fase para distintos tipos de señal de entrada.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [\theta_d(t)] = \lim_{s \rightarrow 0} [s \theta_d(s)]$$

el teorema del valor final expresa que

$$\text{donde} \quad \theta_d(s) = \frac{1}{1+A(s)\beta(s)} \theta_s(s)$$

si se aplica un escalón de posición

$$\theta_s(t) = C_p \quad \text{para } t \geq 0$$

transformando por Laplace

$$\theta_s(s) = \frac{C_p}{s}$$

si se aplica un escalón de velocidad

$$\theta_s(t) = C_v t \quad \text{para } t \geq 0$$

transformando por Laplace $\theta_s(s) = \frac{C_V}{s^2}$

si se aplica un escalón de aceleración $\theta_s(t) = C_A t^2$ para $t \geq 0$

transformando por Laplace $\theta_s(s) = \frac{2C_A}{s^3}$

- Las expresiones de la ganancia de lazo abierto para un filtro pasabajos tipo B y tipo C son respectivamente

$$A(s)\beta(s) = \frac{k_d k_O}{sN} \frac{1+sT_2}{1+s(T_1+T_2)} \qquad A(s)\beta(s) = \frac{k_d k_O}{sN} \frac{1+sT_2}{sT_1}$$

la primera es de tipo 1 y la segunda de tipo 2. Aplicando el teorema del valor final a la ganancia de lazo tipo 1, para un escalón de posición no hay error de régimen:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [\theta_d(t)] = \lim_{s \rightarrow 0} [s \theta_d(s)] = \lim_{s \rightarrow 0} \left[s \frac{1}{1+A(s)\beta(s)} \theta_s(s) \right]$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [\theta_d(t)] = \lim_{s \rightarrow 0} \left[s \frac{1}{1 + \frac{k_d k_O}{sN} \frac{1+sT_2}{1+s(T_1+T_2)}} \frac{C_P}{s} \right] = \lim_{s \rightarrow 0} \left[\frac{1}{1 + \frac{k_d k_O}{sN}} C_P \right] = 0$$

- Nótese que para un escalón de velocidad, lo que equivale a un escalón de frecuencia, el error de régimen es constante, proporcional a la amplitud del escalón e inversamente proporcional al producto de las ganancias del detector y del VCO:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [\theta_d(t)] = \frac{NC_V}{k_d k_O}$$

Se puede resumir los errores de régimen θ_d en una tabla:

Entrada	Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3
Escalón de posición	0	0	0
Escalón de velocidad	Constante	0	0
Escalón de aceleración	Se incrementa constantemente	Constante	0

Diseño del FPB

- La exigencia más usual que se le hace a un PLL, es que ante un cambio de la frecuencia de entrada (escalón de velocidad de fase), la frecuencia de salida se

establezca en su nuevo valor en un tiempo determinado. Esto condiciona fundamentalmente el valor de ω_n . Un efecto equivalente se produce en un sintetizador al cambiar N.

- Se debe tener en cuenta que la función de transferencia para las fases es igual que la correspondiente a las frecuencias como se muestra a continuación:

$$\omega_o(t) = \frac{d\theta_o(t)}{dt} \quad \text{transformando} \quad \omega_o(s) = s\theta_o(s) \quad \text{y} \quad \omega_s(s) = s\theta_s(s)$$

$$\text{por lo tanto} \quad \frac{\omega_o(s)}{\omega_s(s)} = \frac{\theta_o(s)}{\theta_s(s)} = F(s) \quad \text{igual función de transferencia}$$

- La información de la respuesta a un escalón para sistemas de 2do orden tipo 1 está normalizada para escalones unitarios, y el tiempo con la inversa de ω_n , para distintos valores de amortiguamiento ξ .

Ejemplo: En un PLL con FPB tipo B, determine T1 y T2 para $\xi=0.5$ y un tiempo de respuesta $t=10\text{ms}$ ($\pm 10\%$).

La gráfica muestra la respuesta normalizada a un escalón de un sistema tipo 1 de 2do orden para $\xi=0.5$.

$$\omega_n t = 4.5$$

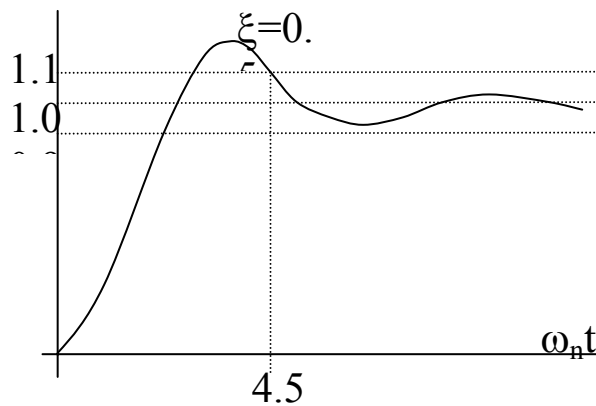
$$\omega_n = \frac{4.5}{10\text{ms}} = 450 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

T1 y T2 se despejan de

$$\omega_n = \sqrt{N(T_1 + T_2)}$$

$$T_1 + T_2 = \frac{k_d k_o}{\omega_n^2 N}$$

y de $\xi = \frac{\omega_n}{2} \left(T_2 + \frac{N}{k_d k_o} \right)$ se despeja



$$T_2 = \frac{2\xi}{\omega_n} - \frac{N}{k_d k_o}$$

Nótese que de haberse utilizado un filtro como FA(s), donde T2=0, no es posible la elección independiente de ξ y ω_n , ya que fijado ξ queda fijado ω_n o viceversa.

$$\xi = \frac{\omega_n}{2} \frac{N}{k_d k_o} \quad \text{si} \quad T_2 = 0$$

Normalmente N, kd y kO no son valores que el diseñador pueda cambiar a voluntad.

