

TEOREMA RANTAI

Untuk mendapatkan turunan dari fungsi komposisi dapat dilakukan dengan cara mencari bentuk eksplisit dari hasil komposisi fungsi. Namun dapat juga dicari dengan cara langsung menggunakan metode atau aturan rantai.

Misal diberikan fungsi : $y = f(u(x))$. Maka turunan pertama terhadap x yaitu :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d(f(u))}{du} \frac{d(u(x))}{dx} = f'(u) u'(x)$$

Bila $y = f(u)$ dengan $u = v(x)$ maka turunan pertama dari y terhadap x dicari :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d(f(u))}{du} \frac{d(u(v))}{dv} \frac{d(v(x))}{dx} = f'(u) u'(v) v'(x)$$

Metode penurunan di atas dikenal dengan teorema rantai.

Contoh

Cari turunan dari fungsi $f(x) = \sin(3x)$

Jawab:

Misal $u(x) = 3x$. Maka fungsi $f(x)$ dapat dinyatakan dengan $f(x) = \sin(u)$. Turunan

terhadap x yaitu $\frac{df}{dx} = f'(u) u'(x) = 3 \cos(3x)$

Contoh

Cari nilai turunan pertama di $x = 1$ dari fungsi $f(x) = \tan \sqrt{p^2 x}$

Jawab :

Misal $v(x) = \pi^2 x$ dan $u(v) = \sqrt{v}$. Maka fungsi dapat dituliskan dengan $f(x) = \tan u$.

Turunan terhadap x , $\frac{df}{dx} = f'(u)u'(v)v'(x) = \frac{\mathbf{p}^2}{2\sqrt{\mathbf{p}^2x}} \sec^2 \sqrt{\mathbf{p}^2x}$. Nilai turunan di $x = 1$,

yaitu $f'(1) = \frac{\mathbf{p}}{2}$

Soal latihan

(Nomor 1 sd 7) Tentukan turunan pertama dari

1. $y = (2x - 3)^{10}$

2. $y = \sin^3 x$

3. $y = \cos(4x^2 - x)$

4. $y = \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2$

5. $y = \cos\left(\frac{x^2-1}{x+4}\right)$

6. $y = \sin x \tan [x^2 + 1]$

7. $y = \sin [\cos (\sin 2x)]$

8. Hitung $f'(3)$ bila $f(x) = \left(\frac{x^2+1}{x+2}\right)^2$

9. Hitung $g'(1/2)$ bila $g(t) = \cos \mathbf{p}t \sin^2 \mathbf{p}t$

10. Tentukan $(f \circ g)'(1)$ bila $f(x) = \cos \pi x$ dan $g(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

11. Tentukan $(f \circ g)'(-1)$ bila $f(x) = \frac{1}{x} - 1$ dan $g(x) = x^2 - 4x$

12. Tentukan persamaan garis singgung dan normal kurva $y = (x^2 + 1)^3 (x^4 + 1)^2$ di titik dengan absis $x = 1$.