

Διονύσης Μάργαρης

Φυσική

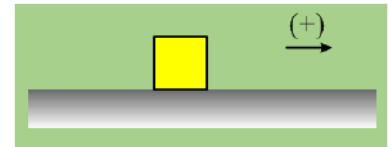
Α΄ Λυκείου



Ασκήσεις 2025-26

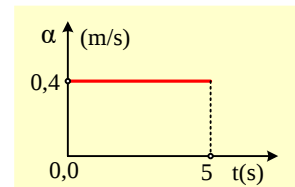
1) 3+1 ερωτήσεις στην επιτάχυνση

Ένα σώμα κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντιο επίπεδο, όπου θεωρούμε ότι η κίνηση γίνεται κατά μήκος ενός άξονα x και η προς τα δεξιά κατεύθυνση λαμβάνεται ως θετική.



- 1) Στο διπλανό διάγραμμα δίνεται η επιτάχυνση του παραπάνω σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι τη στιγμή $t_1=5s$.

Ποια πρόταση είναι σωστή (σε κάθε περίπτωση) για το χρονικό διάστημα $0-t_1$:

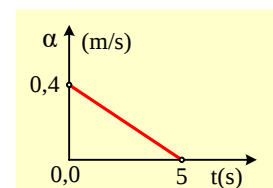


- i) Η κίνηση του σώματος είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.
- ii) Η κίνηση του σώματος είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη.
- iii) Η τελική ταχύτητα του σώματος είναι προς τα δεξιά.
- iv) Η μεταβολή της ταχύτητας είναι προς τα δεξιά.

- 2) Αν το σώμα της προηγούμενης ερώτησης έχει αρχική ταχύτητα μέτρου $|v_0| = 2m/s$ με φορά προς τα αριστερά, τότε η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή t_1 :

- i) Έχει φορά προς τα δεξιά.
- ii) Έχει φορά προς τα αριστερά.
- iii) Η μεταβολή της ταχύτητας από $0-t_1$ είναι προς τα αριστερά.
- iv) Αν v_1 η τελική ταχύτητα του σώματος, ισχύει $|v_1| < |v_0|$.

- 3) Η αρχική ταχύτητα του σώματος είναι προς τα δεξιά, ενώ η επιτάχυνση μεταβάλλεται όπως στο διπλανό διάγραμμα. Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες:



- i) Η κίνηση του σώματος είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.
- ii) Η κίνηση του σώματος είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη.
- iii) Το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται.
- iv) Η μεταβολή της ταχύτητας είναι προς τα δεξιά.
- v) Αν $v_0=2m/s$, τότε τη στιγμή $t_1=5s$ η ταχύτητα του σώματος είναι ίση με $v_1=3m/s$.

Και τέλος μια ακόμη ερώτηση με δικαιολόγηση.

- 4) Αν το σώμα έχει αρχική ταχύτητα $v_0=-0,5m/s$, ενώ η επιτάχυνση μεταβάλλεται όπως στο διάγραμμα, τότε:

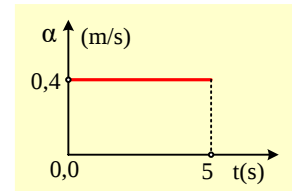
i) Η ταχύτητά του τη στιγμή $t_1=5s$ είναι ίση:

α) $v_1=-2,5m/s$, β) $v_1=-1,5m/s$, γ) $v_1=1,5m/s$, δ) $v_1=2,5m/s$.

ii) Η μετατόπιση του σώματος τη στιγμή t_1 είναι ίση:

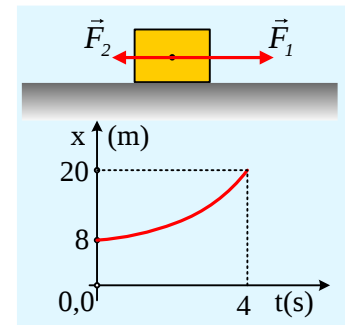
α) $\Delta x=-2,5m$, β) $\Delta x=-2m$, γ) $\Delta x=2m$, δ) $\Delta x=2,5m$.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



2) Όταν καταργείται η μία δύναμη.

Ένα σώμα μάζας $2kg$ ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή $t=0$ ασκούνται πάνω του δύο σταθερές οριζόντιες δυνάμεις F_1 και $F_2=2N$, με αποτέλεσμα η θέση του, κατά μήκος ενός προσανατολισμένου άξονα $x'x$, να μεταβάλλεται όπως στο διάγραμμα.



i) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση με την οποία κινήθηκε το σώμα και η ταχύτητά του τη χρονική στιγμή $t_1=4s$.

ii) Πόσο είναι το μέτρο της δύναμης F_1 ;

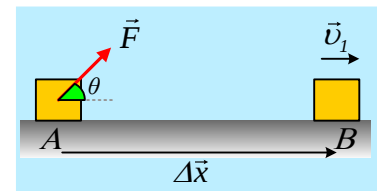
iii) Τη χρονική στιγμή t_1 , η δύναμη F_1 παύει να ασκείται.

α) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σώματος τις χρονικές στιγμές $t_2=10s$ και $t_3=12s$.

β) Να υπολογισθεί το έργο κάθε δύναμης μέχρι τη χρονική στιγμή t_3 .

3) Μέση και στιγμιαία ισχύς.

Ένα σώμα μάζας $2kg$ ηρεμεί σε μη λείο οριζόντιο επίπεδο, στη θέση A. Σε μια στιγμή $t=0$ το σώμα δέχεται την επίδραση μιας πλάγιας σταθερή δύναμης, μέτρου $F=8N$, η οποία σχηματίζει γωνία $\theta=60^\circ$ με την οριζόντια διεύθυνση, όπως στο σχήμα. Το σώμα κινείται και τη στιγμή t_1 περνά από τη θέση B, έχοντας μετατοπισθεί κατά $\Delta x=9m$, με ταχύτητα $v_1=3m/s$.



i) Αφού υπολογίσετε την ενέργεια που μεταφέρθηκε στο σώμα μέσω του έργου της δύναμης F , από το A στο B, να την συγκρίνετε με την κινητική ενέργεια του σώματος, στη θέση B. Να σχολιάσετε το αποτέλεσμα.

ii) Να υπολογιστεί το μέτρο της τριβής ολίσθησης που ασκήθηκε στο σώμα, στη διάρκεια της κίνησης.

iii) Να βρεθεί η μέση ισχύς της δύναμης και της τριβής στο διάστημα $0-t_1$.

iv) Ποια η (στιγμιαία) ισχύς της δύναμης F και της τριβής τη χρονική στιγμή $t_2=5s$.

Δίνεται για τη γωνία θ , $\eta\mu\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ και $\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{1}{2}$.

4) Κινήσεις δύο σωμάτων.

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμούν δυο σώματα A και B, το ένα πάνω στο άλλο όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή ασκούμε στο σώμα A, μάζας $m=1kg$, μια οριζόντια δύναμη F , το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται όπως στο πρώτο σχήμα, ενώ στο δεύτερο σχήμα δίνεται η επιτάχυνση που αποκτά το σώμα B, σε συνάρτηση με το

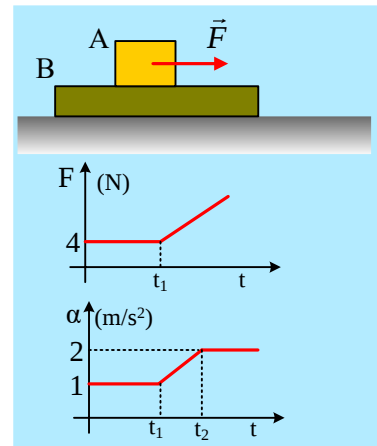
χρόνο. Δίνεται ακόμη ότι αρχικά τα δυο σώματα κινούνται μαζί προς τα δεξιά, ενώ $g=10\text{m/s}^2$.

i) Αφού εξηγήσετε γιατί μεταξύ των δύο σωμάτων αναπτύσσεται τριβή, να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στα δυο σώματα (σε χωριστό σχήμα) αμέσως μετά την άσκηση της δύναμης F .

ii) Να υπολογιστεί το μέτρο της δύναμης που επιταχύνει το σώμα B, υπολογίζοντας και τη μάζα του.

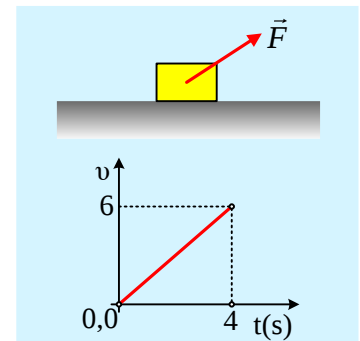
iii) Να ερμηνεύσετε τη μορφή του διαγράμματος της επιτάχυνσης του σώματος B, σε συνάρτηση με το χρόνο, βρίσκοντας το λόγο που ενώ το μέτρο της δύναμης F , μετά τη στιγμή t_1 , αυξάνεται συνεχώς, η επιτάχυνση σταθεροποιείται τη στιγμή t_2 .

iv) Να βρεθεί ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ των δύο σωμάτων.



5) Με πλάγια δύναμη, αλλά και μετά...

Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή $t_0=0$ δέχεται την επίδραση μιας πλάγιας δύναμης F , με αποτέλεσμα να κινηθεί και στο σχήμα δίνεται το διάγραμμα της ταχύτητάς του σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι τη στιγμή $t_1=4\text{s}$, όπου παύει να ασκείται η δύναμη F . Κατά τη διάρκεια της κίνησης αυτής, από $0-4\text{s}$, στο σώμα ασκείται τριβή ολίσθησης μέτρου $T=3\text{N}$.



Για την παραπάνω κίνηση

i) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση με την οποία κινήθηκε το σώμα.

ii) Ποια η μετατόπιση του σώματος τη στιγμή t_1 ;

iii) Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης F .

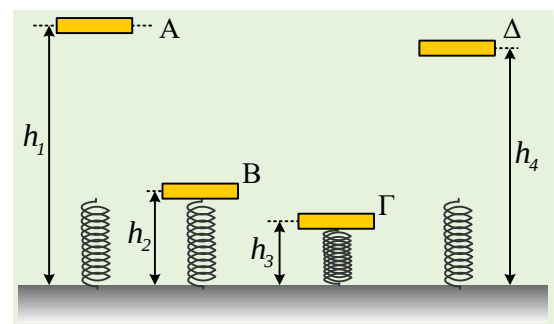
iv) Αν a_2 το μέτρο της επιτάχυνσης, μετά την κατάργηση της δύναμης, ισχύει:

$$\alpha) a_2 < 1,5\text{m/s}^2, \quad \beta) a_2 = 1,5\text{m/s}^2, \quad \gamma) a_2 > 1,5\text{m/s}^2.$$

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

6) Δοο μορφές δυναμικής ενέργειας.

Μια πλάκα μάζας $m=2\text{kg}$ βρίσκεται στη θέση A, σε ύψος $h_1=2\text{m}$ από ένα οριζόντιο επίπεδο, πάνω από ένα ιδανικό κατακόρυφο ελατήριο, το οποίο στηρίζεται στο επίπεδο, έχοντας το φυσικό μήκος του. Αφήνουμε την πλάκα να πέσει και τη στιγμή που έρχεται σε επαφή με το ελατήριο, θέση B, απέχει κατά $h_2=0,75\text{m}$ από το επίπεδο, ενώ το ελάχιστο ύψος από το επίπεδο στο οποίο σταματά την κάθοδό της είναι $h_3=0,5\text{m}$, στη θέση Γ.



Θεωρούμε ότι η πλάκα αυτή όταν βρίσκεται στο παραπάνω οριζόντιο επίπεδο έχει μηδενική (βαρυτική)

δυναμική ενέργεια. Θεωρούμε ακόμη αμελητέα την αντίσταση του αέρα και $g=10\text{m/s}^2$:

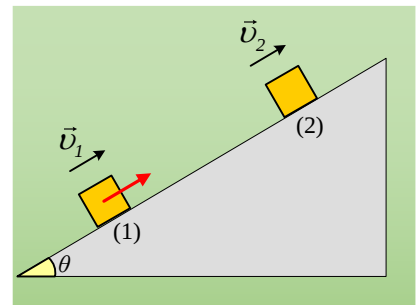
- i) Ποια η μηχανική ενέργεια της πλάκας στην θέση Α;
- ii) Να υπολογιστεί η ταχύτητα της πλάκας τη στιγμή που έρχεται σε επαφή με το πάνω άκρο του ελατηρίου.
- iii) Πόση ενέργεια έχει μεταφέρει η πλάκα στο ελατήριο στη θέση Γ; Με ποια μορφή νομίζετε ότι έχει την ενέργεια αυτή το ελατήριο; Αν δίνεται ότι η δύναμη που ασκεί το ελατήριο στο σώμα είναι συντηρητική, τι πρόκειται να γίνει στη συνέχεια με την ενέργεια αυτή;

Πραγματοποιούμε το πείραμα και βλέπουμε την πλάκα να πέφτει, να συμπιέζει το ελατήριο και να επιστρέφει φτάνοντας σε μέγιστο ύψος από το επίπεδο $h_4=1,8\text{m}$, θέση Δ.

- iv) Πόση είναι η απώλεια μηχανικής ενέργειας της πλάκας κατά τη διάρκεια της κίνησης από το Α στο Δ και με το έργο ποιας δύναμης νομίζετε ότι συνδέεται; Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης αυτής.

7) Η μεταβολή της μηχανικής ενέργειας.

Ένα σώμα κινείται κατά μήκος ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου και σε μια στιγμή περνά από την θέση (1) έχοντας ταχύτητα v_1 , ενώ δέχεται την επίδραση μιας δύναμης F , οπότε μετά από λίγο περνά από την θέση (2) με ταχύτητα v_2 , όπως στο σχήμα.

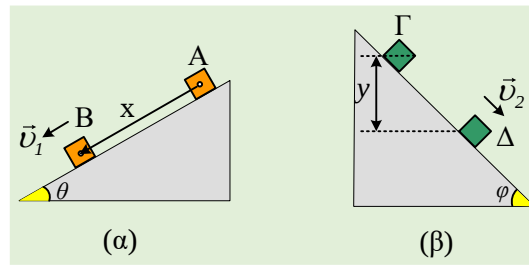


- i) Να αποδείξετε ότι το έργο της ασκούμενης δύναμης F , ισούται με την μεταβολή της μηχανικής ενέργειας του σώματος, μεταξύ των θέσεων (1) και (2).
- ii) Αν το σώμα έχει μάζα $m=2\text{kg}$ και ηρεμεί στην θέση (1) με την επίδραση της δύναμης F_0 παράλληλης στο επίπεδο, να βρεθεί το μέτρο της δύναμης, αν δίνεται η γωνία του κεκλιμένου επιπέδου $\theta=30^\circ$.
- iii) Σε μια στιγμή αυξάνουμε το μέτρο της ασκούμενης δύναμης, με αποτέλεσμα το σώμα να κινηθεί προς τα πάνω και μετά από μετατόπιση $x=2\text{m}$, να περνά από την θέση (2) έχοντας αποκτήσει ταχύτητα $v_2=2\text{m/s}$. Θεωρείστε ότι το σώμα στην θέση (1) έχει μηδενική δυναμική ενέργεια.
 - α) Να υπολογισθεί η μηχανική ενέργεια του σώματος στις θέσεις (1) και (2).
 - β) Πόσο είναι το έργο της δύναμης F από την θέση (1) μέχρι τη θέση (2);
 - γ) Αν η επιτάχυνση του σώματος στη θέση (2) είναι $0,4\text{m/s}^2$, ίδιας κατεύθυνσης με την ταχύτητα, να υπολογιστεί η ισχύς της δύναμης στη θέση αυτή.

Δίνεται $\eta\mu\theta = \frac{1}{2}$ και $\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ενώ $g=10\text{m/s}^2$.

8) Διατηρείται η μηχανική ενέργεια;

Ένα σώμα μάζας 1kg αφήνεται στη θέση Α ενός κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσεως $\theta=30^\circ$, όπως στο σχήμα (α).

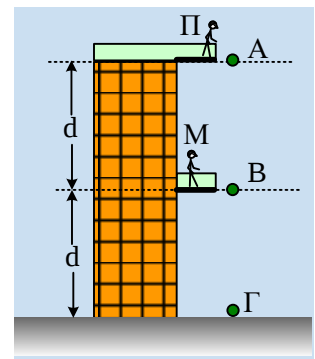


- i) Μπορείτε να υπολογίσετε τη μηχανική ενέργεια του σώματος στη θέση Α;
- ii) Μετά από λίγο το σώμα, αφού μετατοπισθεί κατά $x=2,5\text{m}$ περνάει από μια θέση Β έχοντας ταχύτητα $v_1=5\text{m/s}$. Να αποδείξετε ότι η μηχανική ενέργεια διατηρείται στην διάρκεια της παραπάνω κίνησης.
- iii) Σε ένα παράπλευρο πείραμα αφήνουμε ένα σώμα μάζας $M=2\text{kg}$, σε ένα άλλο κεκλιμένο επίπεδο, στη θέση Γ όμως στο σχήμα (β), με αποτέλεσμα αφού κινηθεί για λίγο, περνά από την θέση Δ έχοντας ταχύτητα $v_2=2\text{m/s}$. Αν η κατακόρυφη απόσταση μεταξύ των θέσεων Γ και Δ είναι $y=0,4\text{m}$:
- α) Να υπολογίσετε την μηχανική ενέργεια που μετατράπηκε σε θερμική ενέργεια, εξαιτίας της τριβής ολίσθησης, ζεσταίνοντας έτσι τις δύο τριβόμενες επιφάνειες.
- β) Αν η γωνία φ του κεκλιμένου επιπέδου έχει $\eta\mu\varphi=0,8$, να υπολογισθεί το μέτρο της τριβής που ασκήθηκε στο σώμα.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$, $\eta\mu\theta = \frac{1}{2}$ και $\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

9) Δυναμική - Μηχανική ενέργεια μιας μπάλας.

Δυο παιδιά, ο Πάνος (Π) και η Μαίρη (Μ) πειραματίζονται με μια μπάλα, μάζας 400g , χρησιμοποιώντας μια διώροφη κατοικία ύψους $H=2d=5\text{m}$. Η Μαίρη βρίσκεται στο μπαλκόνι του πρώτου ορόφου, ενώ ο Πάνος αφήνει την μπάλα να πέσει ελεύθερα από την θέση Α, στην ταράτσα του σπιτιού, όπως στο σχήμα.