Ancho de Banda

- Si en la función de transferencia del PLL realizado con el filtro pasabajos tipo B, se hace $T_2=0$, la función de transferencia para el filtro FA(s) queda:

$$\frac{\theta_O}{\theta_S} = \frac{k_d k_O}{T_1} \frac{1}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

Para condición de régimen, esto es $s \rightarrow 0$, $\theta_O = N\theta_S$ por lo tanto la función queda:

$$\frac{\theta_O}{\theta_S} = N \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

La respuesta en frecuencia se encuentra reemplazando s por $j\omega$

$$\frac{\theta_O}{\theta_S} = N \frac{\omega_n^2}{-\omega^2 + j2\xi\omega_n\omega + \omega_n^2} \quad \left| \frac{\theta_O}{\theta_S} \right| = \frac{N\omega_n^2}{|\omega_n^2 - \omega^2 + j2\xi\omega_n\omega|}$$

Consideraremos al ancho de banda, como la frecuencia correspondiente a -3dB por debajo del valor de la función para $\omega=0$ que llamaremos ω_{3dB} , entonces:

$$\left| \frac{\theta_O}{\theta_S} \right|_{\omega=0} = N \quad \left| \frac{\theta_O}{\theta_S} \right|_{\omega=\omega_{3dB}} = \frac{N}{\sqrt{2}}$$

$$2\omega_n^4 = (\omega_n^2 - \omega_{3dB}^2)^2 + 4\xi^2\omega_n^2\omega_{3dB}^2$$

$$0 = \omega_n^4 - 2\omega_n^2\omega_{3dB}^2 + \omega_{3dB}^4 + 4\xi^2\omega_n^2\omega_{3dB}^2 - 2\omega_n^4$$

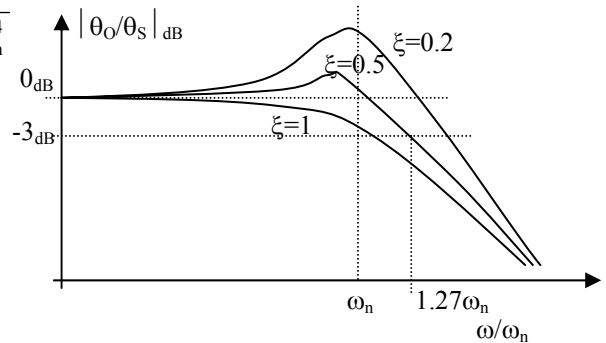
$$0 = \omega_{3dB}^4 + \omega_{3dB}^2(-2\omega_n^2 + 4\xi^2\omega_n^2) - \omega_n^4$$

$$\omega_{3dB}^2 = \omega_n^2 - 2\xi^2\omega_n^2 \pm \sqrt{(1 - 2\xi^2)^2\omega_n^4 + \omega_n^4}$$

$$\left(\frac{\omega_{3dB}}{\omega_n} \right)^2 = 1 - 2\xi^2 \pm \sqrt{(1 - 2\xi^2)^2 + 1}$$

$$\omega_{3dB} = \omega_n \sqrt{1 - 2\xi^2 \pm \sqrt{(1 - 2\xi^2)^2 + 1}}$$

para $\xi=0.5$ $\omega_{3dB}=1.27\omega_n$



- Es interesante relacionar el rango de captura con el ancho de banda. Si aceptamos como válida la expresión del rango de captura para un FPB tipo A, que figura en las hojas de datos del PLL CD4046, podemos comparar a ω_C con ω_n y con ω_{3dB} para un ξ dado.

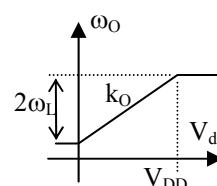
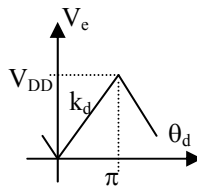
las hojas de datos indican para el FPB tipo A y comparador XOR que el rango de

captura es $2f_C \approx \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{2\pi f_L}{T_1}}$ reemplazando $2\pi f$ por ω queda $\omega_C \approx \sqrt{\frac{\omega_L}{T_1}}$

$$V_{DD} = \pi k_d \quad \text{y} \quad 2\omega_L = k_O V_{DD}$$

$$2\omega_L = \pi k_O k_d, \quad \omega_L = \frac{\pi}{2} k_O k_d$$

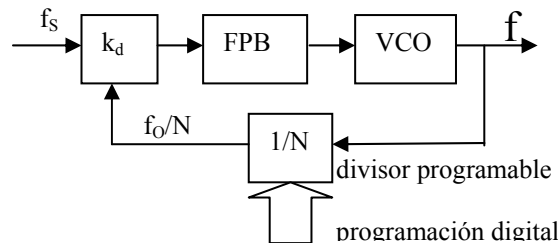
$$\omega_C = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\frac{k_O k_d}{T_1}} = 1.25\omega_n$$



