

RUMUS BAKU INTEGRAL

Penurunan dari fungsi elementer pada dasarnya hanyalah menerapkan suatu aturan atau rumus untuk turunan dan akan menghasilkan suatu fungsi elementer juga. Namun pada integral tidak demikian, karena untuk menyelesaikan atau menghitung integral diperlukan beberapa teknik dan trik tertentu dan integral fungsi elementer belum tentu menghasilkan fungsi elementer.

Dua prinsip dari teknik pengintegralan yaitu integrasi bagian dan substitusi dan bagaimana menerapkannya untuk mendapatkan rumus reduksi dari integral akan dibahas pada tulisan ini. Beberapa permasalahan integral yang meliputi integran berbentuk fungsi rasional dalam pecahan parsial dan yang memuat sin dan cos serta integral tak wajar akan dibicarakan pada bagian akhir.

Beberapa rumus integral berikut merupakan bentuk integral standar yang diturunkan langsung dari turunan yang sudah kita bahas pada bab terdahulu, antara lain :

1. $\int k \, du = ku + C$
2. $\int u^r \, du = \begin{cases} \frac{u^{r+1}}{r+1} + C, & r \neq -1 \\ \ln|u| + C, & r = -1 \end{cases}$
3. $\int f^r(u) \, d(f(u)) = \begin{cases} \frac{f^{r+1}(u)}{r+1} + C, & r \neq -1 \\ \ln|f(u)| + C, & r = -1 \end{cases}$
4. $\int \sin u \, du = -\cos u + C$
5. $\int \cos u \, du = \sin u + C$
6. $\int \sec u \tan u \, du = \sec u + C$
7. $\int \csc u \cot u \, du = -\csc u + C$
8. $\int \csc^2 u \, du = -\cot u + C$
9. $\int \sec^2 u \, du = \tan u + C$
10. $\int \tan u \, du = -\ln|\cos u| + C$
11. $\int \cot u \, du = \ln|\sin u| + C$
12. $\int e^u \, du = e^u + C$
13. $\int a^u \, du = \frac{a^u}{\ln a}, \quad a \neq 1, a > 0$
14. $\int \frac{du}{\sqrt{1-u^2}} = \begin{cases} \sin^{-1} u + C \\ -\cos^{-1} u + C \end{cases}$
15. $\int \frac{du}{1+u^2} = \begin{cases} \tan^{-1} u + C \\ -\cot^{-1} u + C, (u \geq 0) \end{cases}$
16. $\int \frac{du}{u\sqrt{u^2-1}} = \begin{cases} \sec^{-1} u + C \\ -\csc^{-1} u + C \end{cases}$
17. $\int \sinh u \, du = \cosh u + C$
18. $\int \cosh u \, du = \sinh u + C$
19. $\int \sec h^2 u \, du = \tanh u + C$
20. $\int \csc h^2 u \, du = -\coth u + C$
21. $\int \sec h u \tanh u \, du = -\sec h u + C$
22. $\int \csc h u \coth u \, du = -\csc h u + C$
23. $\int \frac{du}{\sqrt{u^2+1}} = \sinh^{-1} u + C$
24. $\int \frac{du}{\sqrt{u^2-1}} = \cosh^{-1} u + C$

$$25. \int \frac{du}{1-u^2} = \begin{cases} \tanh^{-1} u + C, (|u| < 1) \\ \coth^{-1} u + C, (|u| > 1) \end{cases}$$

$$27. \int \frac{du}{u\sqrt{1+u^2}} = -\operatorname{csc} h^{-1}|u| + C$$

$$26. \int \frac{du}{u\sqrt{1-u^2}} = -\operatorname{sec} h^{-1}|u| + C (0 < u \leq 1)$$

Soal Latihan

Selesaikan integral berikut:

$$1. \int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$$

$$2. \int e^x \cot(e^x) dx$$

$$3. \int x \csc x^2 \cot x^2 dx$$

$$4. \int 3t\sqrt{1-t^2} dt$$

$$5. \int \frac{e^{\sin x}}{\sec x} dx$$

$$6. \int \frac{x dx}{6x^2 - 18}$$

$$7. \int \frac{(\ln t)^5}{t} dt$$

$$8. \int \frac{e^{2 \ln(2x-1)}}{2x-1} dx$$

$$9. \int \frac{e^{\csc x} \cot x}{\sin x} dx$$

$$10. \int \frac{\sin x}{\cos^5 x} dx$$