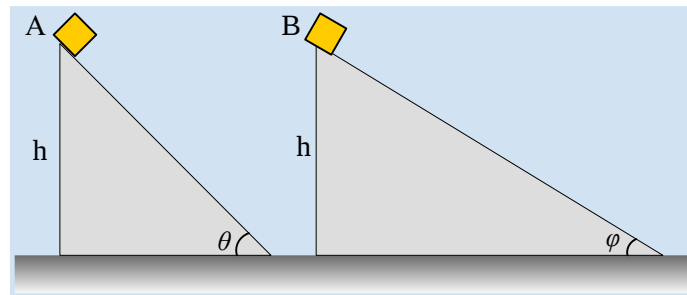


- i) Η Μαίρη καλείται να απαντήσει στα παρακάτω ερωτήματα, με δεδομένο ότι όταν η μπάλα περνά από το σημείο Β, στο ύψος του μπαλκονιού, έχει μηδενική δυναμική ενέργεια:
- α) Πόση είναι η αρχική δυναμική ενέργεια της μπάλας στη θέση Α;
- β) Πόσο είναι το έργο του βάρους από το Α στο Β; Να υπολογισθεί η κινητική και η μηχανική ενέργεια της μπάλας στη θέση Β;
- γ) Να βρεθεί η δυναμική ενέργεια της μπάλας τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος, στη θέση Γ. Με ποια ταχύτητα η μπάλα κτυπάει στο έδαφος;
- ii) Αντίθετα ο Πάνος θεωρεί ότι η μπάλα έχει μηδενική μηχανική ενέργεια την στιγμή που την αφήνει να πέσει στη θέση Α. Με βάση την υπόθεση αυτή, τι απαντήσεις θα δώσει στα παραπάνω ερωτήματα, στα οποία απάντησε η Μαίρη;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$, ενώ η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

10) Κινήσεις σε δύο κεκλιμένα επίπεδα.

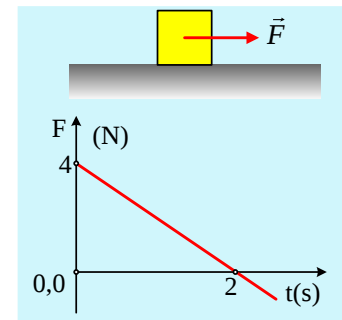
Δύο σώματα Α και Β με μάζες m_1 και $M=2m_1$ αντίστοιχα, αφήνονται από το ίδιο ύψος h να κινηθούν κατά μήκος δύο λείων κεκλιμένων επιπέδων με κλίσεις $\theta > \varphi$, όπως στο σχήμα.



- i) Ποιο σώμα θα αποκτήσει μεγαλύτερη επιτάχυνση και γιατί;
- ii) Να αποδείξετε ότι το σώμα Α θα φτάσει πρώτο στο οριζόντιο επίπεδο.
- iii) Αν W_1 το έργο του βάρους του σώματος Α, μέχρι να φτάσει στο οριζόντιο επίπεδο και W_2 το αντίστοιχο έργο για το σώμα Β, να αποδείξετε ότι $W_2=2W_1$.
- iv) Ποιο σώμα φτάνει στο οριζόντιο επίπεδο με μεγαλύτερη ταχύτητα; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

11) Κίνηση με την επίδραση μεταβλητής δύναμης.

Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,1$. Σε μια στιγμή $t=0$ ασκείται πάνω του μια οριζόντια μεταβλητή δύναμη F , η οποία μεταβάλλεται όπως στο διάγραμμα, με αποτέλεσμα το σώμα να κινηθεί προς τα δεξιά.



- i) Να υπολογιστεί τριβή ολίσθησης που θα ασκηθεί στο σώμα από το επίπεδο, κατά την κίνησή του.
- ii) Να βρεθεί η αρχική επιτάχυνση του σώματος.
- iii) Αφού βρείτε την συνάρτηση $F=F(t)$, της δύναμης σε συνάρτηση με το χρόνο, να υπολογιστεί η επιτάχυνση του σώματος τη στιγμή $t_1=1\text{s}$.
- iv) Να γίνει η γραφική παράσταση της επιτάχυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι τη στιγμή $t_2=2\text{s}$ και στη συνέχεια να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή t_2 .

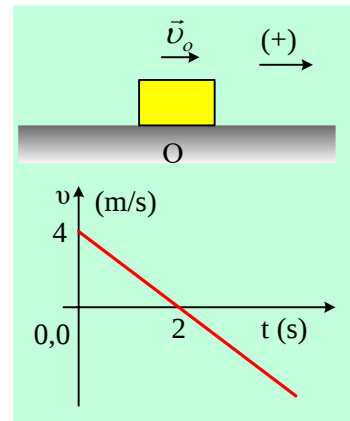
Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

12) Μια δύναμη δρα μαζί με την τριβή.

Ένα σώμα κινείται σε οριζόντιο επίπεδο και σε μια στιγμή $t_0=0$, περνά από μια θέση Ο, έχοντας ταχύτητα $v_0=4\text{m/s}$ και στο σχήμα δίνεται το διάγραμμα της ταχύτητάς του σε συνάρτηση με το χρόνο.

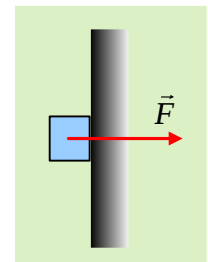
- i) Να δικαιολογήσετε γιατί το σώμα δεν μπορεί να πραγματοποιεί την κίνηση αυτή, μόνο με την επίδραση της τριβής ολίσθησης.

- ii) Δίνεται η μάζα του σώματος $m=2\text{kg}$, ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και επιπέδου $\mu=0,15$, ενώ $g=10\text{m/s}^2$.
- iii) Για τη χρονική στιγμή $t_1=1\text{s}$, να υπολογισθούν η επιτάχυνση του σώματος, η ασκούμενη τριβή καθώς και η οριζόντια δύναμη F , η οποία εξασφαλίζει την κίνηση του σώματος.
- iv) Ποια η απάντηση στο προηγούμενο ερώτημα για τη στιγμή $t_2=3\text{s}$;
- v) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της ασκούμενης δύναμης F , σε συνάρτηση με το χρόνο ($F=F(t)$), μέχρι τη χρονική στιγμή που το σώμα επανέρχεται στη θέση O .



13) Ένα βιβλίο σε επαφή με κατακόρυφο τοίχο.

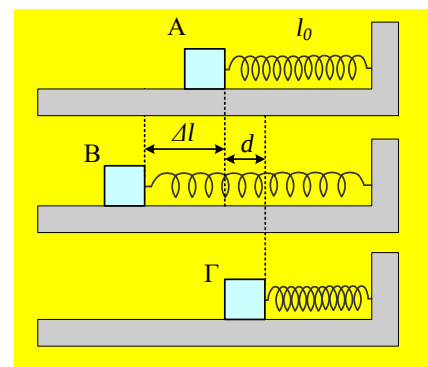
Ένα χονδρό βιβλίο μάζας $m=0,4\text{kg}$ ισορροπεί σε επαφή με τον τοίχο, όταν το πιέζουμε με το χέρι μας, ασκώντας του οριζόντια δύναμη $F=10\text{N}$, όπως στο σχήμα. Δίνεται ο συντελεστής τριβής ολίσθησης, μεταξύ βιβλίου και τοίχου $\mu=0,5$, ενώ η οριακή τριβή θεωρείται ίση με την τριβή ολίσθησης και $g=10\text{m/s}^2$.



- i) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, υπολογίζοντας και τα μέτρα τους.
- ii) Αν αυξήσουμε το μέτρο της ασκούμενης δύναμης σε $F_1=12\text{N}$, πόσο θα αυξηθεί το μέτρο της ασκούμενης τριβής στο σώμα;
- iii) Για ποιες τιμές του μέτρου της δύναμης F , το σώμα μπορεί να ισορροπεί ακίνητο στη θέση του;
- iv) Μειώνουμε το μέτρο της ασκούμενης δύναμης και επιτυγχάνουμε το σώμα να κατέρχεται κατακόρυφα, σε επαφή με τον τοίχο, με σταθερή επιτάχυνση $a=2\text{m/s}^2$. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης F_2 στη διάρκεια την κίνησης.

14) Το ελατήριο και η τριβή.

Ένα σώμα μάζας $m=2\text{kg}$, ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=60\text{N/m}$, το οποίο έχει το φυσικό μήκος του l_0 (θέση A). Ο συντελεστής τριβής μεταξύ σώματος και επιπέδου είναι $\mu=0,5$ και $g=10\text{m/s}^2$.



- i) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στη θέση A και να υπολογίσετε τα μέτρα τους.
- ii) Εκτρέπουμε το σώμα, μεταφέροντάς το στη θέση B, όπου το ελατήριο έχει επιμηκυνθεί κατά $\Delta l=0,3\text{m}$ και το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί.
- α) Ποια δύναμη επιμηκύνει το ελατήριο στη θέση B; Να βρεθεί το μέτρο της δύναμης αυτής.
- β) Να σχεδιάσετε τις οριζόντιες δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, στη θέση B, υπολογίζοντας και τα μέτρα τους.

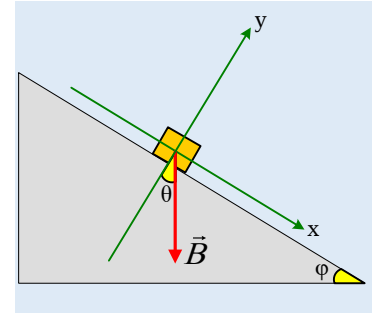
γ) Να υπολογιστεί η αρχική επιτάχυνση του σώματος, στη θέση Β.