De esto se deduce que para $\xi \sim 0.5$ $\omega_{3dB} \sim \omega_C$

Aplicaciones de los PLL- Sintetizadores

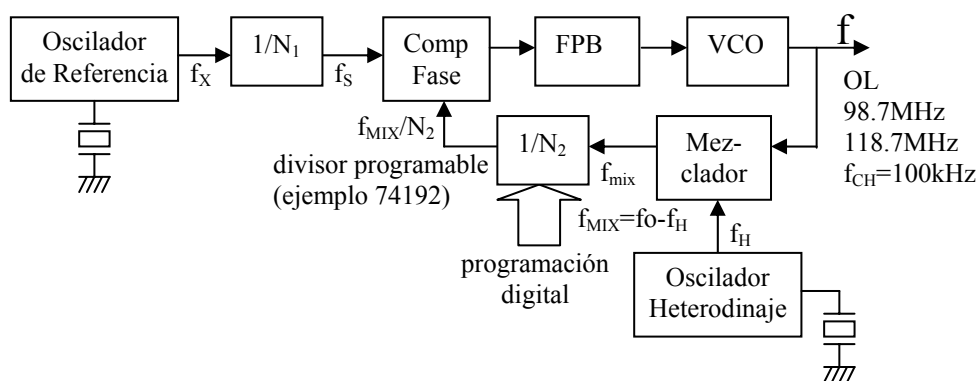
Sintetizador básico



- Normalmente, es conveniente que la frecuencia de referencia f_S , sea lo más alta posible, para que sea removida fácilmente por el FPB, y no sea la frecuencia de referencia f_S , la que obligue a fijar la frecuencia de corte del FPB.
- Generalmente la frecuencia de corte del FPB quede definida por la frecuencia natural ω_n y el coeficiente de amortiguamiento ξ .
- La energía en frecuencia de referencia que alcanza al VCO, lo modula, y se traduce en bandas laterales espúreas llamadas bandas laterales de referencia.
- Otra causa que justifica la conveniencia de seleccionar una frecuencia de referencia lo más alta posible, es que la corrección de la tensión de control solo puede realizarse una vez cada ciclo de la señal de entrada. Por ejemplo si la frecuencia de referencia es de 1kHz la corrección es cada 1ms.
- Cuando la f_O es elevada, no siempre es simple y económico la realización del divisor programable. A continuación se analizarán dos técnicas para resolver este problema.

Sintetizador tipo "down converter"

- Para disminuir la frecuencia del divisor programable se heterodina la f_O con la de un oscilador a cristal de cuarzo, de frecuencia fija f_H .
- Se analizará sobre un ejemplo de un sintetizador para el oscilador local de un receptor de FM de 200 canales separados cada 100kHz, desde 88 a 108MHz, se usa una frecuencia intermedia $f_I=10.7\text{MHz}$.



- Parece aceptable exigir al circuito que cuando N_2 cambie en una unidad f_O cambie en un canal f_{CH} .

$$f_s = \frac{f_o - f_H}{N_2}, \text{ si se incrementa el OL para el canal siguiente} \quad f_s = \frac{f_o + f_{CH} - f_H}{N_2 + 1}$$

despejando de la primera $f_o = N_2 f_s + f_H$ y reemplazando en la segunda $(N_2 + 1)f_s = N_2 f_s + f_H + f_{CH} - f_H$ simplificando queda $f_s = f_{CH}$

- Para el caso numérico $f_s = f_{CH} = 100\text{kHz}$

si se elije a $f_x = 1\text{MHz}$, $N_1 = \frac{f_x}{f_s} = 10$

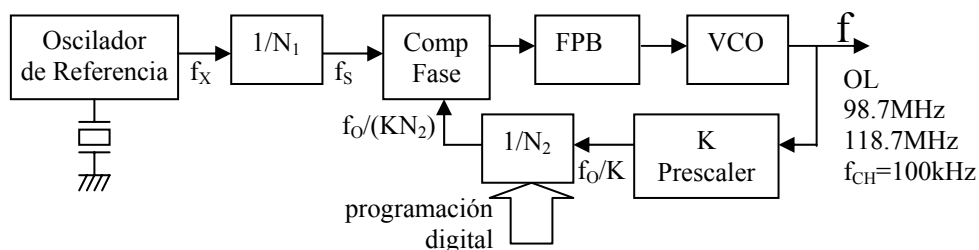
se elije $f_H = 98\text{MHz}$

es conveniente que f_H sea lo más grande posible para que f_{MIX} sea posible dividirla con un divisor programable convencional (CMOS o TTL), para este caso f_{MIX} va de 0.7 a 20.7MHz

$$\left. \begin{aligned} N_2 \text{ máx} &= \frac{f_o \text{ máx} - f_H}{f_s} = \frac{118.7 - 98}{0.1} = 207 \\ N_2 \text{ mín} &= \frac{f_o \text{ mín} - f_H}{f_s} = \frac{98.7 - 98}{0.1} = 7 \end{aligned} \right\} 200 \text{ canales}$$

Sintetizador tipo "prescaling"

- Esta otra alternativa, emplea un divisor fijo o prescaler de alta frecuencia, el cual antecede al divisor programable.



