

Διονύσης Μάργαρης

Φυσική

Β' Λυκείου

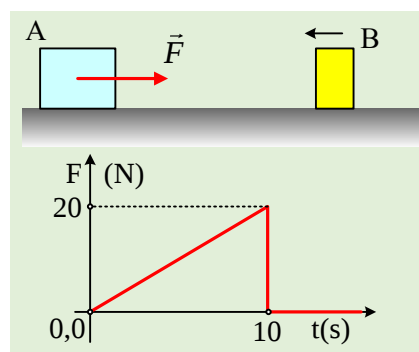


Προσανατολισμού

Ασκήσεις 2025-26

1) Ορμή και μεταβλητή δύναμη.

Ένα σώμα Α μάζας $m_1=2\text{kg}$ ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,5$. Σε μια στιγμή $t=0$, δέχεται την επίδραση μεταβλητής οριζόντιας δύναμης $\vec{F}$ το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται, όπως στο διάγραμμα.

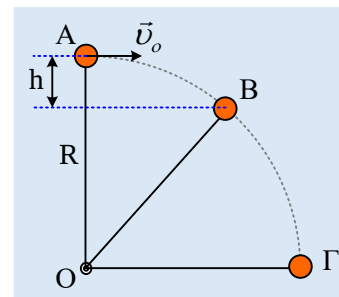


- i) Αφού βρείτε πρώτα την εξίσωση $F=F(t)$, του μέτρου της δύναμης σε συνάρτηση με το χρόνο, για όσο χρόνο ασκείται στο σώμα, να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή $t_1=4\text{s}$ το μέτρο της, καθώς και το ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος. Ποια χρονική στιγμή t_2 το σώμα αρχίζει να κινείται;
- ii) Να βρείτε την εξίσωση του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σώματος, σε συνάρτηση με το χρόνο, $\left(\frac{dp}{dt} = f(t)\right)$ μέχρι τη στιγμή $t_3=10\text{s}$ και να κάνετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση.
- iii) Να βρεθεί η ορμή του σώματος τη στιγμή t_3 ;
- iv) Τη στιγμή $t_4=11,5\text{s}$ το σώμα Α συγκρούεται μετωπικά με ένα δεύτερο σώμα Β, μάζας $m_2=1\text{kg}$, το οποίο κινείται αντίθετα και τη στιγμή της κρούσης έχει ταχύτητα μέτρου $v_2=2,5\text{m/s}$. Το αποτέλεσμα της κρούσης είναι το σώμα Α να ακινητοποιηθεί. Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος Β, αμέσως μετά την κρούση.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$, ενώ η τριβή ολίσθησης μεταξύ του σώματος Α και του επιπέδου είναι ίση με την οριακή τριβή.

2) Μια κατακόρυφη κυκλική κίνηση.

Μια μικρή σφαίρα μάζας $m=1\text{kg}$ είναι δεμένη στο άκρο μη ελαστικού νήματος μήκους $l=0,9\text{m}$, διαγράφοντας κατακόρυφο κύκλο κέντρου Ο και ακτίνας $R=l$. Σε μια στιγμή περνάει από το σημείο Α, με το νήμα κατακόρυφο έχοντας ταχύτητα $v_0=3\text{m/s}$, ενώ μετά από λίγο περνάει από το σημείο Β, όπου η κατακόρυφη απόσταση μεταξύ Α και Β είναι $h=0,35\text{m}$.



- i) Να βρεθεί η τάση του νήματος, όταν η σφαίρα περνάει από τη θέση Α.
- ii) Να υπολογιστεί η ταχύτητα v_1 της σφαίρας στη θέση Β, καθώς και η τάση του νήματος στη θέση αυτή;
- iii) Συνεχίζοντας η σφαίρα φτάνει στη θέση Γ, όπου το νήμα γίνεται οριζόντιο. Να υπολογιστούν η

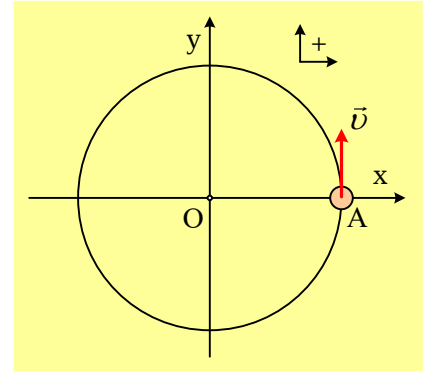
οριζόντια και η κατακόρυφη επιτάχυνση της σφαίρας στη θέση αυτή.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$, ενώ η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

3) Μια κυκλική κίνηση και οι άξονες x και y .

Κατά την μελέτη της οριζόντιας βολής, χρησιμοποιούμε ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων x, y , ενώ στην κυκλική κίνηση, δουλεύουμε με βάση τον κύκλο. Μήπως να δούμε τον κύκλο σε συνδυασμό με ένα σύστημα καθέτων αξόνων x, y ;

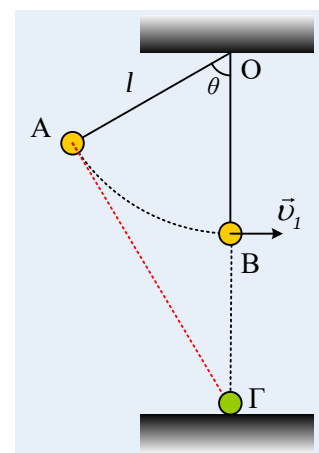
Ένα υλικό σημείο Σ μάζας $m=0,5\text{kg}$ εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση σε κύκλο κέντρου O και ακτίνας $R=0,8\text{m}$. Στο σχήμα έχουμε πάρει ένα σύστημα καθέτων αξόνων x και y , με κέντρο το κέντρο O του κύκλου (με τον γνωστό προσανατολισμό), ενώ το σώμα τη στιγμή $t=0$ περνά από το σημείο A του άξονα x , έχοντας ταχύτητα $v=v_y=0,4\text{m/s}$.



- i) Ποια η κατεύθυνση και ποιο το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του σώματος Σ ;
- ii) Για τη χρονική στιγμή $t_1=4,2\text{s}\approx(4\pi/3)\text{s}$, ζητούνται:
 - α) Οι συντεταγμένες της θέσης (x, y) του σώματος Σ .
 - β) Οι συνιστώσες (p_x, p_y) της ορμής του Σ .
 - γ) Οι αντίστοιχες συνιστώσες του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σώματος Σ .
- iii) Για το χρονικό διάστημα $0-t_1$ να βρεθούν:
 - α) Οι μετατοπίσεις Δx και Δy του σώματος, στους δύο άξονες.
 - β) Οι μεταβολές της ορμής Δp_x και Δp_y .

4) Κίνηση φορτισμένου σφαιριδίου.

Ένα μικρό σφαιρίδιο μάζας $m=80\text{g}$ είναι δεμένο στο άκρο κατακόρυφου μονωτικού νήματος μήκους $l=0,4\text{m}$, το άλλο άκρο του οποίου έχει δεθεί σε σταθερό σημείο O . Το σφαιρίδιο φέρει φορτίο $q=1\mu\text{C}$ και ισορροπεί στη θέση B , ενώ στην προέκταση της OB , στη θέση Γ , έχει στερεωθεί μια μικρή φορτισμένη σφαίρα, η οποία φέρει κάποιο θετικό φορτίο Q . Εκτρέπουμε το σφαιρίδιο, φέρνοντάς το στη θέση A , όπου το νήμα σχηματίζει γωνία $\theta=60^\circ$ με την κατακόρυφο και το αφήνουμε να κινηθεί. Το σφαιρίδιο διαγράφει κυκλική τροχιά και μετά από λίγο φτάνει στη θέση B με ταχύτητα v_1 όπως στο σχήμα. Αν η γωνία ΓAO είναι ορθή, ενώ δίνεται $g=10\text{m/s}^2$:



- i) Να δικαιολογήσετε γιατί η δύναμη Coulomb που ασκείται στο σφαιρίδιο στη θέση A , έχει μικρότερο μέτρο από το βάρος του σφαιριδίου.
- ii) Αν $v_1=1,8\text{m/s}$, να υπολογιστούν:
 - α) Το μέγιστο δυνατό μέτρο της δύναμης Coulomb $F_{2\text{max}}$, ώστε το νήμα να παραμένει τεντωμένο στη

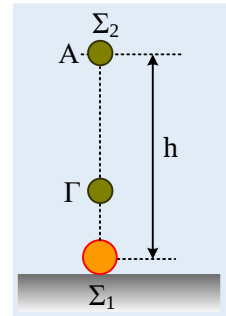
θέση B.

β) Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των θέσεων A και B (V_{AB}), του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργεί το φορτίο Q.

iii) Αν το μέτρο της δύναμης Coulomb στη θέση B είναι $F_2=1,2\text{N}$, ποιο το αντίστοιχο μέτρο της F_1 στη θέση A;

5) Η πτώση μιας φορτισμένης σφαίρας

Σε μονωτική οριζόντια επιφάνεια ηρεμεί μια φορτισμένη σφαίρα Σ_1 με φορτίο $Q=(10/9)\mu\text{C}$. Από ένα σημείο A, σε ύψος $h=0,5\text{m}$ πάνω από την σφαίρα, αφήνεται ένα σφαιρίδιο Σ_2 , μάζας $m=40\text{g}$ με φορτίο $q=1\mu\text{C}$, να πέσει. Αν η κίνηση πραγματοποιείται απουσία αέρα και $g=10\text{m/s}^2$, να υπολογισθούν:



i) Η αρχική επιτάχυνση του σφαιριδίου.

ii) Το έργο της δύναμης Coulomb μέχρι το σφαιρίδιο να μετατοπισθεί κατά $x=0,4\text{m}$, φτάνοντας στη θέση Γ.

iii) Η ταχύτητα του σφαιριδίου στη θέση Γ.

iv) Οι ρυθμοί μεταβολής της ορμής και της κινητικής ενέργειας του σφαιριδίου στη θέση Γ.

6) Δύο + μία πτώσεις σώματος.