- iii) Επαναλαμβάνουμε το πείραμα απομακρύνοντας το σώμα από τη θέση ισορροπίας του, συμπιέζοντας το ελατήριο κατά $d=0,1\text{m}$, φέρνοντάς το στη θέση Γ και το αφήνουμε ελεύθερο. Να σχεδιάσετε τις οριζόντιες δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, υπολογίζοντας και τα μέτρα τους.

15) Μια ισορροπία σε κεκλιμένο επίπεδο

Ένα σώμα βάρους 50N ισορροπεί σε κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως φ , όπου $\eta\mu\varphi=0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\varphi=0,8$.

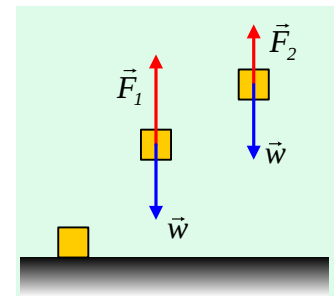
- Να σχεδιάσετε την δύναμη Α που το επίπεδο ασκεί στο σώμα, υπολογίζοντας και το μέτρο της.
- Παίρνουμε ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων x, y όπως στο σχήμα, όπου ο άξονας x είναι παράλληλος προς το κεκλιμένο επίπεδο και ο y είναι κάθετος προς αυτό. Να αποδείξετε ότι η γωνία που σχηματίζει το βάρος με τον άξονα y , είναι ίση με την κλίση του επιπέδου ($\theta=\varphi$).
- Να αναλύσετε το βάρος σε δύο συνιστώσες στους άξονες x και y , υπολογίζοντας και τα μέτρα τους.
- Να αναλύσετε επίσης την δύναμη Α σε δύο συνιστώσες στους άξονες x και y , υπολογίζοντας και τα μέτρα τους.



16) Κίνηση με κατακόρυφη δύναμη

Ένα σώμα ηρεμεί στο έδαφος. Σε μια στιγμή $t=0$ δέχεται μια κατακόρυφη δύναμη F , σταθερού μέτρου $F_1=1,2w$, όπου w το βάρος του σώματος, οπότε τη στιγμή $t_1=4\text{s}$ φτάνει σε σημείο Α, σε ύψος h_1 από το έδαφος.

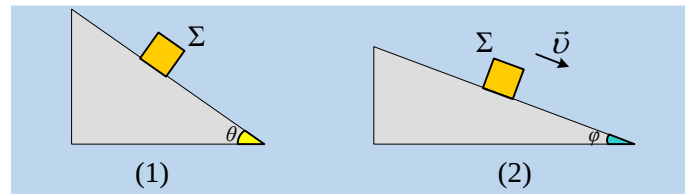
- Να βρεθεί η επιτάχυνση με την οποία κινήθηκε το σώμα.
- Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σώματος στη θέση Α, καθώς και το ύψος h_1 στη θέση αυτή.
- Τη στιγμή t_1 το μέτρο της δύναμης αλλάζει σε $F_2=0,8w$, το οποίο μένει σταθερό από εκεί και πέρα, ενώ το σώμα συνεχίζει την κίνησή του. Ζητούνται:
 - Η νέα επιτάχυνση του σώματος, μετά τη στιγμή t_1 .
 - Η ταχύτητα και η θέση του σώματος τη χρονική στιγμή $t_2=12\text{s}$.
 - Το μέγιστο ύψος από το έδαφος, που φτάνει το σώμα.



Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$, ενώ η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

17) Ένα σώμα σε δύο κεκλιμένα επίπεδα.

Στα παρακάτω σχήματα ένα σώμα Σ βρίσκεται σε κεκλιμένο επίπεδο.



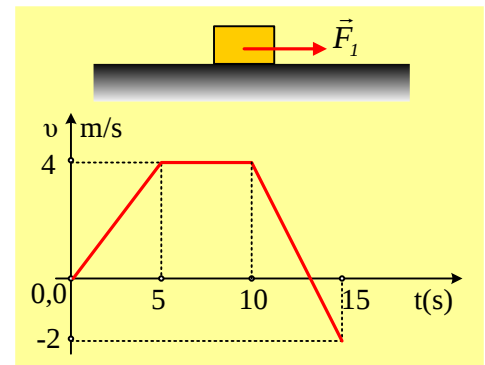
Στο σχήμα (1) το σώμα ηρεμεί σε επίπεδο με κλίση θ , ενώ στο σχήμα (2) το σώμα κατέρχεται κατά μήκος του επιπέδου, κλίσεως φ , όπου $\varphi < \theta$, με σταθερή ταχύτητα v .

Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες, δίνοντας και σύντομες δικαιολογήσεις.

- Μεγαλύτερη συνισταμένη δύναμη ασκείται στο σώμα του σχήματος (2).
- Το σώμα Σ στο σχήμα (1) δέχεται δύναμη από το επίπεδο A_1 , κατακόρυφη.
- Η συνισταμένη δύναμη στο σώμα στο σχήμα (2) έχει την κατεύθυνση της ταχύτητας v .
- Αν A_1 και A_2 οι δυνάμεις από τα δύο επίπεδα, στα σχήματα (1) και (2) αντίστοιχα, η A_2 έχει μεγαλύτερο μέτρο, αφού το επίπεδο έχει μικρότερη κλίση ($\varphi < \theta$).
- Οι δυνάμεις A_1 και A_2 είναι ίσες.
- Αν το σώμα στο σχήμα (2) κινείται προς τα πάνω με σταθερή ταχύτητα $\frac{1}{2} v$, τότε δέχεται δύναμη A_3 από το επίπεδο με μέτρο $A_3 < A_2$.

18) Από το διάγραμμα της ταχύτητας στις δυνάμεις

Ένα σώμα μάζας $m=10\text{kg}$ ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή $t=0$, ασκείται στο σώμα μια οριζόντια δύναμη F_1 , σταθερής κατεύθυνσης, με αποτέλεσμα να αρχίσει να κινείται. Στο σχήμα βλέπουμε το διάγραμμα της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο. Δίνονται ακόμη οι εξής πληροφορίες. Τη στιγμή $t_1=5\text{s}$, στο σώμα ασκείται μια επιπλέον οριζόντια δύναμη F_2 , ενώ τη στιγμή $t_2=10\text{s}$ ασκείται πάνω του μια ακόμη οριζόντια δύναμη F_3 , όπου οι δύο αυτές δυνάμεις δεν έχουν σημειωθεί στο σχήμα.

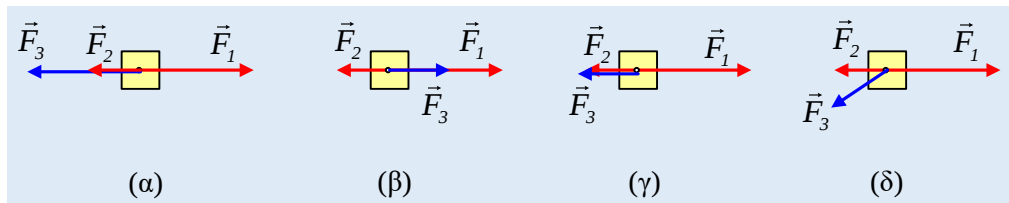
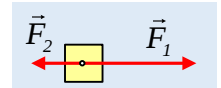


- Να εξηγήσετε γιατί η δύναμη F_1 έχει σταθερό μέτρο, το οποίο και να υπολογίσετε.
- Να βρεθεί η κατεύθυνση και το μέτρο της δύναμης F_2 .
- Ποια τα αντίστοιχα χαρακτηριστικά της δύναμης F_3 ;
- Αν τη στιγμή $t_3=15\text{s}$ πάψει να ασκείται στο σώμα η δύναμη F_3 , να υπολογιστεί η μετατόπιση του σώματος από τη στιγμή t_3 ως τη στιγμή $t_4=20\text{s}$.

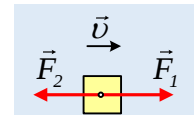
19) Ένα σώμα σε οριζόντιο επίπεδο

Στις παρακάτω ερωτήσεις το σώμα βρίσκεται σε οριζόντιο επίπεδο και τα σχήματα είναι σε κάτοψη (καθώς τα κοιτάζουμε από πάνω).