- Si se plantea la misma exigencia, cuando N_2 cambie en una unidad f_O cambie en un canal f_{CH}

$$f_s = \frac{f_o}{KN_2}, \text{ si se incrementa el OL para el canal siguiente} \quad f_s = \frac{f_o + f_{CH}}{K(N_2 + 1)}$$

despejando de la primera $f_o = KN_2f_s$ y reemplazando en la segunda

$$KN_2f_s + Kf_s = KN_2f_s + f_{CH} \quad \text{simplificando queda} \quad \boxed{f_s = \frac{f_{CH}}{K}}$$

- Para el caso numérico dado, se elige $K=10$ lo que da una $\frac{f_o}{K} = 11.87\text{MHz}$ como máximo, que puede ser aceptada sin inconvenientes por cualquier divisor programable de lógica convencional.

$$\text{si } f_x = 1\text{MHz}, \quad N_1 = \frac{f_x}{f_s} = 10$$

$$N_2 \text{ máx} = \frac{f_o \text{ máx}}{Kf_s} = \frac{118.7}{0.1} = 1187$$

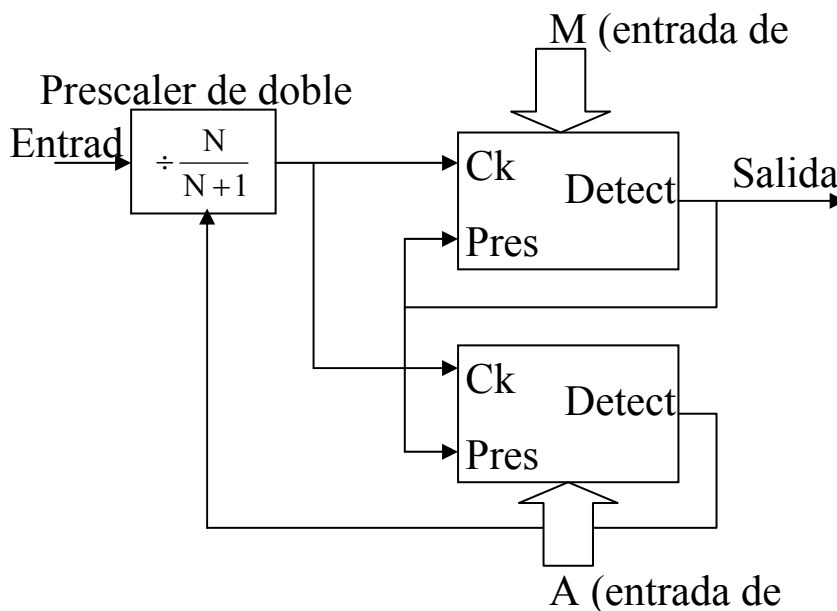
$$N_2 \text{ mín} = \frac{f_o \text{ mín}}{Kf_s} = \frac{98.7}{0.1} = 987$$

} 200 canales

- Nótese, que si $K=1$ $f_s=f_{CH}$. Es posible obtener un divisor programable N_2 que soporte altas frecuencias y sea económicamente aceptable, usando un divisor programable de doble módulo. Esto evita el uso del prescaler fijo (equivale a $K=1$) y

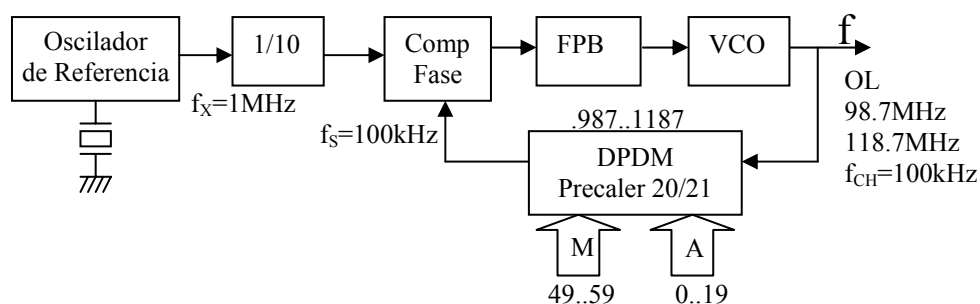
la consecuente disminución de la frecuencia de referencia ($f_s = \frac{f_{CH}}{K}$).

Divisor programable de doble módulo



- Es una técnica que se utiliza en sintetizadores de VHF con lógica convencional, para no reducir la frecuencia de referencia a un valor inaceptable por el uso de un prescaler fijo.

- El corazón del divisor programable de doble módulo es un prescaler de doble módulo. Este circuito ECL (u otra lógica rápida), divide por dos factores que difieren en uno, dependiendo de una entrada de control.
- Para sintetizadores programados en BCD es conveniente la relación 10/11. Algunas relaciones normalizadas son: 5/6, 8/9, 15/46, 20/21, 32/33, 64/65, 128/129, etc.
- Está compuesto por dos contadores decrecientes con entradas de preset, uno cuenta desde M y otro desde A, y siempre $M \geq A$.
- Supóngase que el prescaler comienza dividiendo por N+1, entonces deben ser aplicados $(N+1)A$ pulsos en la entrada para que el contador de abajo llegue a cero, y el prescaler comience a dividir por N, después deben ser aplicados $N(M-A)$ pulsos a la entrada para que el contador de arriba llegue a cero y haya un pulso a la salida y se reinicie el ciclo.
- Para un ciclo es necesario $(N+1)A+N(M-A)=MN+A$ pulsos a la entrada, por lo tanto el divisor programable de doble módulo divide por $MN+A$.
- Ya se mencionó una restricción, que M sea mayor o igual que A. Existe otra, el mínimo factor de división es $N(N-1)$. Por ejemplo para $N=10$, el mínimo factor por el cual divide es 90. Para probar esta afirmación intente determinar los valores de M y A para que divida por 89.
- Se resuelve a continuación el sintetizador ya planteado con un divisor programable de doble módulo.

