

**KONVERGEN MUTLAK DAN BERSYARAT**

Deret  $\sum_{k=1}^{\infty} u_k$  disebut **konvergen mutlak** bila deret  $\sum_{k=1}^{\infty} |u_k|$  konvergen. Bila deret konvergen mutlak maka konvergen. Sedang deret  $\sum_{k=1}^{\infty} u_k$  disebut **konvergen**

**bersyarat** bila deret  $\sum_{k=1}^{\infty} u_k$  konvergen tetapi deret  $\sum_{k=1}^{\infty} |u_k|$  divergen.

Pengujian kekonvergenan ( mutlak ) deret  $\sum_{k=1}^{\infty} u_k$  dilakukan dengan tes ratio.

Misal  $\sum_{k=1}^{\infty} u_k$  dengan  $u_k \neq 0$  dan  $\lim_{k \rightarrow \infty} \left| \frac{u_{k+1}}{u_k} \right| = r$ . Maka

(i) Bila  $r < 1$  maka deret  $\sum_{k=1}^{\infty} u_k$  konvergen absolut

(ii) Bila  $r > 1$  maka deret  $\sum_{k=1}^{\infty} u_k$  divergen

(iii) Bila  $r = 1$  maka tes gagal melakukan kesimpulan

Contoh :

Selidiki deret berikut konvergen mutlak / bersyarat / divergen :

a.  $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \left( \frac{k}{5^k} \right)$

b.  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-4)^k}{k^2}$

c.  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k}$

Jawab :

a. Misal  $u_k = (-1)^k \left( \frac{k}{5^k} \right)$ . Maka  $\lim_{k \rightarrow \infty} \left| \frac{u_{k+1}}{u_k} \right| = \lim_{k \rightarrow \infty} \left| \frac{k+1}{5^{k+1}} \frac{5^k}{k} \right| = \frac{1}{5}$ . Jadi deret

$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \left( \frac{k}{5^k} \right)$  konvergen mutlak.

b. Misal  $u_k = \frac{(-4)^k}{k^2}$ . Maka  $\lim_{k \rightarrow \infty} \left| \frac{u_{k+1}}{u_k} \right| = \lim_{k \rightarrow \infty} \left| \frac{(-4)^{k+1}}{(k+1)^2} \frac{k^2}{(-4)^k} \right| = 4$ . Jadi deret

$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-4)^k}{k^2}$  divergen.

c. Bila dilakukan pengujian di atas maka didapatkan  $r = 1$  ( gagal ). Dari contoh

sebelumnya, deret  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k}$  konvergen tetapi deret  $\sum_{k=1}^{\infty} \left| \frac{(-1)^k}{k} \right| = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k}$  divergen

( deret harmonis ). Jadi deret  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k}$  konvergen bersyarat.

### Soal Latihan

( Nomor 1 sd 6 ) Selidiki kekonvergenan ( mutlak, bersyarat dan divergen ) deret berikut

1.  $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{\ln k}{k}$

2.  $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{2^k}{k!}$

3.  $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{k^k}{k!}$

4.  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k^{4/3}}$

5.  $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{k}{5^k}$

6.  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos k\mathbf{p}}{k!}$