

FUNGSI IMPLISIT

Fungsi dengan notasi $y = f(x)$ disebut **fungsi eksplisit**, yaitu antara peubah bebas dan tak bebasnya dituliskan dalam ruas yang berbeda. Bila tidak demikian maka dikatakan fungsi implisit.

Dalam menentukan turunan fungsi implisit bila mungkin dan mudah untuk dikerjakan dapat dinyatakan secara eksplisit terlebih dahulu kemudian ditentukan turunannya. Namun tidak semua fungsi implisit dapat diubah menjadi bentuk eksplisit, oleh karena itu akan dibahas cara menurunkan fungsi dalam bentuk implisit berikut.

Contoh :

Tentukan $\frac{dy}{dx}$ bila $y - 4x + 2xy = 5$

Jawab :

Bentuk fungsi dapat diubah menjadi bentuk eksplisit, $y = \frac{4x + 5}{1 + 2x}$. Digunakan aturan

penurunan didapatkan,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-6}{(1 + 2x)^2}$$

Contoh :

Tentukan nilai $\frac{dy}{dx}$ di $(2,1)$ bila $y - 4x + 2xy^2 = -3$

Jawab :

Bentuk fungsi dapat diubah menjadi fungsi eksplisit dalam y , $x = \frac{y + 3}{4 - 2y^2}$.

Menggunakan aturan penurunan didapatkan,

$$\frac{dx}{dy} = \frac{2y^2 + 2y + 4}{(4 - 2y^2)^2}$$

Karena $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\frac{dx}{dy}}$ maka $\frac{dy}{dx} = \frac{(4-2y^2)^2}{2y^2+2y+4}$. Nilai turunan di (2,1) atau $y = 1$, $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}$

Contoh :

Tentukan nilai $\frac{dy}{dx}$ di $x = 1$ bila $y - 4x + 2x^2y^2 = -3$

Jawab :

Turunan dari fungsi di atas dicari dengan menggunakan metode penurunan fungsi implisit. Misal turunan dari x dan y berturut-turut dinyatakan dengan dx dan dy . Bila dalam satu suku terdapat dua peubah (x dan y) maka kita lakukan secara bergantian, bisa terhadap x dahulu baru terhadap y atau sebaliknya. Hasil turunan $\frac{dy}{dx}$ akan nampak bila masing-masing ruas dibagi oleh dx .

$$y - 4x + 2x^2y^2 = -3$$

$$dy - 4dx + 4x dxy^2 + 4x^2 y dy = 0$$

$$\frac{dy}{dx} - 4 + 4x y^2 + 4x^2 y \frac{dy}{dx} = 0 \quad (\text{ruas kiri dan ruas kanan dibagi dengan } dx)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{4 - 4x y^2}{1 + 4x^2 y}$$

Substitusi $x = 1$ ke fungsi didapatkan $2y^2 + y - 1 = 0$ atau $y = \frac{1}{2}$ dan $y = -1$.

$$\text{Untuk } (1, -1), \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\text{Untuk } (1, \frac{1}{2}), \frac{dy}{dx} = 1$$

Soal latihan

(Nomor 1 sd 5) Tentukan turunan pertama dari

$$1. x^2 - y^2 = 1$$

2. $2xy + 3x - 2y = 1$
3. $y + \sin(xy) = 1$
4. $x^3 - 3x^2y + y^2 = 0$
5. $\tan(xy) - 2y = 0$
6. Diketahui kurva yang dinyatakan secara implisit : $x^2 + xy + y^2 - 3y = 10$. Tentukan
 - a. Turunan pertama di $x = 2$
 - b. Persamaan garis singgung dan normal di $x = 2$
7. Tentukan persamaan garis singgung dan normal dari kurva berikut di titik yang diberikan.
 - a. $y\sqrt{x} + x\sqrt{xy} = 2$; (1,1)
 - b. $x^3y + y^3x = 10$; (1,2)
 - c. $x^2y^2 + 3xy = 10y$; (2,1)
 - d. $\sin(xy) = y$; ($\frac{1}{2}\pi$, 1)
 - e. $y + \cos(xy^2) + 3x^2 = 4$; (1, 0)
8. Sebuah kurva dinyatakan dalam persamaan implisit : $(x + y)^3 - 2x + y = 1$.
Tentukan :
 - a. $\frac{dy}{dx}$
 - b. Persamaan garis singgung kurva di titik potongnya dengan garis $x + y = 2$.