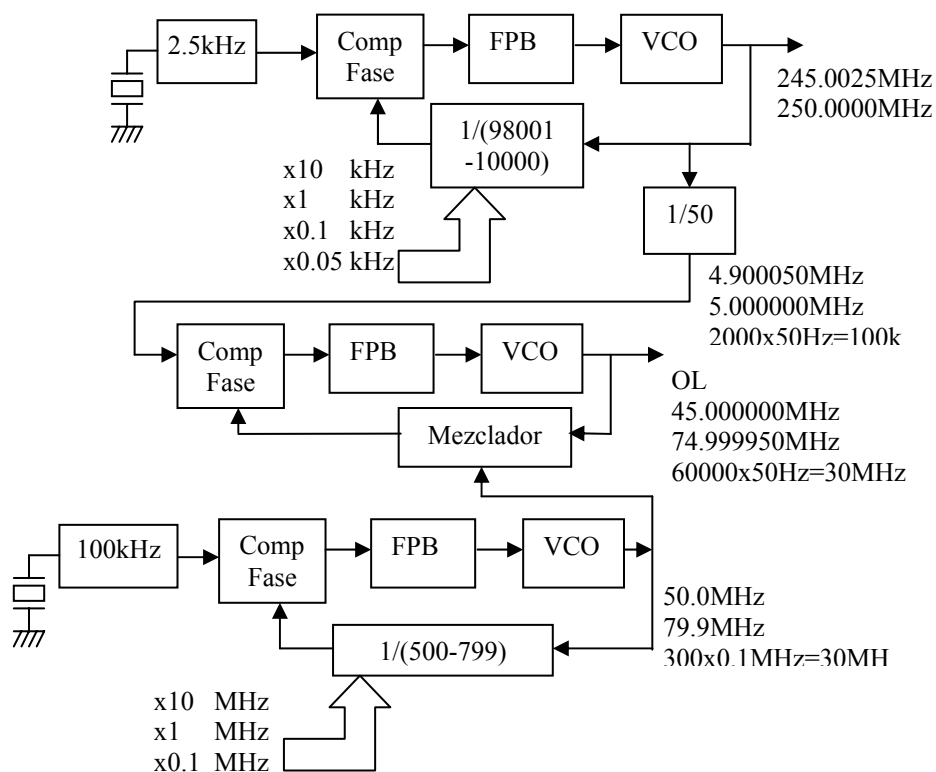


- Se ha optado por un prescaler de doble módulo 20/21. Resulta de esta elección, que la máxima frecuencia de entrada de los contadores descendentes es $118.7\text{MHz}/20=5.9\text{MHz}$, suficientemente baja para cualquier lógica convencional.
- El mínimo factor de división del divisor programable de doble módulo es $98.7\text{MHz}/100\text{kHz}=987$, que es mayor que el mínimo factor posible $N(N-1=20*19=380)$.
- Un juego de valores posibles para las entradas de programación M y A se muestran en la siguiente tabla. Como referencia $987/20=49.35$ y $49*20=980$.

M	A	M*20+A
49	7..19	987...999
50	0..19	1000...1019
...
58	0..19	1160...1179
59	0..7	1180...1187

Ejemplo sintetizador de HF

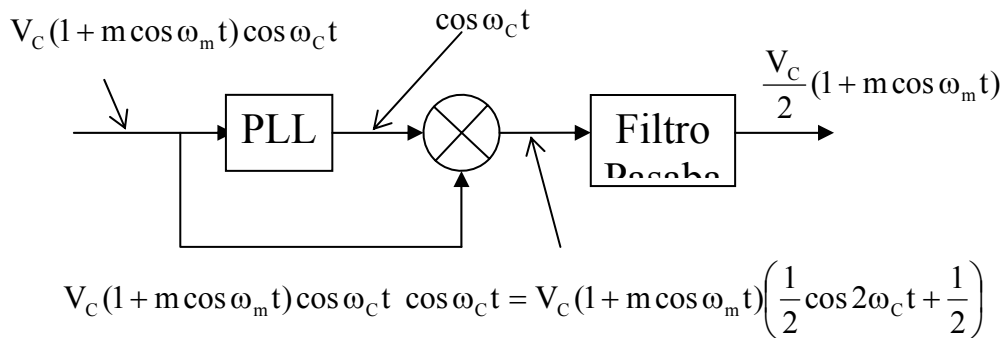
- En los receptores modernos de HF (0.1 a 30MHz) se usa una primera FI alta, por ejemplo 45MHz o mayor, fuera de la banda de recepción, y un OL por encima de la FI, resultando que varíe menos de una octava. Se usa una resolución de 100Hz o menor para clarificar señales de BLU apropiadamente.
- En el ejemplo que se muestra, el sintetizador genera 60000 frecuencias separadas 50Hz, con solo dos osciladores a cristal. La salida es el OL de un receptor de HF. Consta de tres lazos, y dos divisores programables, que probablemente, por cuestión de costos, deban ser resueltos como divisores programables de doble módulo.
- Nótese que el divisor por 50 eleva la frecuencia de referencia del primer lazo de 50Hz a 2.5kHz para agilizar la respuesta del mismo.