Ένα μικρό σώμα αφήνεται να πέσει ελεύθερα από ορισμένο ύψος από την επιφάνειά της.

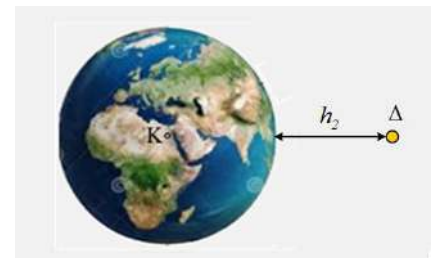
i) Να υπολογιστεί η ταχύτητα με την οποία φτάνει στην επιφάνεια της Γης, όταν το ύψος είναι $h_1=5\text{m}$.

ii) Το ίδιο σώμα αφήνεται να πέσει από ύψος $h_2=R_\Gamma$.

α) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση με την οποία θα ξεκινήσει την πτώση του.

β) Ποια η ταχύτητά του μετά από πτώση 5m ;

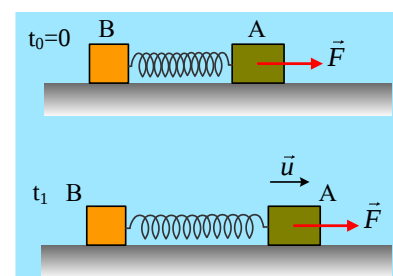
γ) Με ποια ταχύτητα το σώμα φτάνει στην επιφάνεια της Γης;



Στα παραπάνω θεωρούμε τη Γη ακίνητη, σε πολύ μεγάλη απόσταση από όλα τα άλλα ουράνια σώματα, χωρίς ατμόσφαιρα, ενώ η επιτάχυνση της βαρύτητας κοντά στην επιφάνειά της είναι ίση με 10m/s^2 και η ακτίνα της $R_\Gamma=6.400\text{km}$.

7) Ένα σύστημα σωμάτων κινείται

Δύο σώματα A και B με μάζες $m_1=2\text{kg}$ και $m_2=1\text{kg}$ αντίστοιχα, ηρεμούν σε ένα οριζόντιο επίπεδο, με το οποίο εμφανίζουν τον ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,5$, δεμένα στα άκρα ιδανικού ελατηρίου, το οποίο έχει το φυσικό μήκος του. Σε μια στιγμή $t_0=0$, ασκούμε στο σώμα A μια σταθερή οριζόντια δύναμη F, με μέτρο $F_1=32,5\text{N}$, όπως στο σχήμα, με αποτέλεσμα το σώμα να αρχίζει να κινείται προς τα δεξιά.

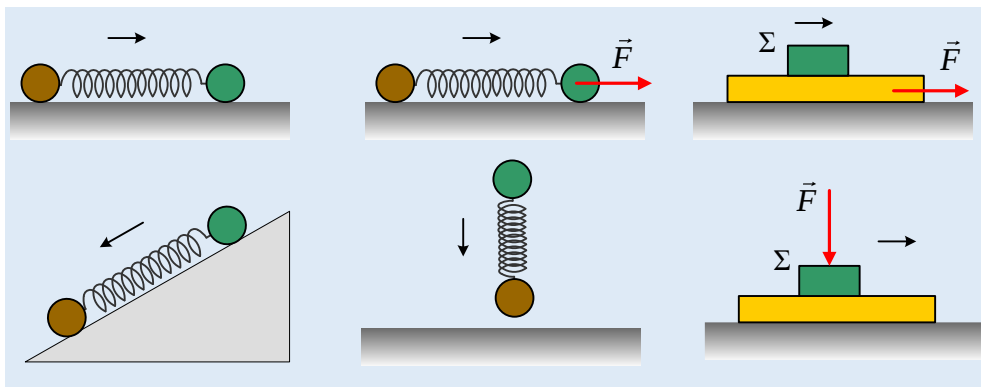


- i) Να υπολογισθεί ο αρχικός ($t=0^+$) ρυθμός μεταβολής της ορμής κάθε σώματος.
- ii) Μετά από λίγο, τη στιγμή t_1 και ενώ το A σώμα έχει μετατοπισθεί κατά $x=0,2\text{m}$, έχει αποκτήσει ταχύτητα μέτρου $u=2\text{m/s}$, ενώ το σώμα B μόλις αρχίζει να ολισθαίνει.
 - α) Να υπολογισθεί η σταθερά k του ελατηρίου.
 - β) Πόση ενέργεια μεταφέρθηκε μέσω του έργου της δύναμης στο σύστημα, μέχρι τη στιγμή t_1 ; Με ποιες μορφές εμφανίζεται η ενέργεια αυτή; Να υπολογίσετε την ενέργεια κάθε μορφής.
- iii) Μόλις αρχίσει η ολίσθηση του B σώματος μειώνουμε το μέτρο της δύναμης σε $F_2=15\text{N}$, οπότε μια επόμενη στιγμή t_2 , το σώμα A έχει ταχύτητα $v_1=0,8\text{m/s}$. Για τη στιγμή αυτή:
 - α) Να υπολογισθεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του συστήματος των δύο σωμάτων (+του ιδανικού ελατηρίου).
 - β) Να βρεθεί η ολική ορμή το συστήματος.
 - γ) Ποια η ταχύτητα του σώματος B;

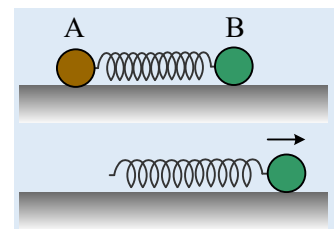
Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$, ενώ το μέτρο της οριακής στατικής τριβής είναι ίσο με το μέτρο της τριβής ολίσθησης. Υπενθυμίζεται επίσης ο νόμος του Hooke για το ελατήριο $F=k\cdot\Delta l$.

8) Το μονωμένο σύστημα και η ΑΔΟ

- 1) Στα παρακάτω σχήματα ένα σύστημα κινείται, ενώ δεν υπάρχουν τριβές, παρά μόνο μεταξύ του σώματος Σ και της σανίδας. Σε ποιες περιπτώσεις η ορμή του συστήματος παραμένει σταθερή;



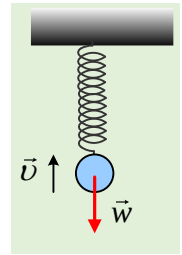
- 2) Οι δυο σφαίρες A και B του σχήματος, με μάζες $m_1=m$ και $m_2=2m$ συγκρατούνται στα άκρα οριζώντιου ελατηρίου, το οποίο έχουν συσπειρώσει, πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Αφήνουμε κάποια στιγμή ελεύθερα τα σώματα να κινηθούν, οπότε μετά από λίγο, η σφαίρα B έχει ταχύτητα προς τα δεξιά μέτρου $v_2=0,8\text{m/s}$. Την στιγμή αυτή η σφαίρα A έχει ταχύτητα v_1 :



- i) Μέτρου $0,4\text{m/s}$, με φορά προς τα δεξιά.
- ii) Μέτρου $1,6\text{m/s}$, με φορά προς τα δεξιά.
- iii) Μέτρου $0,4\text{m/s}$, με φορά προς τα αριστερά.

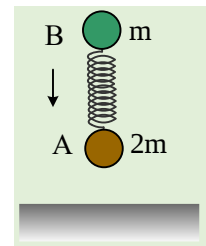
iv) Μέτρου $1,6\text{m/s}$, με φορά προς τα αριστερά.

- 3) Το σώμα του διπλανού σχήματος μάζας m , κινείται δεμένο στο άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου και σε μια στιγμή κινείται προς τα πάνω. Στη θέση αυτή ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος, έχει αντίθετη κατεύθυνση από την ορμή και μέτρο $dp/dt=mg$. Στη θέση αυτή το ελατήριο:



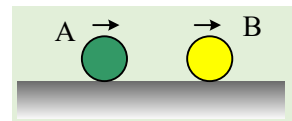
- i) Έχει κάποια επιμήκυνση.
- ii) Έχει κάποια συσπίρωση.
- iii) Έχει το φυσικό μήκος του.
- iv) Δεν μπορούμε να ξέρουμε.

- 4) Δύο σώματα A και B με μάζες $2m$ και m πέφτουν κατακόρυφα, δεμένα στα άκρα ιδανικού ελατηρίου, όπως στο σχήμα. Κάποια στιγμή ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του A σώματος έχει κατεύθυνση προς τα κάτω με μέτρο $\frac{dp_1}{dt} = mg$. Ο αντίστοιχος ρυθμός μεταβολής της ορμής του B σώματος, την ίδια στιγμή, έχει μέτρο:



a) $\frac{dp_2}{dt} = \frac{1}{2}mg$, β) $\frac{dp_2}{dt} = mg$, γ) $\frac{dp_2}{dt} = 2mg$, δ) $\frac{dp_2}{dt} = 2,5mg$.

- 5) Δύο σφαίρες A και B, της ίδιας ακτίνας, κινούνται προς τα δεξιά, σε λείο οριζόντιο επίπεδο όπως στο σχήμα, έχοντας ίσες ορμές p_0 . Μετά από λίγο οι σφαίρες συγκρούονται.



- i) Για τις ταχύτητες v_1 και v_2 των σφαιρών A και B αντίστοιχα, πριν την κρούση ισχύει:

α) $v_1 < v_2$, β) $v_1 = v_2$, γ) $v_1 > v_2$.

- ii) Για τις μάζες m_1 και m_2 των σφαιρών A και B αντίστοιχα, ισχύει:

α) $m_1 < m_2$, β) $m_1 = m_2$, γ) $m_1 > m_2$.

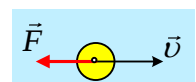
- iii) Αν μετά την κρούση η σφαίρα B αποκτά ορμή $2,2p_0$, τότε η A σφαίρα μετά την κρούση:

- α) Παραμένει ακίνητη.
- β) Κινείται προς τα δεξιά έχοντας μειωθεί η ταχύτητά της.
- γ) Κινείται προς τα αριστερά με ταχύτητα μικρότερου μέτρου από v_1 .
- δ) Κινείται προς τα αριστερά με ταχύτητα μέτρου ίσου με v_1 .

