LIMIT TAK HINGGA DAN LIMIT DI TAK HINGGA

Dalam sub bab ini pengertian limit tak hingga dan limit di tak hingga secara formal tidak diberikan seperti halnya pada pengertian limit di suatu titik pada pembahasan terdahulu. Secara intuisi diberikan melalui contoh berikut.

Misal diberikan fungsi $f(x) = \dfrac{1}{x-1}$. Maka nilai fungsi f(x) menuju tak hingga (∞) untuk x mendekati 1 dari kanan, sedangkan menuju minus tak hingga ($-\infty$) untuk x mendekati 1 dari kiri. Pengertian tersebut dapat dinotasikan dengan limit sebagai berikut :

$$\lim_{x \to 1^-} f(x) = -\infty \qquad dan \qquad \lim_{x \to 1^+} f(x) = \infty$$

Bila $f(x) = \dfrac{1}{(x-1)^2}$ maka didapatkan $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = \infty$ dan $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = \infty$ atau dituliskan $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = \infty$. Bentuk limit tersebut dinamakan **limit tak hingga**, yaitu nilai fungsi f(x) untuk x mendekati 1 sama dengan tak hingga (∞).

Sedangkan bentuk limit di titik mendekati tak hingga diilustrasikan berikut. Misal diberikan fungsi $f(x) = \dfrac{1}{x}$. Maka nilai fungsi akan mendekati nol bila nilai x menuju tak hingga atau minus tak hingga, dinotasikan :

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = 0 \quad \text{dan} \quad \lim_{x \to -\infty} f(x) = 0$$

Secara umum, limit fungsi dari $f(x) = \dfrac{1}{x^n}$, $n \in B^+$ untuk x mendekati tak hingga atau minus tak hingga sama dengan nol, dituliskan :

$$\lim_{x \to \infty} \frac{1}{x^n} = 0 \ \text{ atau } \ \lim_{x \to -\infty} \frac{1}{x^n} = 0$$

Bila f(x) merupakan fungsi rasional, misal $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$ dengan p(x) dan q(x) merupakan polinom maka untuk menyelesaikan limit di tak hingga dilakukan dengan membagi pembilang, p(x) dan penyebut, q(x) dengan x pangkat tertinggi yang terjadi.

Contoh :

Hitung $\lim_{x \to 3^+} \frac{3+x}{3-x}$

Jawab :

Nilai dari pembilang untuk x mendekati 3 dari arah kanan adalah mendekati 6, sedangkan nilai penyebut akan mendekati negatif bilangan yang sangat kecil. Bila 6 dibagi oleh bilangan negatif kecil sekali akan menghasilkan bilangan yang sangat kecil. Jadi $\lim_{x \to 3^+} \frac{3+x}{3-x} = -\infty$

Soal Latihan

Hitung limit berikut (bila ada) :

1. $\lim_{x \to 3^+} \frac{3+x}{3-x}$
2. $\lim_{x \to 3} \frac{3+x}{3-x}$
3. $\lim_{x \to 2^+} \frac{3}{x^2-4}$
4. $\lim_{x \to 2} \frac{3}{x^2-4}$
5. $\lim_{x \to 1^-} \frac{x^3-1}{x-1}$
6. $\lim_{x \to 1^+} \frac{x^3-1}{x-1}$
7. $\lim_{x \to \infty} \frac{x}{1+x^2}$
8. $\lim_{x \to -\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x^2-1}$
9. $\lim_{x \to \infty} \frac{x^2+x}{x+1}$
10. $\lim_{x \to -\infty} \frac{1-x^3}{1-x}$
11. $\lim_{x \to \infty} \frac{2-3x+x^2}{1+x^2}$
12. $\lim_{x \to \infty} \frac{2x^3}{1+x^3}$