Ejercicio: Plantée una solución para el divisor programable de doble módulo del tercer lazo.

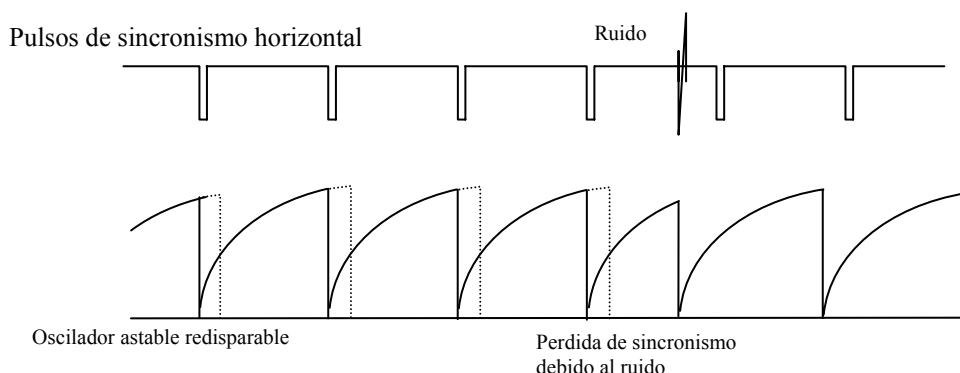
Receptor Homodino o Sincrodino

- Aparentemente, la primera aplicación documentada de un PLL data de 1932 y se refiere a la recepción sincrónica de señales de radio moduladas en AM.
- Para demodular sincrónicamente una señal de AM hay que mezclarla con una portadora con la misma frecuencia y fase. Las señales de radio frecuentemente se desvanecen o son acompañadas por ruido. El PLL puede recuperar la portadora aún con altos niveles de ruido.



Barrido horizontal de televisión

- Fue la primera aplicación comercial generalizada.
- La forma antigua de sincronizar el barrido horizontal (y vertical también) de televisión se hacía mediante el uso de un oscilador astable. Este oscilador cuando oscila libremente tiene un período ligeramente mayor al período del barrido horizontal.
- Cuando se recibe una señal adecuada, un circuito separa los pulsos de sincronismo horizontal, que redisparan el oscilador astable prematuramente, antes que finalice su período natural.



- Este sistema funciona bien cuando la señal de televisión tiene buena relación señal a ruido y está libre de interferencias, ya que cualquier señal impulsiva puede ser interpretada como un pulso de sincronismo.
- El uso de un PLL ajusta la frecuencia y fase de los circuitos de barrido en base al promedio de cientos de pulsos de sincronismo. La ausencia de pulsos en la señal de entrada o la presencia de ruido impulsivo, solo puede afectar al sincronismo cuando se produce en grandes cantidades.

Recepción de señales satelitales

- El uso del PLL en el espacio, comienza con el lanzamiento del primer satélite artificial de Estados Unidos de América (década del 60). Estos vehículos transportaban un transmisor de baja potencia (10mW) de onda continua interrumpida (CW). Las señales recibidas resultan en consecuencia muy débiles.
- La frecuencia de la señal recibida desde estos satélites de órbita baja, sufre un corrimiento hacia arriba cuando se aproximan al receptor terrestre, y hacia abajo cuando se alejan, debido al efecto Doppler. Un fenómeno similar ocurre con las señales recibidas por el satélite.
- Para fijar ideas, consideremos el caso de un satélite de órbita baja, que órbita la tierra cada dos horas, cuya frecuencia de transmisión es de 108MHz. Supóngase que la información que transmite el satélite necesita un ancho de banda muy pequeño, como puede ser el necesario para transmitir la información de telemetría. Se considera que con un ancho de banda de 4Hz es suficiente.

$$V = \frac{1\text{vuelta}}{2\text{horas}} = \frac{40000\text{km}}{2\text{h}} = 20000\text{km/h}$$

$$\text{Efecto Doppler } f_d = f \frac{V}{C}$$

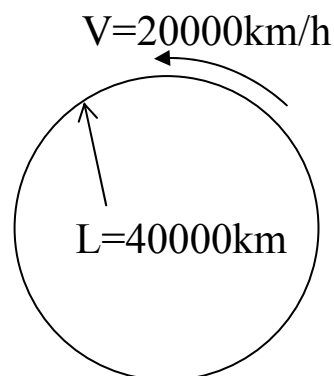
$$f_d = \frac{108 \times 10^6 \times 20000}{3 \times 10^8 \times 3.6} = 2\text{kHz}$$

$$B_{\text{SISTEMA}} = 4\text{kHz}$$

$$B_{\text{INFORMACIÓN}} = 4\text{Hz}$$

$$N = kTB$$

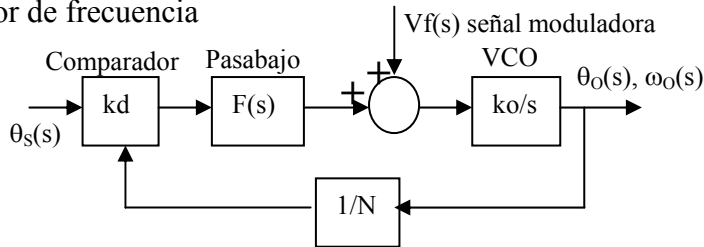
$$10 \log \frac{4\text{k}}{4} = 30\text{dB}$$