- 1) Το σώμα του διπλανού σχήματος ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο με την επίδραση τριών οριζοντίων δυνάμεων (στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δύο από αυτές). Σε ποιο από τα παρακάτω σχήματα έχει σχεδιαστεί σωστά και η τρίτη δύναμη F_3 ;

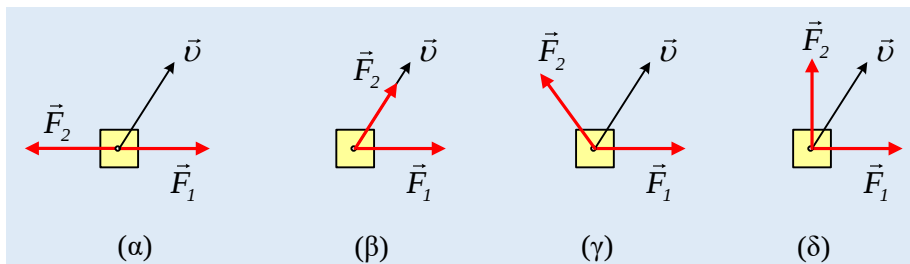
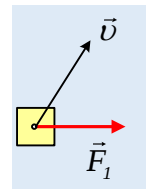


- 2) Το σώμα του σχήματος κινείται οριζόντια με σταθερή ταχύτητα v , ενώ δέχεται δύο οριζόντιες δυνάμεις F_1 και F_2 , όπως στο σχήμα. Ποια δύναμη έχει μεγαλύτερο μέτρο:

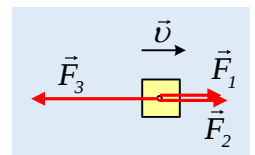


- Η δύναμη F_1 .
- Η δύναμη F_2 .
- Οι δυο δυνάμεις έχουν το ίδιο μέτρο.
- Δεν μπορούμε να ξέρουμε, αφού δεν γνωρίζουμε την ταχύτητα του σώματος.

- 3) Το σώμα του διπλανού σχήματος κινείται οριζόντια με σταθερή ταχύτητα v , με την επίδραση δύο δυνάμεων F_1 και F_2 , όπου έχουμε σχεδιάσει μόνο την μία. Σε ποιο από τα παρακάτω σχήματα έχουν σχεδιαστεί σωστά και οι δύο δυνάμεις;

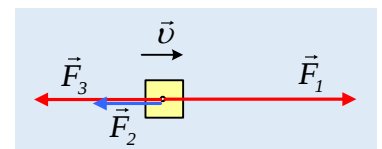


- 4) Ένα σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα v , όταν πάνω του ασκούνται τρεις δυνάμεις, όπως στο διπλανό σχήμα. Αν σε μια στιγμή πάψει να ασκείται δύναμη F_2 , τότε:



- Το σώμα θα κινηθεί προς τα αριστερά, με ταχύτητα μικρότερου μέτρου.
- Το σώμα θα κινηθεί προς τα αριστερά, με ταχύτητα μεγαλύτερου μέτρου.
- Το σώμα θα συνεχίσει να κινείται προς τα δεξιά με ταχύτητα μεγαλύτερου μέτρου.
- Το σώμα θα συνεχίσει να κινείται προς τα δεξιά με ταχύτητα μικρότερου μέτρου.

- 5) Το σώμα του διπλανού σχήματος κινείται προς τα δεξιά με σταθερή ταχύτητα v , με την επίδραση των τριών δυνάμεων που βλέπετε. Αν αυξήσουμε το μέτρο της δύναμης F_2 , τότε:

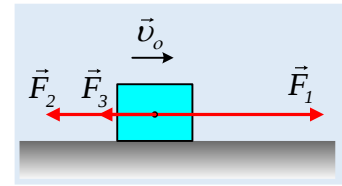


- Το σώμα αποκτά επιτάχυνση προς τα δεξιά.
- Η ταχύτητα αυξάνεται.
- Το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται.

iv) Το σώμα θα κινηθεί αμέσως προς τα αριστερά.

20) Μία-μία οι δυνάμεις παύουν να ασκούνται

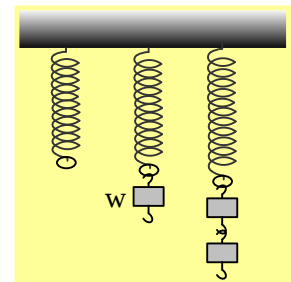
Ένα σώμα μάζας $m=4\text{kg}$ κινείται με σταθερή ταχύτητα $v_0=2\text{m/s}$, σε λείο οριζόντιο επίπεδο με την επίδραση τριών οριζοντίων δυνάμεων στη διεύθυνση της ταχύτητας, όπου οι δυο έχουν μέτρα $F_1=6\text{N}$ και $F_2=4\text{N}$. Τη στιγμή $t_0=0$ το σώμα περνά από ένα σημείο O , το οποίο λαμβάνουμε ως αρχή ενός προσανατολισμένου άξονα x με διεύθυνση αυτή της ταχύτητας και θετική φορά προς τα δεξιά, στο σχήμα.



- Να βρείτε το μέτρο της δύναμης F_3 και τη θέση το σώματος τη στιγμή $t_1=3\text{s}$.
- Τη στιγμή t_1 η δύναμη F_3 παύει να ασκείται στο σώμα.
 - Να βρεθεί η επιτάχυνση του σώματος.
 - Να βρεθεί η ταχύτητα και η θέση του σώματος τη στιγμή $t_2=5\text{s}$.
- Αν τη στιγμή t_2 παύει να ασκείται στο σώμα και η δύναμη F_1 , να βρεθεί η επιτάχυνση, η ταχύτητα και η θέση του σώματος τη στιγμή $t_3=8\text{s}$.
- Να γίνει το διάγραμμα της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι τη στιγμή t_3 .

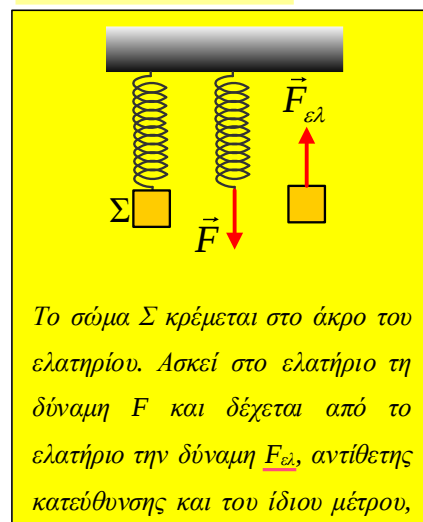
21) Το ελατήριο και ο νόμος του Hooke

Έχουμε ένα ελατήριο το οποίο κρέμεται από το ταβάνι, στο κάτω άκρο του οποίου μπορούμε να κρεμάμε όμοια βαράκια, όπου το καθένα έχει βάρος w , όπως στο διπλανό σχήμα. Στον παρακάτω πίνακα, δίνονται ο αριθμός των βαριδιών που έχουμε κρεμάσει στο ελατήριο και το αντίστοιχο μήκος του ελατηρίου.



- Με δεδομένο ότι κάθε βαράκι ασκεί στο ελατήριο δύναμη F ίση με το βάρος του και η δύναμη αυτή επιμηκύνει το ελατήριο, ενώ $F_{ελ}$ είναι η δύναμη που το ελατήριο ασκεί στα βαράκια, ίση κατά μέτρο με την δύναμη F , με αντίθετη κατεύθυνση, να συμπληρώσετε τις τιμές στην 3^η και 4^η στήλη του πίνακα.

Βάρος	Μήκος ελατηρίου (cm)	Επιμήκυνση x (cm)	$F_{ελ}$	Σταθερά k (N/m)
0	20,0	0	0	-----
w	21,2			
$2w$	22,4			
$3w$	23,6			
$4w$	24,8			



- Να κάνετε τη γραφική παράσταση της δύναμης F που επιμηκύνει το ελατήριο σε συνάρτηση με την επιμήκυνση x του ελατηρίου, για τις παραπάνω τιμές επιμήκυνσης.
- Με βάση το διάγραμμα και θεωρώντας την παραμόρφωση το ελατηρίου ελαστική, μπορείτε να προβλέψετε το μήκος του ελατηρίου αν στο άκρο του κρεμάσουμε 5 και 6 βαράκια;

iv) Κάναμε το πείραμα και μετρώντας το μήκος του ελατηρίου, όταν κρεμάσαμε 5 και 6 βαράκια, βρήκαμε 26,5cm και 28,3cm αντίστοιχα.

α) Μπορείτε να ερμηνεύσετε τα ευρήματα αυτά;

β) Αν αφαιρέσουμε όλα τα βαράκια το μήκος του ελατηρίου θα γίνει

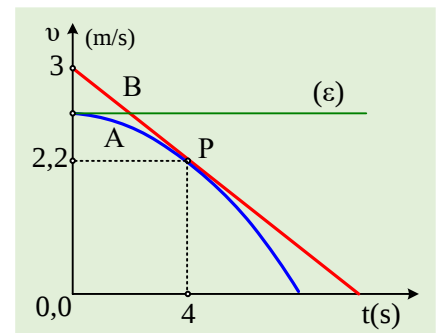
a) 19,6 cm , b) 20,0 cm , c) 20,3cm

v) Αν κάθε βαράκι έχει βάρος $w=0,05\text{N}$, να υπολογιστεί η σταθερά k του ελατηρίου, συμπληρώνοντας την τελευταία στήλη του πίνακα.

22) Οι ταχύτητες δύο κινητών στους ίδιους άξονες.

Μετά την πρόσφατη ανάρτηση «[Γραφική παράσταση σε κοινούς άξονες](#)», ας δούμε κάτι ανάλογο, αλλά με γραφικές παραστάσεις της ταχύτητας δύο κινητών.

