

## PERSAMAAN DIFERENSIAL LINIER ORDER SATU

Bentuk umum PD linier order satu :  $y' + p(x)y = f(x)$ . Untuk menentukan solusi PD dilakukan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} y' + p(x)y = f(x) &\Leftrightarrow u(x)(y' + p(x)y) = u(x)f(x) \\ &\Leftrightarrow u(x)y' + u(x)p(x)y = u(x)f(x) \\ &\Leftrightarrow [u(x)y' + u'(x)y] - [u'(x)y - u(x)p(x)y] = u(x)f(x) \end{aligned}$$

Pandang  $[u(x)y]' = u(x)y' + u'(x)y$ . Misal  $u'(x)y - u(x)p(x)y = 0$ . Maka didapatkan:  $[u(x)y]' = u(x)f(x)$ . Dengan mengintegrasikan kedua ruas terhadap  $x$  didapatkan solusi PD Linier order satu, yaitu :

$$y = \frac{1}{u(x)} \int u(x)f(x) dx$$

Karena bentuk di atas merupakan integral tak tentu maka solusi masih mengandung konstanta  $C$  dan disebut **Solusi Umum PD**. Fungsi  $u(x)$  disebut **faktor integrasi** dan dicari dari :

$$u'(x) - u(x)p(x) = 0 \quad \text{atau} \quad u(x) = e^{\int p(x) dx}$$

**Solusi khusus PD** dapat ditentukan mensubstitusikan nilai awal -  $y(a) = b$  yang diberikan - ke dalam solusi umum untuk menghitung besar nilai  $C$ .

Contoh

Diketahui PD :  $y' - y = e^x$ . Tentukan :

- Solusi umum PD
- Solusi khusus PD bila nilai awal,  $y(0) = -3$

Jawab :

- Dari PD didapatkan  $p(x) = -1$  dan  $f(x) = e^x$ .

$$\text{Faktor integrasi, } u(x) = e^{\int p(x) dx} = e^{-\int dx} = e^{-x}$$

$$\text{Solusi umum, } y = \frac{1}{u(x)} \int u(x)f(x) dx = e^x(x + C)$$

- Dari solusi umum, didapatkan  $C = -3$ . Jadi solusi khusus PD,  $y = e^x(x - 3)$

### Soal latihan

( Nomor 1 sd 5 ) Tentukan solusi umum PD berikut:

- $y' + 2y = e^{-x}$
- $y' - 2xy = e^{x^2}$
- $\frac{dy}{dx} + y = \sin x$

4.  $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = \frac{1}{x^2}$

5.  $x \frac{dy}{dx} + y = 2x$

( Nomor 6 sd 11 ) Tentukan solusi khusus PD berikut :

6.  $y' - 2xy = x$  ;  $y(0) = 0$

7.  $xy' + 2y = 4x^2$  ;  $y(1) = 2$

8.  $\frac{dy}{dx} + 2xy = x^3$  ;  $y(1) = 1$

9.  $\frac{dy}{dx} - y = 1$  ;  $y(0) = 1$

10.  $\frac{dy}{dx} - \frac{3}{x}y = x^3$  ;  $y(1) = 4$

11.  $(1 + e^x) \frac{dy}{dx} + e^x y = 0$  ;  $y(0) = 1$

12. Dari rangkaian listrik, RL diketahui induksi  $L = 1$  Henry, tahanan  $R = 10^6$  Ohm dan gaya elektromagnetik / voltase  $E = 1$  Volt. Tentukan besar kuat arus (  $I$  dalam ampere ) yang melalui rangkaian tersebut dalam fungsi  $t$ , bila pada saat  $t = 0$ , maka kuat arus  $I = 0$ . Hitung pula besar kuat arus,  $I$  setelah waktu  $t = 10$ .

Rangkaian listrik, RC, dinyatakan oleh rumus :  $R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = E(t)$  dengan muatan  $Q$  ( Coulomb ), Kapasitor  $C$  ( Farads ) dan gaya elektromagnetik / Voltase  $E(t)$  ( Volt ).

( Nomor 13 dan 14 ) Menggunakan rumusan di atas hitunglah besarnya muatan (  $Q$  ) pada waktu  $t = 10$  bila pada waktu  $t = 0$  besar muatan  $Q = 0$ .

13.  $R = 5$ ,  $C = 0,1$  dan  $E(t) = 0$

14.  $R = 1$ ,  $C = 2$  dan  $E(t) = e^x$ .