- Si el PLL tiene un ancho de banda de 4Hz, y este opera como un filtro sintonizable, se mejora la relación señal ruido en 30db. De no usarse el PLL se debería aumentar

la potencia del transmisor en 30dB, esto es de 10mW a 10W para producir la misma relación señal a ruido en un receptor con 4kHz de ancho de banda.

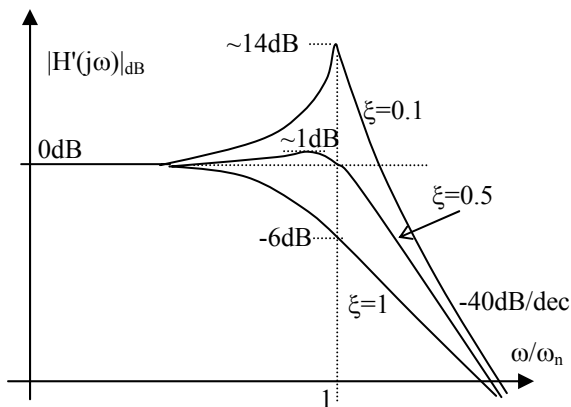
Modulador de frecuencia



- La función de transferencia de lazo cerrado $H(s)$ de un PLL, es parecida a la de un filtro pasabajos (esto es exacto si $\xi < 1$). Si la frecuencia de la señal moduladora V_f es mucho mayor que la frecuencia de corte de $H(s)$, el lazo no reaccionará, la salida del filtro pasabajos no variará, por lo tanto se comportará como un modulador de frecuencia, esto es $\omega_o(s) = k_o V_f(s)$.
- Se demostrará esto suponiendo por simplicidad que $F(s) = F_A(s)$.

si $F(s) = F_A(s)$ $H(s) = \frac{N\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$ normalizando $H'(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$

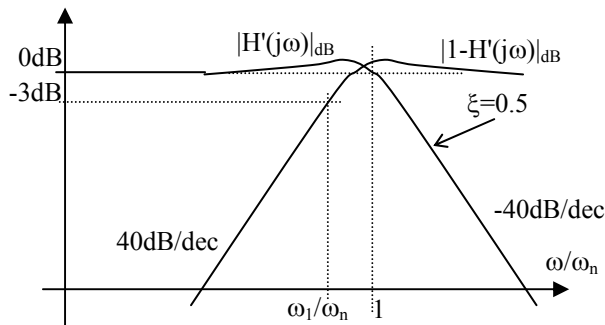
pero $H'(s) = \frac{\frac{k_d k_o}{sN} F_A(s)}{1 + \frac{k_d k_o}{sN} F_A(s)}$ por lo tanto $1 - H'(s) = \frac{s}{s + \frac{k_d k_o}{N} F_A(s)}$



$$\frac{\theta_o(s)}{V_f(s)} = \frac{\frac{k_o}{s}}{1 + \frac{k_d k_o}{sN} F_A(s)} = \frac{k_o}{s + \frac{k_d k_o}{N} F_A(s)} = \frac{k_o}{s} [1 - H'(s)]$$

como $\omega_o(s) = s\theta_o(s)$, $\frac{\omega_o(s)}{V_f(s)} = k_o [1 - H'(s)]$

- Si la frecuencia de modulación es mucho mayor que la frecuencia de corte del modulador, esto es $\omega_{mod} \gg \omega_1$, la ganancia del modulador vale $\frac{\omega_o}{V_f} = k_o$.



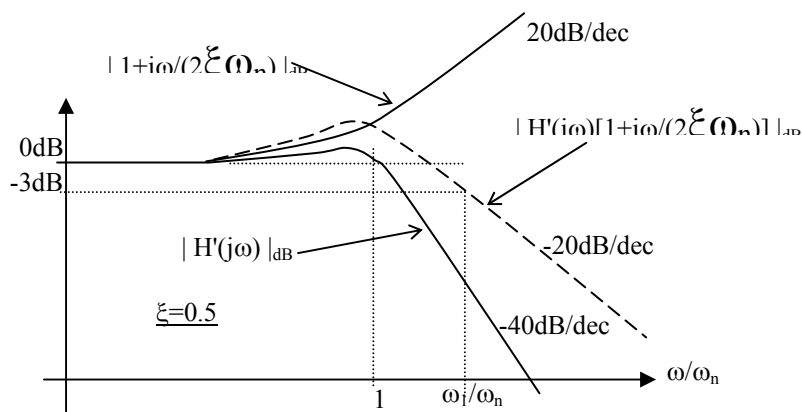
- Para modulación de frecuencia sin distorsión, se debe cumplir que $\omega_{mod}(mín) > \omega_1$. Este último valor es del orden de la frecuencia natural del lazo ω_n .