Στο διπλανό διάγραμμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις της ταχύτητας δύο κινητών που κινούνται στον ίδιο ευθύγραμμο δρόμο. Το πρώτο κινητό (A), με μπλε χρώμα η καμπύλη, κινείται με μεταβαλλόμενη επιτάχυνση ενώ τη στιγμή $t=0$ η καμπύλη εφάπτεται σε ευθεία (ε) παράλληλη στον άξονα των χρόνων.



i) Ποια η αρχική επιτάχυνση του κινητού A;

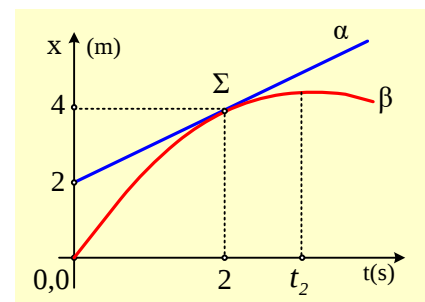
ii) Αν η ευθεία (με κόκκινο χρώμα) που δείχνει τη μεταβολή της ταχύτητας του B κινητού, εφάπτεται στο σημείο P της καμπύλης για το κινητό A, να υπολογισθεί η επιτάχυνση του A κινητού τη στιγμή $t_1=4\text{s}$.

iii) Η μετατόπιση του κινητού A τη στιγμή t_1 είναι ίση:

α) 9m, β) 10,4 m, γ) 11 m.

23) Γραφική παράσταση σε κοινούς άξονες

Κατά μήκος ενός ευθύγραμμου δρόμου κινούνται δύο κινητά α και β. Παίρνοντας ένα προσανατολισμένο άξονα x και κάποια στιγμή ως αρχή μέτρησης των χρόνων ($t=0$) χαράξαμε σε κοινούς άξονες τις γραφικές παραστάσεις για τη θέση κάθε σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, παίρνοντας το διπλανό διάγραμμα. Δίνεται ότι η ευθεία μπλε γραμμή για την θέση του α κινητού, εφάπτεται στην κόκκινη καμπύλη για την θέση του β κινητού, το οποίο κινείται με σταθερή επιτάχυνση.



i) Αφού εξηγήσετε γιατί τα δύο κινητά τη στιγμή $t_1=2\text{s}$ έχουν ίσες ταχύτητες, να εξετάσετε την ορθότητα ή μη της πρότασης:

«Το β κινητό έχει μεγαλύτερη αρχική ταχύτητα από το α κινητό»,

χωρίς να προβείτε σε υπολογισμούς.

ii) Να υπολογίσετε τις μετατοπίσεις και τις ταχύτητες των δύο κινητών τη στιγμή t_1 .

- iii) Να βρείτε την αρχική ταχύτητα και την σταθερή επιτάχυνση του β κινητού.
- iv) Ποια χρονική στιγμή t_2 η καμπύλη της θέσης του β κινητού, παρουσιάζει μέγιστο; Να υπολογιστεί η απόσταση μεταξύ των κινητών τη στιγμή αυτή.

24) Ερωτήσεις κινηματικής

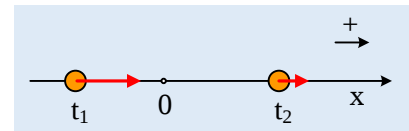
Μια σφαίρα κινείται κατά μήκος ενός προσανατολισμένου άξονα x , με θετική την προς τα δεξιά κατεύθυνση. Με δεδομένο ότι η επιτάχυνση της σφαίρας, όπου υπάρχει, είναι σταθερή, ενώ για τις χρονικές στιγμές $t_1 < t_2$, να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις:

Ερώτηση 1^η :

Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις, ως σωστές ή λανθασμένες (τα διανύσματα παριστάνουν την ταχύτητα της σφαίρας).

Η σφαίρα κινείται προς τα δεξιά, όπως στο σχήμα:

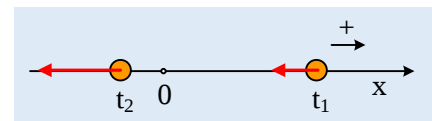
- α) Η μετατόπιση της σφαίρας από t_1 έως t_2 είναι θετική.
- β) Η επιτάχυνση της σφαίρας έχει φορά προς τα δεξιά.
- γ) Η μεταβολή της ταχύτητας είναι αρνητική.
- δ) Η μεταβολή θέσης και η μεταβολή της ταχύτητας έχουν την ίδια κατεύθυνση.



Ερώτηση 2^η :

Η σφαίρα κινείται προς τα αριστερά, όπως στο σχήμα:

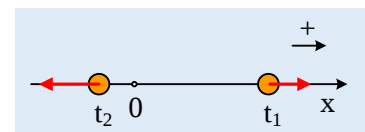
- α) Η μετατόπιση της σφαίρας από t_1 έως t_2 είναι αρνητική.
- β) Η επιτάχυνση της σφαίρας είναι αρνητική.
- γ) Η κίνηση του σώματος είναι επιταχυνόμενη.
- δ) Η μεταβολή της ταχύτητας έχει κατεύθυνση προς τα αριστερά.



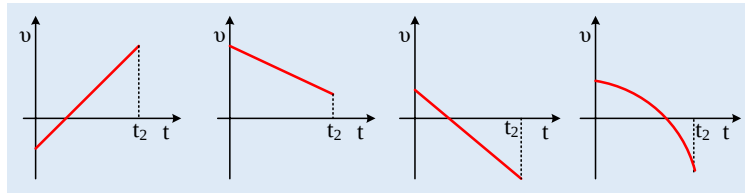
Ερώτηση 3^η :

1) Για την κίνηση της σφαίρας όπως στο διπλανό σχήμα, ποιες προτάσεις είναι σωστές, για το χρονικό διάστημα από t_1 έως t_2 :

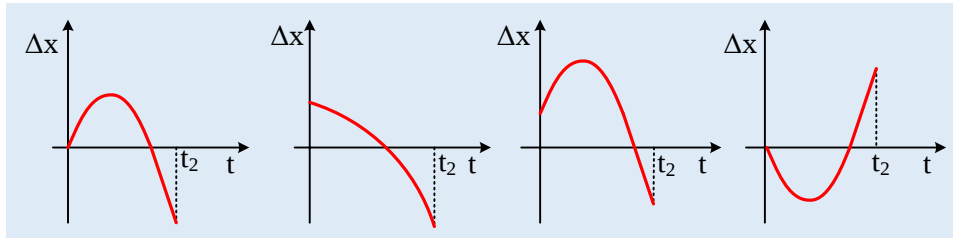
- α) Η σφαίρα κινήθηκε προς την ίδια κατεύθυνση.
- β) Η επιτάχυνση του σώματος είναι αρνητική.
- γ) Η επιτάχυνση του σώματος έχει την κατεύθυνση της αρχικής ταχύτητας.
- δ) Υπάρχει κάποια στιγμή τ , όπου $t_1 < \tau < t_2$ όπου μηδενίζεται η ταχύτητα της σφαίρας.
- ε) Υπάρχει κάποια στιγμή τ , όπου $t_1 < \tau < t_2$ όπου μηδενίζεται η ταχύτητα και η επιτάχυνση της σφαίρας.
- στ) Υπάρχει κάποια στιγμή τ , όπου $t_1 < \tau < t_2$ όπου μηδενίζεται η θέση και η ταχύτητα της σφαίρας.



2) Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα παριστάνει σωστά την ταχύτητα της σφαίρας από t_1 έως t_2 , αν $t_1=0$.



3) Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα παριστάνει σωστά την μετατόπιση της σφαίρας από t_1 έως t_2 , αν $t_1=0$.

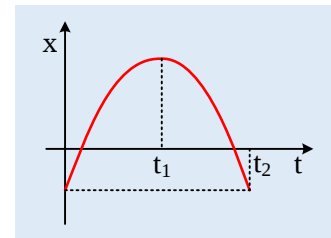


Ερώτηση 4^η :

Στο διπλανό διάγραμμα δίνεται η θέση της σφαίρας σε συνάρτηση με το χρόνο.

Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές:

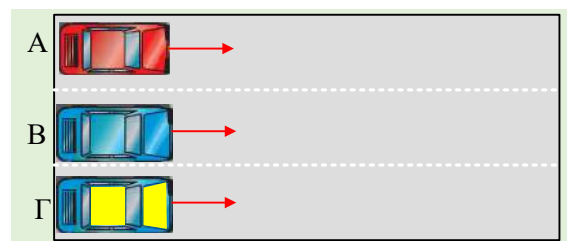
- α) Η σφαίρα έχει αρχική ταχύτητα προς τα δεξιά.
- β) Η σφαίρα περνά από την αρχή του άξονα δύο φορές μέχρι τη στιγμή t_2 .
- γ) Η μετατόπιση της σφαίρας μέχρι τη στιγμή t_1 είναι αρνητική
- δ) Η επιτάχυνση του σώματος έχει πάντα αντίθετη κατεύθυνση από την ταχύτητα.
- ε) Η ταχύτητα της σφαίρας είναι μηδενική τη στιγμή t_1 .
- στ) Η συνολική μετατόπιση από 0- t_2 είναι μηδενική.



25) Δύο ερωτήσεις κατάταξης στο ίδιο θέμα

Ερώτηση 1^η:

Σε έναν ευθύγραμμο δρόμο τριών λωρίδων κινούνται παράλληλα τρία αυτοκίνητα Α, Β και Γ με την ίδια ταχύτητα v_0 . Σε μια στιγμή $t_0=0$ το Α αυτοκίνητο επιταχύνεται για κάποιο διάστημα, στη συνέχεια επιβραδύνεται μέχρι τη στιγμή t_1 που αποκτά ξανά ταχύτητα v_0 , έχοντας μετατοπισθεί κατά x_1 . Την ίδια στιγμή t_0 το Β αυτοκίνητο επιβραδύνεται για λίγο και στη συνέχεια επιταχύνεται, οπότε τη στιγμή t_1 αποκτά ξανά ταχύτητα v_0 , έχοντας μετατοπισθεί κατά x_2 . Το τρίτο όχημα Γ, δεν αλλάζει ταχύτητα αλλά συνεχίζει να κινείται με ταχύτητα v_0 , οπότε τη στιγμή t_1 έχει μετατοπισθεί κατά x_3 .

