TURUNAN DAN INTEGRAL DERET KUASA

Misal deret $\sum_{k=0}^{\infty} a_k (x-b)^k$ mempunyai radius konvergensi R dan $f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k (x-b)^k$. Maka :

(i) $f'(x) = \sum_{k=0}^{\infty} k\ a_k (x-b)^{k-1}$

(ii) $\int_C^x f(t)\,dt = \sum_{k=0}^{\infty} \int_C^x a_k\ (t-b)^k\ dt$

Contoh :
Perderetkan dalam Mac Laurin fungsi

a. $f(x) = \tan^{-1} x$.
b. f(x) = ln (1 -x)
c. $f(x) = \frac{1}{(1-x)^2}$

Jawab :

a. Pandang : $\tan^{-1} x = \int_0^x \frac{dt}{1+t^2}$ dan $\frac{1}{1+x^2} = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k\ x^{2k}$

Maka $\tan^{-1} x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k+1} x^{2k+1}$.

b. Pandang : $\ln(1-x) = -\int_0^x \frac{dt}{1-t}$. Maka $\ln(1-x) = -\sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{k+1}}{k+1}$

c. Karena $f(x) = \frac{1}{(1-x)^2}$ merupakan hasil penurunan terhadap x dari $\frac{1}{1-x}$, maka

$$f(x) = \frac{1}{(1-x)^2} = \sum_{k=0}^{\infty} k\ x^{k-1}$$

Soal Latihan

(Nomor 1 sd) Tentukan perderetan mac Laurin dari :

1. f(x) = ln (1 + x)

2. $f(x) = \ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$
3. f(x) = ln (1 + x^2)
4. $f(x) = \frac{1}{(1-x)^3}$
5. $f(x) = \frac{x}{(1+x)^2}$
6. $f(x) = \int_0^x \ln(1+t)\, dt$
7. $f(x) = \int_0^x \tan^{-1} t\, dt$