Modulador de fase

- Si la frecuencia de la señal moduladora es mucho menor que la frecuencia de corte del lazo $H(s)$, el lazo reacciona muy rápido manteniendo la frecuencia de salida, pero la fase se modifica para compensar el efecto de V_f .
- Se demostrará esto, partiendo de los resultados obtenidos del modulador de frecuencia.

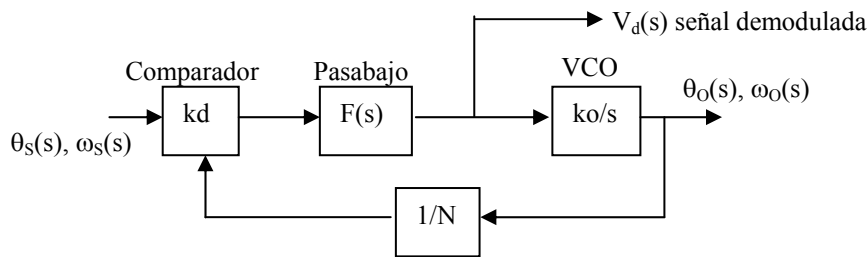
$$\frac{\theta_o(s)}{V_f(s)} = \frac{k_o}{s} [1 - H'(s)] = \frac{k_o}{s} \left(1 - \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \right) = k_o \frac{s + 2\xi\omega_n}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$\frac{\theta_o(s)}{V_f(s)} = \frac{k_o}{\omega_n^2} \frac{(s + 2\xi\omega_n)\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{2\xi k_o}{\omega_n} H'(s) \left(1 + \frac{s}{2\xi\omega_n} \right)$$



- Para modulación de fase sin distorsión, se debe cumplir que $\omega_{mod}(máx) < \omega_n$. Este último valor es del orden de la frecuencia natural del lazo ω_n .
- La ganancia del modulador de fase para frecuencias bajas de modulación es $\frac{\theta_O}{V_f} = \frac{2\xi k_0}{\omega_n}$ pero para $F(s)=FA(s)$ $\xi = \frac{\omega_n}{2k_d k_0}$ por lo tanto $\frac{\theta_O}{V_f} = \frac{N}{k_d}$

Demodulador de frecuencia



para frecuencia modulada $\omega_s(t) = k \cdot m(t)$, donde $m(t)$ señal moduladora
pero $\frac{d\theta_s(t)}{dt} = \omega_s(t) = k \cdot m(t)$ transformando por Laplace $\theta_s(s) = \frac{k}{s} \cdot m(s)$

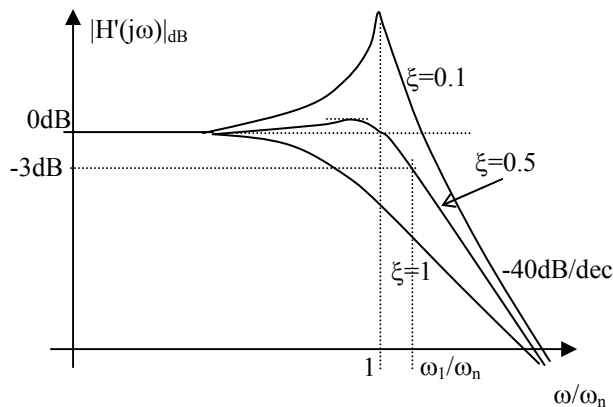
sea $H(s) = \frac{\theta_O(s)}{\theta_S(s)}$ la función de transferencia del PLL, entonces

$$\theta_O(s) = H(s) \cdot \theta_S(s) = H(s) \cdot \frac{k}{s} m(s) \quad \text{pero como} \quad \theta_O(s) = V_d(s) \cdot \frac{k_0}{s}$$

queda $V_d(s) = \frac{s}{k_0} \theta_O(s)$ por lo tanto

$$V_d(s) = H(s) \frac{k}{k_0} m(s)$$

- La respuesta en frecuencia de $H(s)$ es parecida a la de un filtro pasabajos, especialmente para ξ mayores que uno, donde la frecuencia de corte depende fundamentalmente de la frecuencia natural ω_n y también del ξ .



- Para demodulación de frecuencia sin distorsión, se debe cumplir que $\omega_{\text{mod}}(\text{máx}) < \omega_1$, siendo ω_1 del orden de ω_n .

- La ganancia del demodulador para bajas frecuencias de modulación es $\frac{V_d}{m} = N \frac{k}{k_0}$.

Bibliografía

1. Phaselock Techniques/Floyd M. Gardner/John Wiley & Sons, Inc.
2. Lazos de Fijación de Fase/Ernest J. Lazlo/Revista Telegráfica Electrónica/Agosto 75
3. Phase-Locked Loop Design Fundamentals/AN535/Motorola
4. The Phase-Locked Loop Reference Book with Experimentes/Howard M. Berlin/The Bugbook Reference Series /Titus, Rony, Larsen, & Titus
5. Electrónica Aplicada a las Altas Frecuencias/F. de Dieuleveult/Paraninfo
6. Sistemas de Comunicaciones Electrónicas/Wayne Tomasi/Prentice Hall
7. Manual ARRL 1986