9) Ερωτήσεις στην ορμή

Στις ερωτήσεις 1-4, να επιλέξετε την σωστή πρόταση.

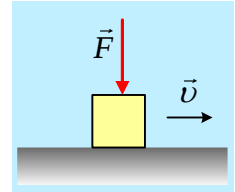
- 1) Στο σχήμα βλέπουμε ένα σώμα να κινείται και κάποια στιγμή έχει ταχύτητα v ενώ δέχεται μια (συνισταμένη) δύναμη F , αντίθετης κατεύθυνσης.



- i) Η ορμή του σώματος έχει την κατεύθυνση της δύναμης F .

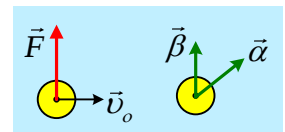
- ii) Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος είναι μονόμετρο μέγεθος.
- iii) Το μέτρο της ορμής αυξάνεται.
- iv) Το μέτρο της ορμής μειώνεται.

2) Ένα σώμα εκτοξεύεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ενώ πάνω του ασκείται μια κατακόρυφη δύναμη, όπως στο σχήμα.



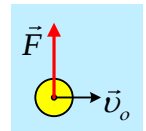
- i) Η ορμή του σώματος παραμένει σταθερή.
- ii) Η ορμή του σώματος αυξάνεται.
- iii) Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος έχει την κατεύθυνση της δύναμης F .
- iv) Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος έχει την κατεύθυνση της ταχύτητας.

3) Σε λείο οριζόντιο επίπεδο εκτοξεύεται ένα σώμα με αρχική ταχύτητα v_0 , ενώ πάνω του ασκείται μια σταθερή οριζόντια δύναμη F , όπως στο σχήμα (σε κάτοψη).



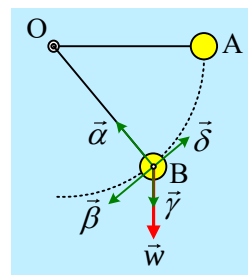
- i) Η ορμή του σώματος παραμένει σταθερή.
- ii) Το μέτρο της ορμής του σώματος παραμένει σταθερό.
- iii) Η μεταβολή της ορμής του σώματος σε χρόνο Δt , έχει την κατεύθυνση του διανύσματος α .
- iv) Η μεταβολή της ορμής του σώματος σε χρόνο Δt , έχει την κατεύθυνση του διανύσματος β .

4) Σε λείο οριζόντιο επίπεδο εκτοξεύεται ένα σώμα με αρχική ταχύτητα v_0 , ενώ πάνω του ασκείται μια οριζόντια δύναμη F , όπως στο σχήμα (σε κάτοψη), η οποία παραμένει διαρκώς κάθετη στην ταχύτητα.



- i) Η ορμή του σώματος παραμένει σταθερή.
- ii) Το μέτρο της ορμής του σώματος παραμένει σταθερό.
- iii) Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος, παραμένει σταθερός.
- iv) Η μεταβολή της ορμής του σώματος σε χρονικό διάστημα Δt , έχει την κατεύθυνση της δύναμης.

5) Ένα σώμα είναι δεμένο στο άκρο νήματος και αφήνεται να κινηθεί σε κατακόρυφο επίπεδο, από την θέση Α, οπότε μετά από λίγο φτάνει στη θέση Β, που φαίνεται στο σχήμα.

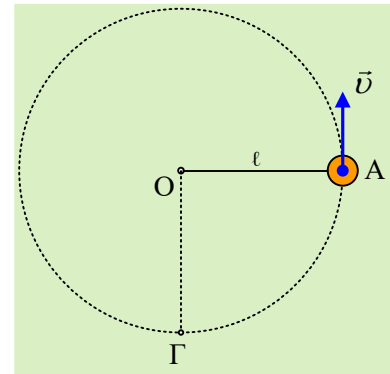


Να χαρακτηρίσετε ως σωστές ή λανθασμένες τις παρακάτω προτάσεις, για το σώμα καθώς περνά από τη θέση Β:

- i) Το διάνυσμα β , παριστάνει την ορμή του σώματος στη θέση Β.
- ii) Το διάνυσμα που παριστάνει το ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος, είναι το διάνυσμα γ .
- iii) Το διάνυσμα που παριστάνει το ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος, είναι το διάνυσμα α .
- iv) Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής είναι μηδενικός.
- v) Η μεταβολή της ορμής του σώματος μεταξύ των θέσεων Α και Β παριστάνεται από το διάνυσμα β .

10) Η ορμή και οι μεταβολές της σε μια ΟΚΚ.

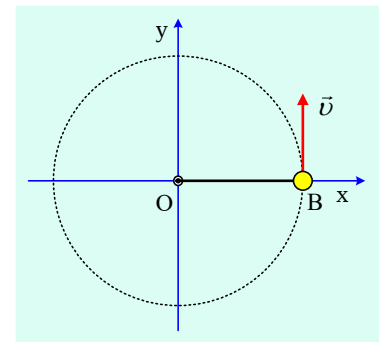
Μια σφαίρα μάζας $m=0,5\text{kg}$ κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένη στο άκρο νήματος μήκους $\ell=0,9\text{m}$, διαγράφοντας κυκλική τροχιά κέντρου O , με γραμμική ταχύτητα σταθερού μέτρου $v=0,6\text{m/s}$ (το σχήμα σε κάτωψη).



- Να βρεθεί η ορμή και ο ρυθμός μεταβολής της ορμής (διεύθυνση, φορά και μέτρο) της σφαίρας τη χρονική στιγμή $t_0=0$, όπου η σφαίρα περνά από τη θέση A .
- Να βρεθεί το μήκος του τόξου που διαγράφει η σφαίρα μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1=(3\pi/2)\text{ s}$, καθώς και η θέση της B , τη στιγμή αυτή. Να υπολογιστεί η μεταβολή της ορμής της σφαίρας στο χρονικό διάστημα $0-t_1$.
- Να υπολογιστεί η χρονική στιγμή t_2 όπου η σφαίρα φτάνει στη θέση Γ , όπου η ακτίνα OG είναι κάθετη στην OA , για 3^η φορά. Να υπολογιστεί η μεταβολή της ορμής της σφαίρας μεταξύ των θέσεων B και Γ .

11) Σαν σκηνές από ταινία προσεχώς...

Ένα μικρό σώμα Σ εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση σε οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο μη εκτατού νήματος μήκους $l=R=(8/\pi)=2,5\text{m}$, με ταχύτητα μέτρου $v=2\text{m/s}$ και τη στιγμή $t=0$ περνά από την θέση B , όπως το σχήμα (σε κάτωψη). Το κέντρο του κύκλου O είναι και αρχή ενός συστήματος ορθογωνίων αξόνων x,y όπου ο άξονας x περνά και από το σημείο B .



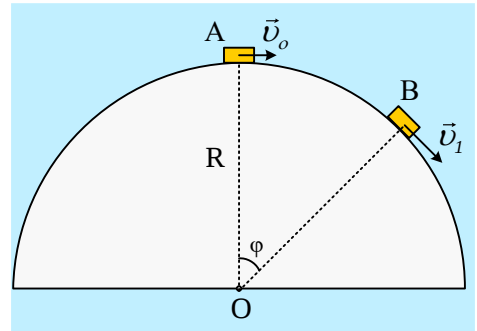
- Να υπολογισθεί η γωνιακή ταχύτητα περιφοράς του σώματος, καθώς και η γωνία που διαγράφει η επιβατική ακτίνα, σε συνάρτηση με το χρόνο. Να γίνει η γραφική παράσταση $\varphi=f(t)$, μέχρι τη στιγμή $t_1=12\text{s}$. Σε ποια θέση βρίσκεται τη στιγμή αυτή το σώμα;
- Να βρείτε την εξίσωση που μας δίνει την τεταγμένη y , της θέσης του σώματος Σ , σε συνάρτηση με το χρόνο και να παρασταθεί γραφικά, μέχρι τη στιγμή t_1 .
- Ποια η αντίστοιχη εξίσωση για την συνιστώσα της ταχύτητας στην διεύθυνση του άξονα y ; Να γίνει επίσης η ανάλογη γραφική παράσταση $v_y=f(t)$, μέχρι τη στιγμή t_1 .
- Αφού υπολογίσετε την κεντρομόλο επιτάχυνση που ασκείται στο σώμα, να την αναλύσετε στους άξονες x και y και να βρείτε την συνιστώσα της στην διεύθυνση y .

12) Αλλάζοντας άξονες στην κυκλική κίνηση

Σαν απάντηση σε ένα ερώτημα στο φόρουμ «[Όχι δεν είναι οριζόντια βολή](#)», ας δούμε μια μελέτη κυκλικής κίνησης και με την κλασσική μέθοδο (Μελέτη για κύκλο με κεντρομόλο και εφαπτομενική διεύθυνση...), αλλά και χρησιμοποιώντας ορθογώνιους άξονες στο επίπεδο με οριζόντια και κατακόρυφη διεύθυνση.

Άσκηση:

Ένα μικρό σώμα, το οποίο θεωρούμε υλικό σημείο αμελητέων διαστάσεων, εκτοξεύεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα $v_0=1\text{m/s}$ από την κορυφή A ενός λείου ημισφαιρίου ακτίνας $R=0,75\text{m}$. Το σώμα κινείται σε επαφή με το ημισφαίριο και μετά από λίγο φτάνει στη θέση B, έχοντας διαγράψει γωνία φ , όπου $\eta\mu\varphi=0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\varphi=0,8$.

