

## INTEGRAL TAK TENTU

$F(x)$  disebut **anti turunan** dari  $f(x)$  pada selang  $I$  bila  $F'(x) = f(x)$  untuk  $x \in I$  ( bila  $x$  merupakan titik ujung dari  $I$  maka  $F'(x)$  cukup merupakan turunan sepihak ). Proses mencari anti turunan disebut **integrasi ( integral )**.

Notasi :  $\int f(x) dx = F(x) + C$  disebut **integral tak tentu**.

Dari rumus untuk turunan fungsi yang diperoleh pada pembahasan bab sebelumnya dapat diturunkan beberapa rumus integral tak tentu sebagai berikut :

$$1. \int x^r dx = \frac{x^{r+1}}{r+1} + C; r \neq -1$$

$$2. \int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$3. \int \cos x dx = \sin x + C$$

$$4. \int \sec x \tan x dx = \sec x + C$$

$$5. \int \csc x \cot x dx = -\csc x + C$$

$$6. \int \csc^2 x dx = -\cot x + C$$

$$7. \int \sec^2 x dx = \tan x + C$$

$$8. \int [f(x)]^r f'(x) dx = \frac{[f(x)]^{r+1}}{r+1} + C;$$

$$r \neq -1$$

$$9. \int \left[ f(u) \frac{du}{dx} \right] dx = \int f(u) du$$

Penerapan dari beberapa rumus di atas diperlihatkan pada contoh berikut.

Contoh :

Hitung integral tak tentu berikut :

a.  $\int \sin(2x+1) dx$

b.  $\int (x+1)\sqrt{x^2+2x-1} dx$

Jawab :

a. Misal  $u = 2x + 1$ . Maka  $du = 2 dx$ .

$$\int \sin(2x+1) dx = \frac{1}{2} \int \sin u du = -\frac{1}{2} \cos u + C = -\frac{1}{2} \cos(2x+1) + C$$

b. Misal  $u = x^2 + 2x - 1$ . Maka  $du = 2(x+1) dx$ .

$$\int (x+1)\sqrt{x^2+2x-1} dx = \frac{1}{2} \int u^{1/2} du = \frac{1}{3} u^{3/2} + C = \frac{1}{3} \sqrt{(x^2+2x-1)^3} + C$$

Sifat dasar dari bentuk integral tak tentu adalah sifat linear, yaitu :

$$\int [a f(x) + b g(x)] dx = a \int f(x) dx + b \int g(x) dx$$

Contoh :

Hitung integral :  $\int (2x + \cos 2x) dx$

Jawab :

$$\int (2x + \cos 2x) dx = \int 2x dx + \int \cos 2x dx = x^2 + \frac{1}{2} \sin 2x + C$$

### Soal Latihan

( Nomor 1 sd 5 ) Carilah anti turunan  $F(x) + C$  bila

1.  $f(x) = 3x^2 + 10x - 5$

2.  $f(x) = x^2(20x^7 - 7x^5 + 6)$

3.  $f(x) = \frac{1}{x^3} + \frac{6}{x^7}$

4.  $f(x) = \frac{2x^3 - 3x^2 + 1}{x^2}$

5.  $f(x) = x^{-3/4}$

( Nomor 6 sd 19 ) Selesaikan integral tak tentu berikut:

6.  $\int (x^2 + 1)^2 dx$

7.  $\int x^2(x^2 - 4) dx$

8.  $\int \frac{x^3 - 3x^2 + 1}{\sqrt{x}} dx$

9.  $\int (3t^2 - 2 \sin t) dt$

$$10. \int (x^2 - 4)^3 2x \, dx$$

$$11. \int (x^2 - 3x + 2)^2 (2x - 3) \, dx$$

$$12. \int 3x \sqrt{3x^2 + 7} \, dx$$

$$13. \int (5x^2 + 1) \sqrt{5x^3 + 3x - 2} \, dx$$

$$14. \int \frac{3y}{\sqrt{2y^2 + 5}} \, dy$$

$$15. \int (\cos^4 2x)(-2 \sin 2x) \, dx$$

$$16. \int \cos(3x + 1) \sin(3x + 1) \, dx$$

$$17. \int \sin^3(x^2 + 1)^4 \cos(x^2 + 1)^4 (x^2 + 1)^3 x \, dx$$

$$18. \int \sin^2 x \, dx$$

$$19. \int \cos^2 x \, dx$$

*Matematika Dasar*