

**LIMIT BENTUK TAK TENTU**

$$0^0, \infty^0 \text{ dan } 1^\infty$$

Dalam menentukan turunan dari fungsi berpangkat fungsi dapat digunakan sifat logaritma natural. Misal  $y = f(x)^{g(x)}$ . Maka didapatkan  $\ln y = g(x) \ln f(x)$ . Oleh karena itu, turunan dari y, yaitu :

$$y' = \left[ g'(x) \ln f(x) + \frac{g(x)}{f(x)} f'(x) \right] f(x)^{g(x)}$$

Sedangkan limit dari fungsi berpangkat fungsi,  $\lim_{x \rightarrow a} y = \lim_{x \rightarrow a} f(x)^{g(x)}$  akan memunculkan bentuk tak tentu berikut :  $0^0, \infty^0$  dan  $1^\infty$ . Untuk menyelesaikannya

dihitung:  $\lim_{x \rightarrow a} \ln y = \lim_{x \rightarrow a} [g(x) \ln f(x)]$

Misal nilai dari  $\lim_{x \rightarrow a} \ln y = A$ . Maka  $\lim_{x \rightarrow a} y = e^A$ .

Contoh

Hitung limit berikut

a.  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{1/x}$

b.  $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} (\tan x)^{\cos x}$

c.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$

Jawab :

- a. Limit mempunyai bentuk tak tentu  $1^\infty$ . Misal  $y = (1+x)^{1/x}$ . Maka

$$\lim_{x \rightarrow 0} \ln y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} \text{ dan mempunyai bentuk tak tentu } \frac{0}{0}. \text{ Menggunakan}$$

$$\text{lhospital didapatkan : } \lim_{x \rightarrow 0} \ln y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1+x} = 1. \text{ Jadi } \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{1/x} = e$$

- b. Limit mempunyai bentuk tak tentu  $\infty^0$ . Misal  $y = (\tan x)^{\cos x}$ . Maka

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} \ln y = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} \cos x \ln(\tan x) = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} \frac{\ln \tan x}{\sec x} = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} \frac{1}{\sec x \tan^2 x} = 0$$

$$\text{Jadi } \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} (\tan x)^{\cos x} = 1$$

- c. Limit mempunyai bentuk tak tentu  $0^0$ . Misal  $y = x^x$ . Maka

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln y = \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{x^{-1}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} -x = 0. \text{ Jadi } \lim_{x \rightarrow 0^+} x^x = 1$$

## Soal Latihan

Hitung limit berikut.

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} x^{1/(1-x)}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin 2x)^{1/x}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left[ \cos \frac{2}{x} \right]^{x^2}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0^+} (e^{2x} - 1)^{1/\ln x}$$

5.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + x^2)^{1/\ln x}$

6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\ln x)^{1/x}$

7.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (3^x + 5^x)^{1/x}$

8.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+1}{x+2} \right)^x$