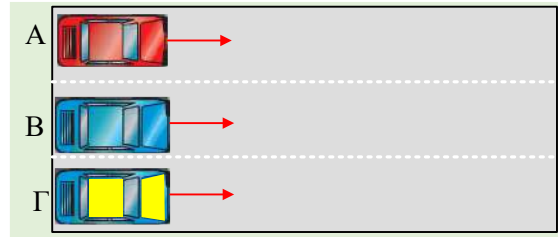


Να καταταγούν οι παραπάνω μετατοπίσεις κατά αύξουσα σειρά.

Ερώτηση 2^η:

Σε έναν ευθύγραμμο δρόμο τριών λωρίδων κινούνται παράλληλα τρία αυτοκίνητα Α, Β και Γ με την ίδια ταχύτητα v_0 και κάποια στιγμή περνάνε από μια θέση Κ. Στη θέση αυτή το Α αυτοκίνητο, αρχίζει να

επιταχύνεται για κάποιο διάστημα, στη συνέχεια επιβραδύνεται, οπότε μετά από χρόνο t_1 που αποκτά ξανά ταχύτητα v_0 , φτάνει στη θέση Λ. Το Β αυτοκίνητο επιβραδύνεται για λίγο και στη συνέχεια επιταχύνεται, οπότε αποκτά ξανά ταχύτητα v_0 , μετά από χρόνο t_2 , φτάνοντας στην ίδια θέση Λ. Το τρίτο όχημα Γ, δεν αλλάζει ταχύτητα αλλά συνεχίζει να κινείται με ταχύτητα v_0 , οπότε περνάει και αυτό από την θέση Λ, μετά από χρονικό διάστημα t_3 .

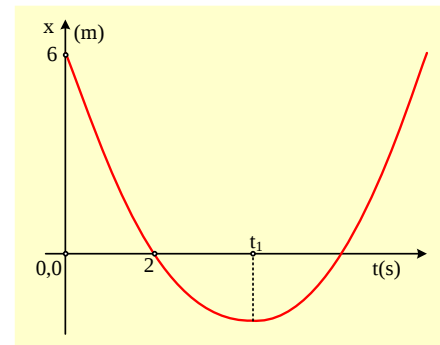


Να καταταγούν τα χρονικά διαστήματα t_1 , t_2 και t_3 κατά αύξουσα σειρά.

26) Όταν δίνεται το διάγραμμα θέσης κινητού

Κατά μήκος ενός προσανατολισμένου άξονα κινείται ένα σώμα και στο διάγραμμα δίνεται η θέση του σε συνάρτηση με το χρόνο.

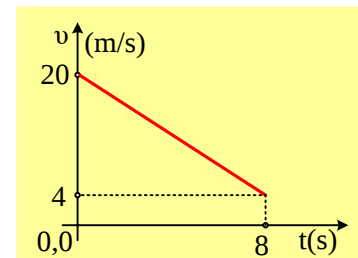
Δίνεται ότι το σώμα κινείται με σταθερή επιτάχυνση $a=1\text{m/s}^2$, ενώ τη στιγμή t_1 η θέση x παίρνει την ελάχιστη τιμή της.



- Ποια η αρχική θέση και η αρχική ταχύτητα του σώματος (για $t=0$).
- Αφού εξηγήσετε γιατί τη στιγμή t_1 η ταχύτητα του σώματος μηδενίζεται, να βρείτε τη στιγμή t_1 .
- Ποια η μετατόπιση και ποια η θέση του σώματος τη στιγμή t_1 ;
- Να βρείτε τις χρονικές στιγμές που η ταχύτητα του σώματος έχει μέτρο 2m/s .

27) Ένα αυτοκίνητο φρενάρει

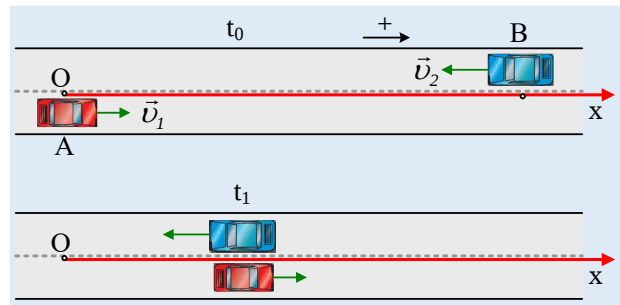
Ένα αυτοκίνητο κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο και σε μια στιγμή $t_0=0$ περνά από την αρχή ενός προσανατολισμένου άξονα ($x=0$) και στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της ταχύτητάς του σε συνάρτηση με το χρόνο.



- Να υπολογισθεί η επιτάχυνση του αυτοκινήτου στο χρονικό διάστημα που φαίνεται στο διάγραμμα.
- Να υπολογισθεί η μεταβολή της ταχύτητας του αυτοκινήτου σε χρονικό διάστημα $\Delta t=4,5\text{s}$ στη διάρκεια της επιβράδυνσής του.
- Να βρεθεί η θέση του αυτοκινήτου τη στιγμή $t_1=8\text{s}$, καθώς και η μέση ταχύτητά του από $0-t_1$.
- Ποια χρονική στιγμή t_2 το αυτοκίνητο έχει ταχύτητα $v_2=8\text{m/s}$ και ποια η θέση του αυτοκινήτου τη στιγμή αυτή;

28) Δύο αυτοκίνητα διασταυρώνονται

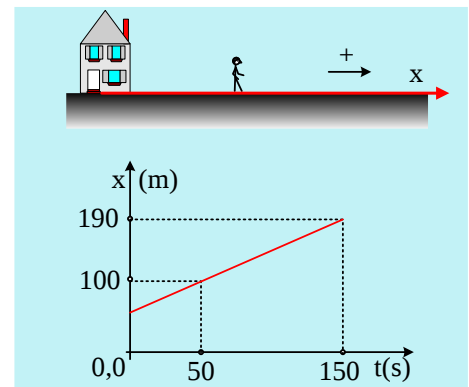
Σε ευθύγραμμο δρόμο κινούνται αντίθετα με σταθερές ταχύτητες δύο αυτοκίνητα Α και Β και σε μια στιγμή $t_0=0$ απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d=450\text{m}$. Παίρνουμε ένα προσανατολισμένο άξονα x , με αρχή Ο την αρχική θέση του Α αυτοκινήτου και την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική. Αν το Α κινητό κινείται με ταχύτητα $v_1=20\text{m/s}$:



- i) Να βρεθεί η εξίσωση κίνησης $x_1=f(t)$ του A αυτοκινήτου και στην συνέχεια να την χρησιμοποιήσετε για να βρείτε τη χρονική στιγμή t' που το αυτοκίνητο αυτό περνά από την θέση $x_A'=45\text{m}$.
- ii) Να βρεθεί η θέση του A αυτοκινήτου τη χρονική στιγμή $t_1=9\text{s}$.
- iii) Αν τη στιγμή t_1 τα δύο αυτοκίνητα διασταυρώνονται, όπως στο δεύτερο σχήμα:
 - α) Να υπολογιστεί η ταχύτητα το B αυτοκινήτου και να βρεθεί η εξίσωση θέσης του $x_2=f(t)$.
 - β) Ποιες οι θέσεις των δύο οχημάτων τη στιγμή $t_2=20\text{s}$ και ποια η απόσταση μεταξύ τους;
 - γ) Να παρασταθούν γραφικά, οι θέσεις των δύο αυτοκινήτων σε συνάρτηση με το χρόνο από 0- t_2 , στους ίδιους άξονες.

29) Από ένα διάγραμμα θέσης

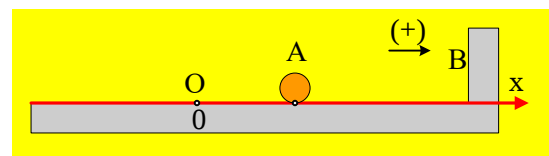
Ένα παιδί περπατά σε ευθύγραμμο δρόμο και στο διάγραμμα δίνεται η θέση του σε συνάρτηση με το χρόνο, όπου η αρχή του άξονα ($x=0$) είναι η θέση του σπιτιού του.



- i) Ποια η ταχύτητα του παιδιού;
- ii) Να υπολογιστεί η μετατόπιση του παιδιού στα πρώτα 20s της κίνησής του;
- iii) Ποια η αρχική απόσταση του παιδιού από το σπίτι του; Ποια η θέση του τη στιγμή 20s;
- iv) Τη στιγμή 150s το παιδί ξαφνικά αλλάζει κατεύθυνση κινούμενο προς το σπίτι του, με ταχύτητα ίσου μέτρου. Ποια χρονική στιγμή θα φτάσει στη πόρτα του σπιτιού του, όπου και σταματά;
- v) Να συμπληρωθεί το διάγραμμα $x=x(t)$, μέχρι τη στιγμή της επιστροφής στο σπίτι.