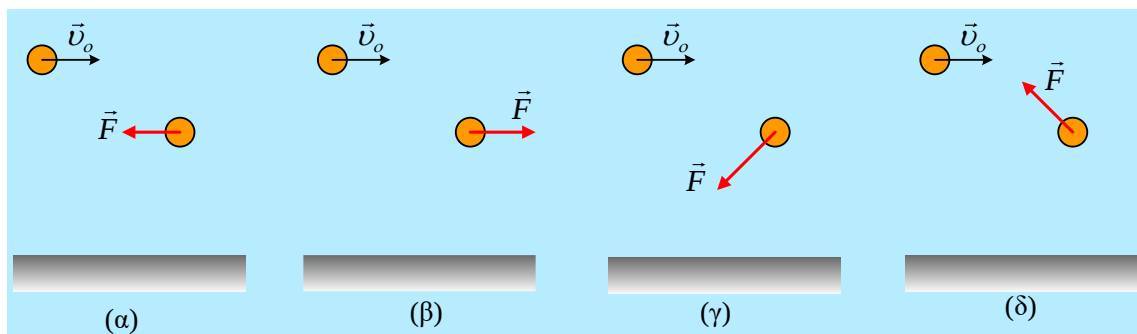


- Να υπολογισθεί η ταχύτητα v_1 το σώματος στη θέση B, καθώς και η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας αυτής.
- Να υπολογιστεί η κεντρομόλος επιτάχυνση το σώματος στις θέσεις A και B, καθώς και το μέτρο της κάθετης αντίδρασης που δέχεται το σώμα από το ημισφαίριο στις θέσεις αυτές.
- Να υπολογιστεί η οριζόντια και η κατακόρυφη συνιστώσα της επιτάχυνσης του σώματος στη θέση B.

13) Όταν ξανά η ταχύτητα είναι κατακόρυφη

Ένα σώμα αφήνεται να πέσει ελεύθερα από ορισμένο ύψος και φτάνει στο έδαφος με ταχύτητα v_1 . Το ίδιο σώμα εκτοξεύεται από το ίδιο ύψος οριζόντια, με αρχική ταχύτητα v_0 , ενώ πάνω του ασκείται και μια σταθερή δύναμη F , με αποτέλεσμα το σώμα να φτάνει στο έδαφος έχοντας κατακόρυφη ταχύτητα μέτρου v_1 .

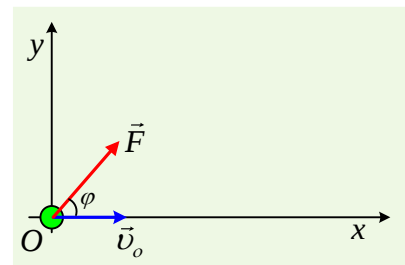
Ποιο από τα παρακάτω σχήματα δείχνει την διεύθυνση της ασκούμενης δύναμης F ;



Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας, θεωρώντας αμελητέα την αντίσταση του αέρα.

14) Η αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο κινείται κατά την διεύθυνση του άξονα x , ενός ορθογωνίου συστήματος αξόνων x, y ένα σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ με ταχύτητα $v_0=1\text{m/s}$. Σε μια στιγμή $t_0=0$, που το σώμα περνά από την αρχή των αξόνων O , δέχεται μια **σταθερή** δύναμη μέτρου $F=0,5\text{N}$, η οποία σχηματίζει γωνία φ με τον άξονα x , όπως στο σχήμα (σε κάτοψη), όπου $\eta\mu\varphi=0,8$ και $\sigma\upsilon\nu\varphi=0,6$.



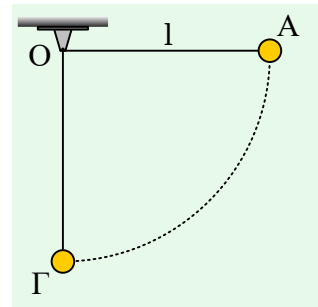
- Θεωρώντας σύνθετη την κίνηση, να γράψετε τις εξισώσεις ταχύτητας και θέσης, για την κίνηση του σώματος στους άξονες x και y .
- Να βρείτε τη χρονική στιγμή t_1 όπου η ταχύτητα του σώματος σχηματίζει γωνία 45° με την διεύθυνση x .

- iii) Να βρεθεί η ταχύτητα και η θέση του σώματος τη στιγμή t_1 .
- iv) Να υπολογισθεί ο αρχικός ρυθμός με τον οποίο μεταφέρει ενέργεια στο σώμα η δύναμη F , καθώς και το έργο της μέχρι τη στιγμή t_1 .

Ασκήσεις 2024-25

15) Η ορμή και ο ρυθμός μεταβολής της

Ένα μικρό σώμα Σ είναι δεμένο στο άκρο νήματος μήκους l , το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε σταθερό σημείο O . Φέρνουμε το σώμα στη θέση A , ώστε το νήμα να είναι οριζόντιο (και τεντωμένο) και το αφήνουμε να κινηθεί, οπότε μετά από λίγο περνά από την θέση Γ , με το νήμα κατακόρυφο.

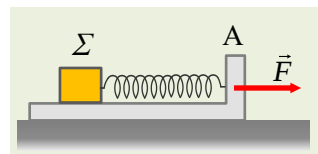


Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες:

- i) Κατά την κίνηση του σώματος Σ από τη θέση A , μέχρι την θέση Γ , η ορμή του παραμένει σταθερή.
- ii) Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος Σ στη θέση A , είναι ίσος με το βάρος του.
- iii) Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος Σ στη θέση Γ , είναι μηδενικός.
- iv) Η ορμή του Σ στη θέση Γ είναι κάθετη στον ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος.
- v) Αν επαναλάβουμε το πείραμα διπλασιάζοντας το μήκος του νήματος, θα διπλασιαστεί και η τάση του νήματος στη θέση Γ .

16) Το σύστημα και η ορμή του

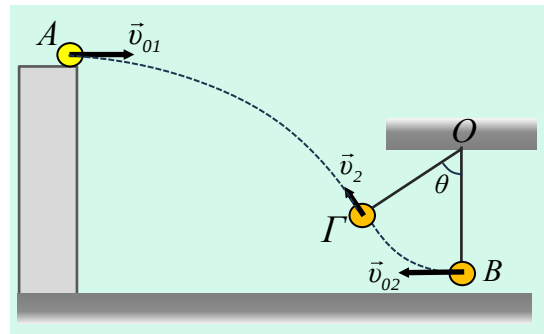
Ένα αμαξίδιο (A), μάζας $M=10\text{kg}$ ηρεμεί πάνω σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο, ενώ πάνω του ηρεμεί ένα σώμα Σ , μάζας $m=2\text{kg}$, δεμένο στο άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου, όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή $t=0$, ασκούμε στο αμαξίδιο μια σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F=10\text{N}$.



- i) Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του συστήματος. Κάποια στιγμή t_1 ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος Σ είναι ίσος $dp/dt=3\text{kgm/s}^2$. Ποιος ο αντίστοιχος ρυθμός μεταβολής του αμαξιδίου (A) τη στιγμή αυτή;
- ii) Να βρεθεί η συνολική ορμή του συστήματος τη χρονική στιγμή $t_2=2\text{s}$.
- iii) Αν τη στιγμή t_2 το αμαξίδιο έχει ταχύτητα $v_1=1,6\text{m/s}$, ποια ταχύτητα έχει το σώμα Σ ;
- iv) Τη στιγμή t_2 μηδενίζεται η ασκούμενη δύναμη F . Μετά από λίγο, τη στιγμή t_3 , το αμαξίδιο έχει ταχύτητα $u_1=1,7\text{m/s}$ και επιτάχυνση $a_1=-0,15\text{m/s}^2$. Να βρεθεί η ταχύτητα και η επιτάχυνση του σώματος Σ , την ίδια στιγμή t_3 .

17) Κυκλική κίνηση- οριζόντια βολή και κρούση

Μια μικρή σφαίρα Α εκτοξεύεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα $v_{01}=6\text{m/s}$ από ορισμένο ύψος από το έδαφος. Μια δεύτερη σφαίρα Β μάζας $m_2=1\text{kg}$ είναι δεμένη στο άκρο νήματος μήκους $l=2\text{m}$, το άλλο άκρο του οποίου έχει δεθεί σε σταθερό σημείο Ο και διαγράφει κατακόρυφο κύκλο. Τη στιγμή που το νήμα είναι κατακόρυφο η σφαίρα Β έχει ταχύτητα $v_{02}=5\text{m/s}$, ενώ μετά από λίγο φτάνει στη θέση Γ, όπου το νήμα σχηματίζει με την κατακόρυφη γωνία θ , όπου $\eta\mu\theta=0,8$ και $\sigma\upsilon\upsilon\theta=0,6$.



- i) Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας Β στη θέση Γ, καθώς και η τάση του νήματος στη θέση αυτή.

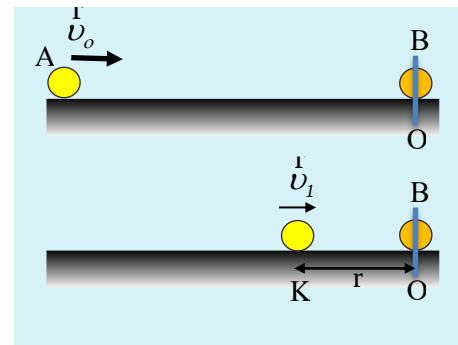
Στη θέση αυτή το νήμα κόβεται, ενώ ταυτόχρονα οι δυο σφαίρες συγκρούονται πλαστικά, με αποτέλεσμα το συσσωμάτωμα να αποκτά μηδενική ταχύτητα αμέσως μετά την κρούση.

- ii) Να υπολογιστεί η μάζα της Α σφαίρας.
iii) Να υπολογιστεί η διάρκεια της οριζόντιας βολής που εκτέλεσε η Α σφαίρα.
iv) Να υπολογιστεί η απώλεια της μηχανικής ενέργειας στη διάρκεια της κρούσης.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

18) Εκτοξεύοντας ένα φορτισμένο σφαιρίδιο

Σφαιρίδιο Α μάζας $m=2\text{g}$ φορτισμένο με φορτίο q βάλλεται από μεγάλη απόσταση, με αρχική ταχύτητα $v_0=20\text{m/s}$, προς δεύτερο σφαιρίδιο Β, το οποίο συγκρατείται ακίνητο στο σημείο Ο, πάνω σε ένα οριζόντιο λείο και μονωτικό δάπεδο. Το σφαιρίδιο Β φέρει φορτίο $Q=10\text{μC}$. Μόλις το σφαιρίδιο Α φτάσει στο σημείο Κ, όπου η απόσταση μεταξύ των σφαιριδίων είναι ίση με $r_1=3\text{cm}$, έχει ταχύτητα $v_1=10\text{m/s}$.



