

PEUBAH TERPISAH

Seringkali dijumpai pada PD order satu, peubah x dan y dapat dipisahkan sehingga peubah x dapat dikelompokkan dengan dx dan peubah y dapat dikelompokkan dengan dy pada ruas yang berbeda. Sehingga solusi umum PD dapat secara langsung dicari tanpa harus menentukan faktor integrasi, dengan mengintegrasikan kedua ruas.

Bentuk umum PD peubah terpisah diberikan berikut :

$$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{M(x)}{N(y)} \quad \text{atau} \quad N(y) dy = M(x) dx. \quad \text{Solusi umum PD didapatkan dari}$$

$$\text{penyelesaian integral berikut : } \int N(y) dy = \int M(x) dx.$$

Contoh

Diketahui PD : $y' - \frac{y}{x+1} = 0$. Tentukan :

- Solusi umum PD.
- Solusi khusus PD bila diberikan $y(0) = 1$.

Jawab :

a. PD dapat dituliskan dalam bentuk : $\frac{dy}{y} = \frac{dx}{x+1}$

$$\text{Sehingga } \int \frac{dy}{y} = \int \frac{dx}{x+1} \Leftrightarrow \ln y = \ln(x+1) + \ln C = \ln C(x+1).$$

$$\text{Solusi umum, } y = C(x+1)$$

- b. Dari solusi umum didapatkan $C = 1$. Solusi khusus, $y = x + 1$.

Soal Latihan

(Nomor 1 sd 6) Tentukan solusi umum PD berikut.

$$1. y' = \frac{x^2}{1-y^2}$$

$$2. \frac{dy}{dx} = \frac{y \cos x}{1+2y^2}$$

$$3. \frac{dy}{dx} = 1+y^2$$

$$4. \frac{dy}{dx} = \frac{1}{x-x^3}$$

$$5. \frac{dy}{dx} = e^{x+y}$$

$$6. \frac{dy}{dx} = \frac{y \sin x}{1-\cos x}$$

(Nomor 7 sd 13) Tentukan solusi khusus PD berikut.

$$7. \frac{dy}{dx} = xy \quad ; \quad y(0) = 1$$

8. $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{1+x}$; $y(0) = 1$

9. $\frac{dy}{dx} = y^2 - 4$; $y(0) = -6$

10. $\frac{dy}{dx} = \frac{x + xy^2}{4y}$; $y(1) = 0$

11. $x \frac{dy}{dx} - y = 2x^2y$; $y(1) = e$

12. $\sin 2x \, dx + \cos 3y \, dy = 0$; $y(\pi/2) = \pi/3$

13. $y' = 2(1+x)(1+y^2)$; $y(0) = 0$