DERET BERGANTI TANDA

Bentuk deret berganti tanda : $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \, a_k$ atau $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \, a_k$ dengan $a_k \geq 0$.

Pengujian konvergensi deret berganti tanda dilakukan dengan cara berikut :

Deret berganti tanda $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \, a_k$ atau $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \, a_k$ konvergen bila dipenuhi dua syarat

(i) $a_k \geq a_{k+1}$

(ii) $\lim_{k \to \infty} a_k = 0$

Contoh :

Tentukan konvergensi deret :

a. $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{k}$

b. $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{k+3}{k^2+k}$

Jawab :

a. Misal $a_k = \frac{1}{k}$. Maka $\frac{a_k}{a_{k+1}} = \frac{k+1}{k} = 1 + \frac{1}{k} > 1$. Oleh karena itu, $a_k \geq a_{k+1}$.

Sedangkan $\lim_{k \to \infty} a_k = \lim_{k \to \infty} \frac{1}{k} = 0$. Jadi deret $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{k}$ konvergen.

b. Misal $a_k = \frac{k+3}{k^2+k}$. Maka

$\frac{a_k}{a_{k+1}} = \left(\frac{k+3}{k^2+k}\right)\left(\frac{(k+1)^2 + (k+1)}{k+4}\right) = \frac{k^2+5k+6}{k^2+4k} = 1 + \frac{k+6}{k^2+4k} > 1$. Oleh karena itu, $a_k \geq a_{k+1}$. Sedangkan $\lim_{k \to \infty} a_k = \lim_{k \to \infty} \frac{k+3}{k^2+k} = 0$. Jadi deret $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{k+3}{k^2+k}$ konvergen.

Soal Latihan

(Nomor 1 sd 5) Tentukan konvergensi deret berikut

1. $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{k}{3^k}$
2. $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{k+4}{k^2+k}$
3. $\sum_{k=1}^{\infty} \left(-\frac{3}{5}\right)^k$
4. $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k} \frac{\ln k}{k}$
5. $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} e^{-k}$