- i) Να βρεθεί το φορτίο q του σφαιριδίου Α.
ii) Να υπολογιστεί η κινητική και η δυναμική ενέργεια του σφαιριδίου Α στη θέση Κ.
iii) Να βρεθούν οι ρυθμοί μεταβολής της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας του σωματιδίου Α στην θέση Κ.
iv) Ποια η ελάχιστη απόσταση μεταξύ των δύο σφαιριδίων;

Δίνεται $k_c = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$.

19) Μήπως το σφαιρίδιο επιστρέφει;

Πάνω σε ένα λείο οριζόντιο και μονωτικό δάπεδο, στα σημεία Κ και Λ, όπου $(ΚΛ)=0,8\text{m}$, έχουν στερεωθεί ακλόνητα δυο μικρά φορτισμένα



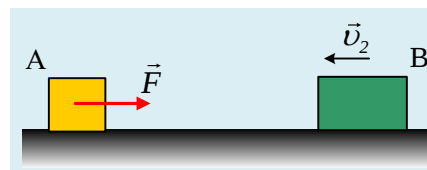
σφαιρίδια με ίσα φορτία $Q=10^{-5}\text{C}$. Σε ένα σημείο Α, του ευθύγραμμου τμήματος ΚΛ, όπου $(KA)=d=0,2\text{m}$, αφήνεται ένα τρίτο φορτισμένο σφαιρίδιο Σ, μάζας $m=0,3\text{g}$ και φορτίου $q=10^{-7}\text{C}$.

- Να υπολογισθεί η δυναμική ενέργεια του σφαιριδίου Σ, λόγω της τοποθέτησής του μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο των δύο άλλων φορτίων, καθώς και η επιτάχυνση που θα αποκτήσει.
- Μετά από λίγο, το σφαιρίδιο φτάνει στη θέση Β, όπου $(AB)=0,1\text{m}$. Υποστηρίζεται ότι στη θέση Β το σφαιρίδιο έχει μικρότερη επιτάχυνση και μικρότερη δυναμική ενέργεια, από τις αντίστοιχες τιμές στην αρχική θέση Α. Να εξετάσετε αν αυτό είναι σωστό ή πρόκειται για μια λανθασμένη πρόβλεψη.
- Ποια είναι η θέση Γ στην οποία το σφαιρίδιο Σ θα αποκτήσει την μέγιστη ταχύτητα, κατά την κίνησή του; Να υπολογίσετε την δυναμική ενέργεια του σφαιριδίου στη θέση Γ, καθώς και την ταχύτητά του στη θέση αυτή.
- Ποια είναι η μικρότερη απόσταση στην οποία το Σ, θα πλησιάσει το ακίνητο σφαιρίδιο στην θέση Λ; Πόση θα είναι η δυναμική ενέργεια του Σ, στην μικρότερη αυτή απόσταση από το Λ;
- Μπορείτε να περιγράψετε την εξέλιξη της κίνησης το σφαιριδίου Σ;

Δίνεται $k_c = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$.

20) Η κίνηση με μια μεταβλητή δύναμη

Ένα σώμα Α μάζας $m_1=0,5\text{kg}$ ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή $t_0=0$ δέχεται την επίδραση μιας οριζόντιας μεταβλητής δύναμης, το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται με το χρόνο, σύμφωνα με την εξίσωση $F=0,2t$ (S.I.). Το σώμα Α ξεκινά να ολισθαίνει τη χρονική στιγμή $t_1=10\text{s}$, ενώ τη στιγμή t_2 συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά, με ένα δεύτερο σώμα Β, μάζας $m_2=2,5\text{kg}$ το οποίο κινείται αντίθετα και ελάχιστα πριν την κρούση έχει ταχύτητα μέτρου 1m/s , ενώ ταυτόχρονα παύει να ασκείται πάνω του η δύναμη F . Το συσσωμάτωμα παραμένει ακίνητο μετά την κρούση.



- Να βρεθεί ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος Α και του επιπέδου, αν η οριακή στατική τριβή έχει το ίδιο μέτρο με την τριβή ολίσθησης.
- Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σώματος Α, ελάχιστα πριν την κρούση.
- Αφού κάνετε το διάγραμμα της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στο σώμα Α, σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι τη στιγμή της κρούσης, να βρείτε τη χρονική στιγμή t_2 που έγινε η κρούση των δύο σωμάτων.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

21) Η κίνηση ενός συστήματος και η ορμή

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια σανίδα μάζας $M=3\text{kg}$, πάνω στην οποία ηρεμεί ένα σώμα Α μάζας $m=2\text{kg}$. Σε μια στιγμή $t_0=0$, στη σανίδα ασκείται μια σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$, μέτρου $F=6\text{N}$, όπως στο σχήμα. Παρατηρούμε ότι το σώμα Α αρχίζει να γλιστράει πάνω στη σανίδα, ενώ κινείται και αυτό προς τα δεξιά.

i) Να εξηγήσετε, πώς μπορεί να επιταχύνεται προς τα δεξιά το σώμα A.

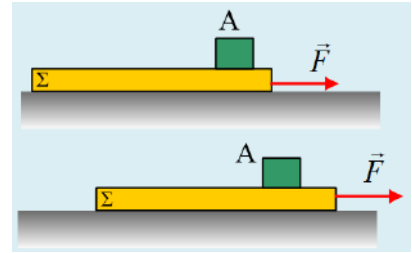
ii) Να υπολογισθεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του συστήματος (σώμα A-σανίδα), καθώς και η ολική ορμή του συστήματος τη χρονική στιγμή $t_1=3s$.

iii) Αν τη στιγμή t_1 το σώμα A έχει ταχύτητα $v_1=3m/s$, να βρεθούν για τη στιγμή αυτή:

α) Η ταχύτητα της σανίδας.

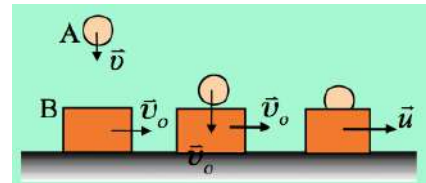
β) Το μέτρο της τριβής που αναπτύσσεται μεταξύ σώματος A και σανίδας.

iv) Τη στιγμή t_1 παύει να ασκείται στη σανίδα η δύναμη $\vec{F}$ με αποτέλεσμα μετά από λίγο το σώμα A να αποκτά την ίδια ταχύτητα με τη σανίδα, ενώ συνεχίζει να βρίσκεται πάνω της. Να υπολογιστεί η κοινή αυτή ταχύτητα των δύο σωμάτων.



22) Η ορμή και η κάθετη αντίδραση του επιπέδου

Μια μικρή σφαίρα A μάζας m αφήνεται να πέσει από ορισμένο ύψος και φτάνοντας στο έδαφος με ταχύτητα μέτρου v_0 συγκρούεται πλαστικά, με ένα δεύτερο σώμα B, μάζας $M=3m$, το οποίο κινείται οριζόντια με σταθερή ταχύτητα μέτρου επίσης v_0 . Το σώμα B δεν εμφανίζει τριβές με το επίπεδο και μετά την κρούση το συσσωμάτωμα κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου u , όπως στο σχήμα.



i) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες.

α) Στη διάρκεια της κρούσης η ορμή της σφαίρας A διατηρείται.

β) Στη διάρκεια της κρούσης η ορμή του σώματος B διατηρείται.

γ) Στη διάρκεια της κρούσης η ορμή του συστήματος (σφαίρα A-σώμα B), διατηρείται.

δ) Η μεταβολή της ορμής του σώματος B είναι οριζόντια.

ε) Η δύναμη F_2 που ασκεί η σφαίρα A στο σώμα B, στη διάρκεια της κρούσης είναι κατακόρυφη.

ii) Αφού σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε σώμα του συστήματος των δύο σωμάτων A-B, στη διάρκεια της κρούσης, κάνετε τις αντιστοιχίσεις για το μέτρο της κάθετης αντίδρασης που το επίπεδο ασκεί στο σώμα B, στα διάφορα χρονικά διαστήματα:

Χρονικό διάστημα	N
• Πριν την κρούση	$N=3mg$
• Στη διάρκεια της κρούσης	$3mg < N < 4mg$
• Μετά την κρούση	$N=4mg$ $N > 4mg$

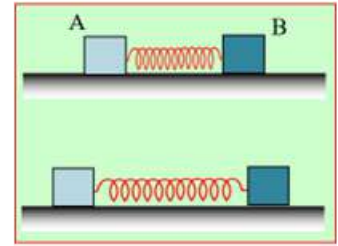
Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

23) Το μονωμένο σύστημα και η ορμή

Δύο σώματα A και B με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα, είναι δεμένα στα άκρα ενός ιδανικού ελατηρίου, (υπακούει στο νόμο του Hooke έχοντας αμελητέα μάζα), το οποίο έχει το φυσικό μήκος του και ηρεμούν σε

οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζουν τον ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης. Τραβάμε τα δύο σώματα επιμηκώνοντας το ελατήριο και σε μια στιγμή τα αφήνουμε να κινηθούν πάνω στο οριζόντιο επίπεδο.

- i) Να σχεδιαστούν οι δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα A και B, μόλις αφεθούν ελεύθερα να κινηθούν, ενώ το ελατήριο έχει κάποια επιμήκυνση. Ποιες από τις δυνάμεις αυτές είναι εσωτερικές και ποιες εξωτερικές για το σύστημα: σώμα A-σώμα B-ελατήριο;

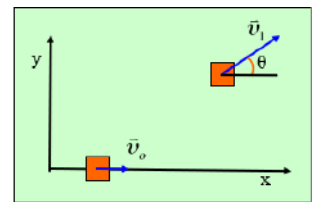


- ii) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες, δικαιολογώντας την θέση σας.

- α) Αν τα δυο σώματα έχουν ίσες μάζες, από την αρχή διατήρησης της ορμής για το σύστημα των δύο σωμάτων A και B, προκύπτει ότι αν σε μια στιγμή το σώμα A έχει ταχύτητα μέτρου $v_1=2\text{m/s}$, τότε το σώμα B θα έχει επίσης ταχύτητα μέτρου $v_2=2\text{m/s}$.
- β) Αν $m_1=2m_2$ και κάποια στιγμή το σώμα A έχει ταχύτητα μέτρου $v_1=0,4\text{m/s}$, τότε το σώμα B θα έχει ταχύτητα μέτρου $v_2=0,8\text{m/s}$, αφού η ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων, παραμένει σταθερή

24) Η μεταβολή της ορμής και η δύναμη

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο κινείται με σταθερή ταχύτητα $v_0=1\text{m/s}$ ένα σώμα μάζας 2kg στην διεύθυνση x, όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή ασκείται πάνω του μια σταθερή οριζόντια δύναμη F (κατά μέτρο και κατεύθυνση), μ αποτέλεσμα μετά από 3s το σώμα να έχει ταχύτητα μέτρου $v_1=5\text{m/s}$ η οποία σχηματίζει γωνία θ με την διεύθυνση x, όπου $\eta\theta=0,6$ και $\sin\theta=0,8$.

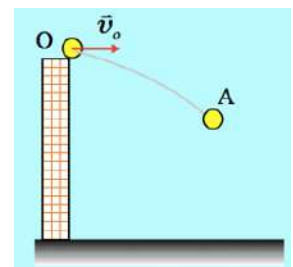


- i) Να βρεθεί η μεταβολή της ορμής του σώματος Δp_x και Δp_y , στις διευθύνσεις των αξόνων x και y στο παραπάνω χρονικό διάστημα, καθώς και η συνολική μεταβολή της ορμής του σώματος
- ii) Να βρεθεί η κατεύθυνση και να υπολογιστεί το μέτρο της ασκούμενης δύναμης F.
- iii) Να υπολογισθεί το έργο της δύναμης στο παραπάνω χρονικό διάστημα.
- iv) Ποια η στιγμιαία ισχύς P_0 της δύναμης στην αρχική θέση; Στην τελική θέση η ισχύς της δύναμης είναι μεγαλύτερη, μικρότερη ή ίση με την ισχύ P_0 ;

25) Η ορμή και η μεταβολή της ορμής

Μια μπάλα μάζας $0,4\text{kg}$ εκτοξεύεται τη στιγμή $t_0=0$ από ορισμένο ύψος, από ένα σημείο O με αρχική ταχύτητα $v_0=10\text{m/s}$, οριζόντια.

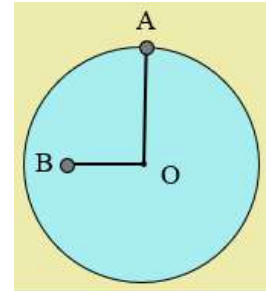
- i) Να βρείτε την ορμή και το ρυθμό μεταβολής της ορμής της μπάλας, αμέσως μετά την εκτόξευση.
- ii) Αν τη στιγμή $t_1=1\text{s}$ η μπάλα φτάνει σε μια θέση A, να υπολογιστεί η ορμή και ο ρυθμός μεταβολής της ορμής στην θέση A.
- iii) Να βρεθεί η μεταβολή της ορμής της μπάλας μεταξύ των θέσεων O και A.
- iv) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της μπάλας στις θέσεις O και A.



Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$, ενώ η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

26) Δύο υλικά σημεία σε κυκλικές τροχιές

Ένας δίσκος ακτίνας $R=0,6\text{m}$ στρέφεται με το επίπεδό του κατακόρυφο, γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα ο οποίος περνά από το κέντρο του O , με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω , με φορά αντίθετη της φοράς περιστροφής των δεικτών του ρολογιού. Δύο μικρά σημειακά σώματα Σ_1 και Σ_2 , της ίδιας μάζας $m=0,1\text{kg}$, έχουν καρφωθεί στα σημεία A και B , όπου το A βρίσκεται στο άκρο μιας ακτίνας του δίσκου, ενώ το B απέχει από το κέντρο O απόσταση $r=0,4\text{m}$. Σε μια στιγμή τα σώματα βρίσκονται στις θέσεις του σχήματος, όπου η ακτίνα OA είναι κατακόρυφη ενώ η BO οριζόντια.



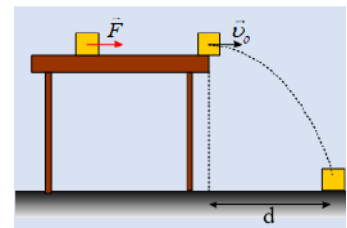
Για τη στιγμή αυτή ζητούνται:

- Να σχεδιάσετε πάνω στο σχήμα τη γωνιακή ταχύτητα, καθώς και τις γραμμικές ταχύτητες των δύο σωμάτων Σ_1 και Σ_2 .
- Να σημειωθούν επίσης στο σχήμα οι συνισταμένες των δυνάμεων που ασκούνται στα δυο σώματα. Ποια συνισταμένη έχει μεγαλύτερο μέτρο και γιατί;
- Αν το σώμα Σ_1 δέχεται από τον δίσκο δύναμη κατακόρυφη με φορά προς το κέντρο, μέτρου $F_1=0,5\text{N}$, να υπολογίσετε την γωνιακή ταχύτητα του δίσκου.
- Να υπολογίσετε την δύναμη (μέτρο και κατεύθυνση) που ασκεί ο δίσκος στο σώμα Σ_2 .

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

27) Δύο εκτοξεύσεις σωμάτων

Ένα σώμα A μάζας m ηρεμεί πάνω σε ένα τραπέζι. Ασκώντας πάνω του μια σταθερή οριζόντια δύναμη F το μετακινούμε μέχρι το άκρο του τραπεζιού, όπου καταργώντας την δύναμη, το σώμα πέφτει ελεύθερα και αφού διανύσει οριζόντια απόσταση $d_1=2\text{m}$ κτυπάει στο έδαφος.



Επαναλαμβάνουμε το πείραμα με δεύτερο σώμα B , μάζας $4m$, το οποίο τοποθετούμε στην ίδια αρχική θέση πάνω στο τραπέζι. Αν τα σώματα δεν παρουσιάζουν τριβές με το τραπέζι και η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα, τότε:

- Η οριζόντια απόσταση που διανύει το σώμα B , μέχρι το έδαφος είναι:

α) $d_2=0,5\text{m}$, β) $d_2=1\text{m}$, γ) $d_2=2\text{m}$, δ) $d_2=4\text{m}$.

- Μεγαλύτερη ενέργεια, μέσω του έργου της δύναμης F , κέρδισε:

α) το σώμα A , β) το σώμα B , γ) τα σώματα πήραν ίσα ποσά ενέργειας.

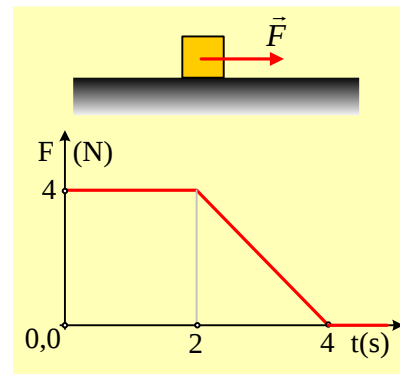
- Μεγαλύτερη κινητική ενέργεια, την στιγμή που φτάνει στο έδαφος, έχει:

α) το σώμα A , β) το σώμα B , γ) τα σώματα έχουν ίσες κινητικές ενέργειες.

Ασκήσεις 2023-24

28) Μεταβλητή δύναμη και ορμή

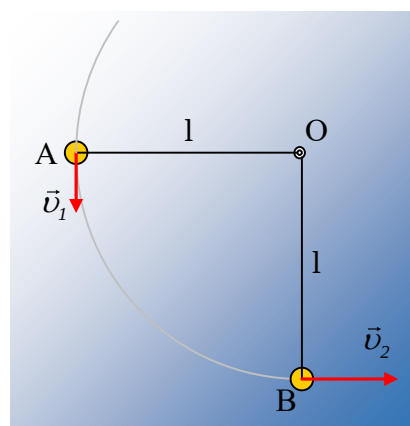
Ένα σώμα Α μάζας $m = 2\text{ kg}$ βρίσκεται ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή δέχεται την επίδραση μεταβλητής οριζόντιας δύναμης F , το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται, όπως στο διάγραμμα, ενώ η προς τα δεξιά κατεύθυνση θεωρείται θετική.



- i) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της ορμής και ποια η ορμή του σώματος, τη στιγμή $t_1 = 1\text{ s}$.
- ii) Ποια η μεταβολή της ορμής από τη στιγμή t_1 , μέχρι τη στιγμή $t_2 = 2\text{ s}$;
- iii) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή $t_3 = 4\text{ s}$, καθώς και το συνολικό έργο της δύναμης F .
- iv) Τη στιγμή t_3 , όπου μηδενίζεται η ασκούμενη δύναμη F , το σώμα Α συγκρούεται πλαστικά με ένα δεύτερο σώμα Β, μάζας $M = 3\text{ kg}$ το οποίο κινείται, στην ίδια ευθεία, με αντίθετη κατεύθυνση και με ταχύτητα $u_B = 8\text{ m/s}$. Να υπολογιστεί η μεταβολή της ορμής του σώματος Α, η οποία οφείλεται στην κρούση.

29) Η μεταβολή της ορμής και μια βολή

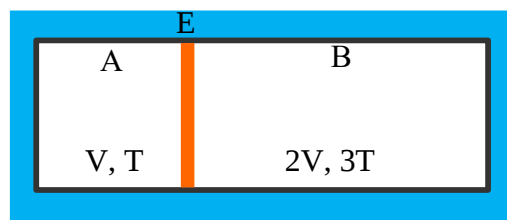
Μια μικρή σφαίρα μάζας $m = 0,4\text{ kg}$ διαγράφει κατακόρυφο κύκλο, δεμένη στο άκρο μη εκτατού νήματος μήκους $l = 1\text{ m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε σταθερό σημείο Ο, το οποίο βρίσκεται σε ύψος h από το έδαφος. Σε μια στιγμή η σφαίρα περνά από την θέση Α, όπου το νήμα είναι οριζόντιο, όπου η οριζόντια συνιστώσα της επιτάχυνσής της έχει μέτρο $a_x = 16\text{ m/s}^2$.



- i) Να υπολογιστεί η ταχύτητα της σφαίρας στη θέση Α.
- ii) Να βρεθεί η ταχύτητα v_2 της σφαίρας στη θέση Β, όπου το νήμα γίνεται κατακόρυφο.
- iii) Να υπολογιστεί η μεταβολή της ορμής της σφαίρας, μεταξύ των θέσεων Α και Β.
- iv) Αν στη θέση Β το νήμα κόβεται και η σφαίρα πέφτει ελεύθερα, με αποτέλεσμα η μεταβολή της ορμής της κατά την πτώση να έχει μέτρο $2\text{ kg}\cdot\text{m/s}$, να υπολογιστεί το ύψος h του σημείου Ο, από το έδαφος. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα, ενώ $g = 10\text{ m/s}^2$.

30) Η κινητική θεωρία και μια ανάμειξη αερίων.

Ένα οριζόντιο κυλινδρικό δοχείο χωρίζεται σε δύο μέρη Α και Β με την βοήθεια ενός λεπτού εμβόλου Ε, το οποίο μπορεί να κινείται χωρίς τριβές. Με το έμβολο σε ισορροπία, το μέρος Α έχει όγκο $V_1=V$, ενώ περιέχει μια ποσότητα He σε απόλυτη θερμοκρασία T_1 . Το άλλο μέρος Β, έχει όγκο $V_2=2V$ και περιέχεται μια ποσότητα Ar, σε απόλυτη θερμοκρασία $T_2=3T_1$. Όλα τα τοιχώματα είναι θερμομονωτικά.



i) Για τους αριθμούς των μορίων των δύο αερίων ισχύει:

α) $N_1=N_2$, β) $N_1=1,5N_2$, γ) $N_1=3N_2$.

ii) Για την μέση μεταφορική κινητική ενέργεια των μορίων των δύο αερίων ισχύει:



Σε μια στιγμή το έμβολο αφαιρείται, οπότε μετά από λίγο τα δύο αέρια έχουν πλήρως αναμειχθεί.

iii) Η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου μίγματος των αερίων είναι:

α) $T=1,5T_1$, β) $T=1,8T_1$, γ) $T=2,1T_1$.

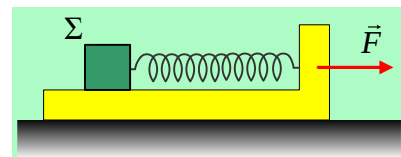
iv) Η τελική πίεση p' θα είναι ίση:

α) $p' = p$, β) $p' = 1,25p$, γ) $p' = 1,5p$.

Να δικαιολογήστε τις απαντήσεις σας.

31) Δυνάμεις και ορμές σε ένα σύστημα

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο σύρεται από ένα παιδί, ένα αμαξίδιο μάζας $M=20\text{kg}$. Πάνω στο καρότσι υπάρχει ένα σώμα Σ, μάζας $m=10\text{kg}$, το οποίο δεν παρουσιάζει τριβές με το αμαξίδιο, δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς $k=240\text{N/m}$ και φυσικού μήκους $l_0=0,8\text{m}$, όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή t_0 το ελατήριο έχει μήκος $l_1=1,3\text{m}$, το αμαξίδιο και το σώμα Σ έχουν την ίδια ταχύτητα $u=2\text{m/s}$, ενώ το μέτρο της δύναμης που ασκεί το παιδί είναι $F=150\text{N}$.



i) Να υπολογιστούν για την στιγμή αυτή:

A) η ενέργεια του ελατηρίου καθώς και οι δυνάμεις που ασκεί στο σώμα Σ και στο αμαξίδιο.

B) η ορμή και ο ρυθμός μεταβολής της ορμής:

α) του σώματος Σ, β) του αμαξιδίου, γ) του συστήματος αμαξίδιο-σώμα Σ.

ii) Την παραπάνω στιγμή t_0 το παιδί σταματά να τραβάει το αμαξίδιο. Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής κάθε σώματος, αμέσως μετά την κατάργηση της δύναμης F.

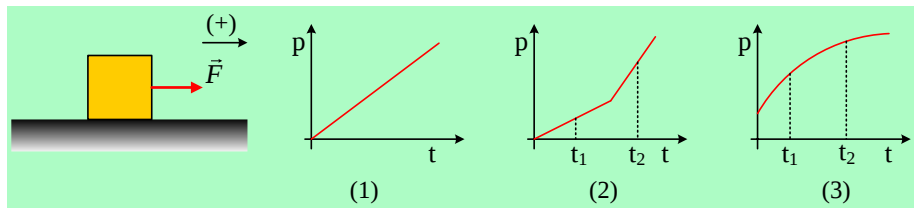
iii) Μετά από λίγο τη στιγμή t_1 το αμαξίδιο κινείται προς τα δεξιά με ταχύτητα $v_1=1\text{m/s}$. Για την στιγμή αυτή:

α) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σώματος Σ την στιγμή αυτή.

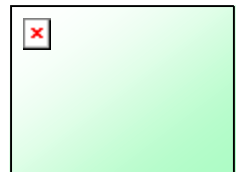
β) Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής κάθε σώματος.

32) Πληροφορίες από διαγράμματα ορμής.

Ένα σώμα κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, προς την θετική κατεύθυνση ενός προσανατολισμένου άξονα x , με την επίδραση μιας οριζόντιας δύναμης F .



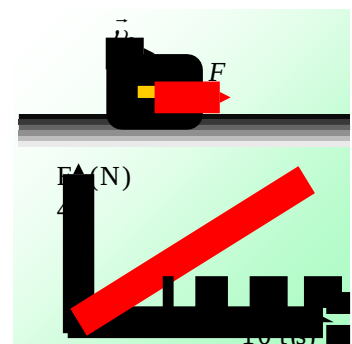
- i) Αν η ορμή του σώματος μεταβάλλεται όπως στο διάγραμμα (1), η ασκούμενη δύναμη $\vec{F}$:
- Έχει σταθερό μέτρο.
 - Το μέτρο της αυξάνεται με την πάροδο του χρόνου.
 - Δεν μπορούμε να γνωρίζουμε, χρειαζόμαστε επιπλέον πληροφορίες.
- ii) Αν η ορμή το σώματος μεταβάλλεται όπως στο (2) διάγραμμα, για το μέτρο της ασκούμενης δύναμης τις στιγμές t_1 και t_2 , ισχύει:
- $F_1 < F_2$, β) $F_1 = F_2$, γ) $F_1 > F_2$.
- iii) Σε μια άλλη περίπτωση κίνησης του σώματος πήραμε το διάγραμμα (3).
- Η δύναμη $\vec{F}$ έχει κατεύθυνση προς τα δεξιά ή προς τα αριστερά;
 - Για το μέτρο της ασκούμενης δύναμης τις στιγμές t_1 και t_2 ισχύει:
 - $F_1 < F_2$, β) $F_1 = F_2$, γ) $F_1 > F_2$.
- iv) Αν το διάγραμμα της ορμής μεταβάλλεται όπως στο διπλανό σχήμα, τότε:
- Να σχεδιάσετε σε ένα σχήμα την ασκούμενη δύναμη στο σώμα τις στιγμές t_1 και t_2 .
 - Πόσο είναι το μέτρο της ασκούμενης δύναμης την στιγμή $t'=10s$, όπου η ορμή έχει την μέγιστη τιμή της $p'=20kgm/s$;



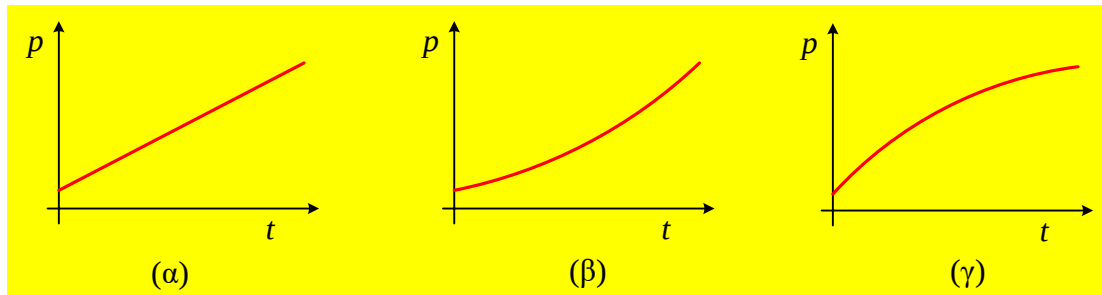
33) Η ορμή με την επίδραση μεταβλητής δύναμης

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο κινείται ένα σώμα μάζας $4kg$ με σταθερή ταχύτητα $v_0=1m/s$. Κάποια στιγμή, την οποία θεωρούμε ως $t_0=0$, ασκείται στο σώμα μια οριζόντια μεταβλητή δύναμη F , ίδιας κατεύθυνσης με την ταχύτητα, το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται όπως στο διπλανό διάγραμμα.

- Ποια η αρχική ορμή του σώματος και ποιος ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του τη στιγμή $t_1=10s$;
- Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή t_1 .
- Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης F , μέχρι τη στιγμή t_1 , καθώς και ο ρυθμός με τον οποίο μεταφέρει ενέργεια στο σώμα η δύναμη, την στιγμή t_1 .
- Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα, παριστάνει την ορμή του σώματος

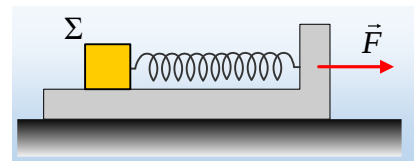


σε συνάρτηση με το χρόνο; Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.



34) Ένα σύστημα και οι δυνάμεις

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο σύρεται ένα καροτσάκι από ένα παιδί, το οποίο του ασκεί μια οριζόντια δύναμη F . Πάνω στο καρότσι υπάρχει ένα σώμα Σ , το οποίο παραμένει ακίνητο ως προς το καρότσι, δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου, το οποίο έχει επιμηκυνθεί, όπως στο σχήμα.



- Να σχεδιάσετε, σε διαφορετικά σχήματα, τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ , στο ελατήριο και στο καροτσάκι.
- Να χαρακτηρίσετε τις παραπάνω δυνάμεις ως εσωτερικές ή εξωτερικές, για το σύστημα:
 - Σώμα Σ -ελατήριο,
 - Σώμα Σ -καροτσάκι.
 - Σώμα Σ -ελατήριο – καροτσάκι.

Υπενθυμίζεται ότι ένα ιδανικό ελατήριο θεωρούμε ότι έχει αμελητέα μάζα, ενώ δεν αναπτύσσεται τριβή ανάμεσα σε καρότσι και σώμα Σ .

35) Δοο επιταχυνόμενες κινήσεις. Ευθύγραμμη- κυκλική

Μια μικρή σφαίρα ηρεμεί στην θέση Α ενός λείου οριζοντίου επιπέδου. Κάποια στιγμή δέχεται μια σταθερή οριζόντια δύναμη F , με αποτέλεσμα μετά από λίγο να φτάνει στη θέση Β, όπου η δύναμη παύει να ασκείται και η σφαίρα εισέρχεται σε έναν λείο οριζόντιο οδηγό σχήματος τεταρτοκυκλίου, ακτίνας R και κέντρου O , με αποτέλεσμα να εξέρχεται από αυτόν στη θέση Γ (το σχήμα σε κάτωψη). Αν η δύναμη F_1 που δέχεται η σφαίρα από το τεταρτοκύκλιο έχει μέτρο ίσο με το μέτρο της δύναμης F , ενώ $(AB)=x$:



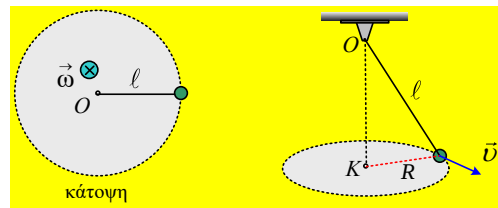
- Το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας στη διάρκεια της επαφής με τον οδηγό, παραμένει σταθερό ή όχι; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
- Για τα μέτρα των επιταχύνσεων a_1 και a_2 στις διαδρομές AB και $B\Gamma$ αντίστοιχα ισχύει:
 - $a_1 < a_2$, β) $a_1 = a_2$, γ) $a_1 > a_2$.
- Για την απόσταση $(AB)=x$ ισχύει:

$$\alpha) x=0,5R, \quad \beta) x=R, \quad \gamma) x=1,5R.$$

- iv) Αν η μεταβολή της ταχύτητας στη διαδρομή AB έχει μέτρο $\Delta v_{AB}=4\text{m/s}$, να υπολογιστεί το μέτρο της μεταβολής της ταχύτητας στη διαδρομή BG (Δv_{BG}).
- v) Αν η σφαίρα έχει μάζα $m=0,2\text{kg}$, να υπολογιστούν τα έργα των δυνάμεων F και F_1 .

36) Η τάση του νήματος σε δύο ΟΚΚ

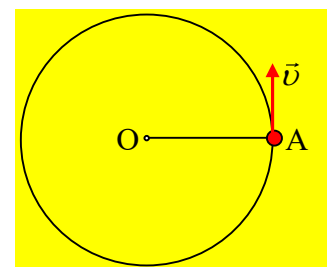
Μια μικρή σφαίρα είναι δεμένη στο άκρο αβαρούς και μη εκτατού νήματος, μήκους $l=2\text{m}$, το άλλο άκρο O του οποίου στερεώνεται σε ένα σημείο λείου οριζοντίου επιπέδου. Η σφαίρα τίθεται σε κίνηση, με κινητική ενέργεια $K=0,9\text{J}$, διαγράφοντας έναν οριζόντιο κύκλο και στο πρώτο σχήμα (σε κάτοψη), έχει σχεδιαστεί το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας του σώματος.



- Να σχεδιάσετε το διάνυσμα της γραμμικής ταχύτητας της σφαίρας, στην θέση του σχήματος.
- Να υπολογίσετε την τάση του νήματος.
- Δένουμε το άκρο O του νήματος στο ταβάνι του δωματίου μας και θέτουμε ξανά σε κυκλική κίνηση τη σφαίρα με την ίδια κινητική ενέργεια, οπότε τώρα η σφαίρα διαγράφει οριζόντιο κύκλο κέντρου K ακτίνας $R=1,2\text{m}$ (το νήμα διαγράφει την πλευρική επιφάνεια ενός κώνου), όπως στο δεύτερο σχήμα.
 - Να σχεδιάσετε πάνω στο σχήμα το διάνυσμα τη γωνιακής ταχύτητας της σφαίρας.
 - Να βρεθεί το μέτρο της κεντρομόλου δύναμης που ασκείται στη σφαίρα.
 - Να υπολογιστεί η μάζα της σφαίρας, καθώς και η γωνιακή ταχύτητα περιφοράς της.

37) Μια οριζόντια κυκλική κίνηση

Μια μικρή σφαίρα είναι δεμένη στο άκρο νήματος διαγράφοντας οριζόντιο κύκλο κέντρου O, όπως στο σχήμα (κάτοψη), πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Κάποια στιγμή $t_0=0$ η σφαίρα περνά από το σημείο A, ενώ εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με συχνότητα $f=0,25\text{Hz}$.

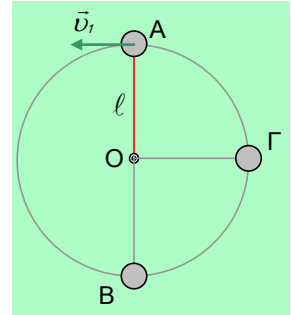


- Να υπολογιστεί η γωνία που διαγράφει η σφαίρα μέχρι τη στιγμή $t_1=15\text{s}$, βρίσκοντας και την θέση της την στιγμή αυτή.
- Αν η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς είναι $R = 4/\pi$ (m), να υπολογιστεί για το παραπάνω χρονικό διάστημα $0-t_1$:
 - Η μεταβολή του μέτρου της ταχύτητας $\Delta|v|$ της σφαίρας.
 - Η μεταβολή της ταχύτητα Δv της σφαίρας.
- Τη στιγμή t_1 το νήμα κόβεται με αποτέλεσμα τη στιγμή t_2 η σφαίρα να συγκρούεται με ένα δεύτερο μικρό σώμα (αμελητέων διαστάσεων), το οποίο απέχει απόσταση $d=R$ από το σημείο A. Να βρεθεί η στιγμή t_2 της κρούσης.

38) Μια κατακόρυφη κυκλική κίνηση

Μια μικρή σφαίρα μάζας $0,2\text{kg}$, είναι δεμένη στο άκρο νήματος σταθερού μήκους $l=0,4\text{m}$, διαγράφοντας κατακόρυφο κύκλο κέντρου O , όπως στο σχήμα. Κάποια στιγμή η σφαίρα περνά από το ψηλότερο σημείο της τροχιάς της A , έχοντας ταχύτητα μέτρου $v_1=3\text{m/s}$.

- Να υπολογιστεί η επιτάχυνση της σφαίρας στη θέση A καθώς και η δύναμη που δέχεται από το νήμα.
- Να εξηγήσετε γιατί η σφαίρα θα φτάσει στο χαμηλότερο σημείο της τροχιάς της, σημείο B , έχοντας αυξήσει την ταχύτητά της, χρησιμοποιώντας την επιτάχυνσή της, σε μια τυχαία θέση.
- Να υπολογιστεί η ταχύτητα και η επιτάχυνση της σφαίρας στη θέση B . Πόση είναι η τάση του νήματος στη θέση αυτή;
- Να υπολογιστούν η οριζόντια και η κατακόρυφη επιτάχυνση της σφαίρας, την στιγμή που διέρχεται από την θέση Γ , με το νήμα οριζόντιο. Πόση είναι η τάση του νήματος στην θέση αυτή;

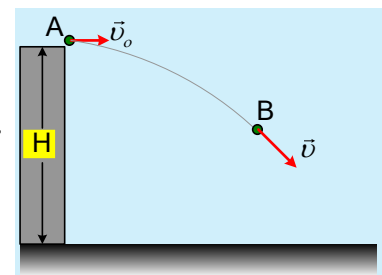


Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

39) Γνωρίζοντας την ταχύτητα κάποια στιγμή

Από ένα σημείο A , σε ύψος $H=80\text{m}$ από το έδαφος, εκτοξεύεται οριζόντια μια μικρή σφαίρα, με αρχική ταχύτητα v_0 , τη χρονική στιγμή $t_0=0$. Τη στιγμή $t_1=3\text{s}$ η σφαίρα φτάνει σε μια θέση B και η ταχύτητά του σχηματίζει γωνία $\theta=45^\circ$ με την κατακόρυφη διεύθυνση. Αν η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα, ζητούνται:

- Η ταχύτητα της σφαίρας στην θέση B .
- Η οριζόντια απόσταση μεταξύ των θέσεων A και B .
- Το ύψος από το έδαφος της θέσης B .
- Μετά από πόσο χρόνο, η σφαίρα θα φτάσει στο έδαφος στη θέση Γ ; Να υπολογιστεί η μεταβολή της ταχύτητας της σφαίρας μεταξύ των θέσεων B και Γ .



Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

dmargaris@gmail.com