30) Θέση, μετατόπιση και χρονικές στιγμές

Μια σφαίρα βρίσκεται στη θέση A, σε ένα οριζόντιο επίπεδο, απέχοντας 6m από κατακόρυφο τοίχο. Στο σχήμα βλέπετε έναν προσανατολισμένο άξονα με αρχή $x=0$, το σημείο O και θετική κατεύθυνση προς τα δεξιά, τον οποίο θα χρησιμοποιήσουμε για να μελετήσουμε την κίνηση της μπάλας. Αν το σημείο B του τοίχου απέχει 10m από το O, ζητούνται:



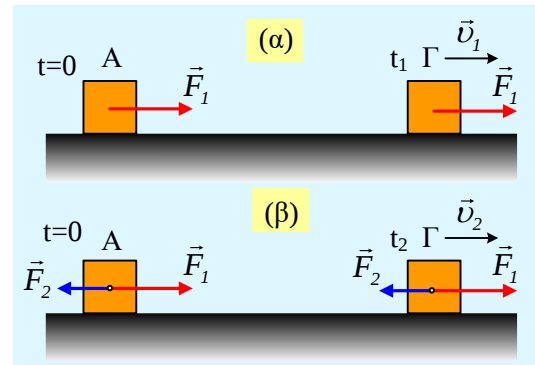
- i) Η αρχική θέση της μπάλας.

- ii) Η μπάλα δέχεται κτύπημα τη στιγμή $t=0$, οπότε κινείται προς τα δεξιά φτάνοντας στον τοίχο (σημείο B), μετά από 3s. Να βρεθεί η μετατόπιση του σώματος από το A στο B, καθώς και η θέση της μπάλας στη θέση B.
- iii) Η μπάλα ανακλάται στον τοίχο οπότε αρχίζει να κινείται προς τα αριστερά και τη χρονική στιγμή $t_2=13s$, περνά από ένα σημείο Γ, το οποίο απέχει απόσταση 15m, από το B.
- α) Να βρεθεί η θέση του σημείου Γ, καθώς και η μετατόπιση της μπάλας από το B στο Γ.
- β) Για πόσο χρονικό διάστημα κινήθηκε η μπάλα, για να πάει από το B στο Γ;
- iv) Συνεχίζοντας την κίνησή της η μπάλα, 2s μετά το πέρασμά της από το Γ, περνάει από ένα σημείο Δ. Αν η απόσταση μεταξύ Γ και Δ είναι 3m, να βρεθεί η μετατόπιση από το Γ στο Δ, η θέση του σημείου Δ καθώς και η χρονική στιγμή που η σφαίρα περνά από τη θέση αυτή.
- v) Για την συνολική κίνηση από το A στο Δ, να υπολογιστούν:
- α) Η συνολική μετατόπιση
- β) Το συνολικό διάστημα που διένυσε η μπάλα.
- γ) Ο συνολικός χρόνος κίνησης.

Ασκήσεις 2024-25

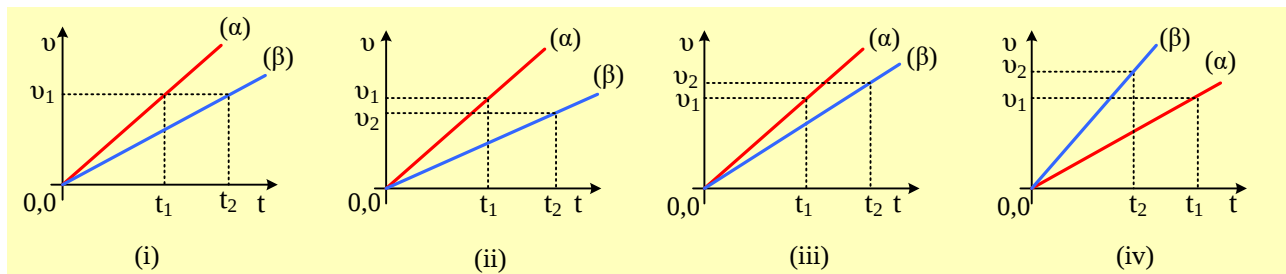
31) Κίνηση με μία ή δύο δυνάμεις

Ένα σώμα βρίσκεται ακίνητο στην θέση Α ενός λείου οριζόντιου επιπέδου. Σε μια στιγμή $t_0=0$ στο σώμα ασκείται μια σταθερή οριζόντια δύναμη F_1 , με αποτέλεσμα τη στιγμή t_1 το σώμα να φτάνει στην θέση Γ, με ταχύτητα μέτρου v_1 . Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, αλλά τώρα ταυτόχρονα με την δύναμη F_1 ασκείται στο σώμα και μια δεύτερη σταθερή οριζόντια δύναμη F_2 , όπως στο σχήμα, με αποτέλεσμα το σώμα να φτάνει στη θέση Γ, τη στιγμή t_2 με ταχύτητα μέτρου v_2 .



Ερώτηση 1^η :

Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα μας δίνει τις ταχύτητες του σώματος στην πρώτη (α) και στην δεύτερη (β) περίπτωση.



Ερώτηση 2^η :

Ποια πρόταση είναι σωστή.

- i) Το σώμα παρουσιάζει μεγαλύτερη αδράνεια στην περίπτωση (α).
- ii) Το σώμα κινείται με μεγαλύτερη επιτάχυνση στην (α) περίπτωση.
- iii) Το σώμα αποκτά την ίδια κινητική ενέργεια και στις δύο περιπτώσεις, στην θέση Γ.
- iv) Η δύναμη F_1 παράγει περισσότερο έργο στην (α) περίπτωση.

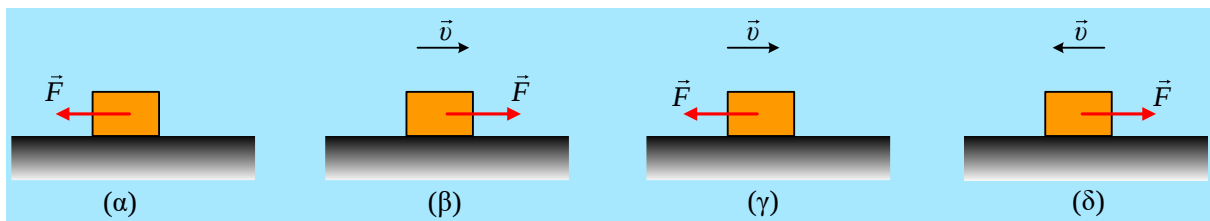
Ερώτηση 3^η :

Χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες.

- i) Αν K_1 η κινητική ενέργεια του σώματος στην (α) περίπτωση και K_2 στην (β), ισχύει $K_1 > K_2$.
- ii) Αν $W_{1\alpha}$ το έργο που παράγει η δύναμη F_1 στην περίπτωση (α) και $W_{1\beta}$ το αντίστοιχο έργο της στην (β) περίπτωση, ισχύει $W_{1\alpha} = W_{1\beta}$.
- iii) Η μέση ισχύς της δύναμης F_1 είναι ίδια και στις δύο περιπτώσεις.
- iv) Η στιγμιαία ισχύς της δύναμης F_1 στη θέση Γ, είναι μεγαλύτερη στην (α) περίπτωση.

32) Στατική τριβή και τριβή ολίσθησης

Ένα σώμα παρουσιάζει με το οριζόντιο επίπεδο οριακή τριβή ίση με την τριβή ολίσθησης $T=12\text{N}$. Στα παρακάτω σχήματα, στο σώμα αυτό ασκείται μια οριζόντια σταθερή δύναμη μέτρου $F=10\text{N}$.

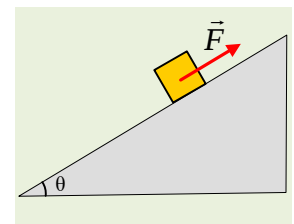


Να χαρακτηρίσετε ως σωστές ή λανθασμένες τις παρακάτω προτάσεις.

- i) Στο σχήμα (α) που το σώμα δεν κινείται, ασκείται δύναμη στατικής τριβής μέτρου 12N , αντίθετης κατεύθυνσης από την ασκούμενη δύναμη F .
- ii) Στο σχήμα (β) η τριβή έχει κατεύθυνση προς τα αριστερά, με μέτρο 12N .
- iii) Στο σχήμα (γ) η τριβή έχει κατεύθυνση αντίθετη της ασκούμενης δύναμης και μέτρο 10N .
- iv) Στο (δ) σχήμα η τριβή έχει φορά προς τα δεξιά και μέτρο 10N .

33) Η ισορροπία και η επιτάχυνση του σώματος

Ένα σώμα μάζας 2kg ισορροπεί σε κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως θ , με την επίδραση δύναμης F , παράλληλης στο επίπεδο όπως στο σχήμα, μέτρου $F_1=15\text{N}$. Δίνεται ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του επιπέδου $\mu=0,25$, η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$, ενώ για την γωνία θ , $\eta\mu\theta=0,6$ και $\sigma\upsilon\upsilon\theta=0,8$.



- i) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, υπολογίζοντας τις συνιστώσες B_x και B_y , του βάρους B του σώματος, παράλληλης και κάθετης στο κεκλιμένο επίπεδο, αντίστοιχα.
- ii) Να υπολογιστεί το μέτρο της τριβής που ασκείται στο σώμα.
- iii) Σε μια στιγμή $t_0=0$, μεταβάλλουμε το μέτρο της ασκούμενης δύναμης στην τιμή $F_2=5\text{N}$.
 - α) Να υπολογιστεί η κινητική ενέργεια του σώματος τη στιγμή $t_1=2\text{s}$.
 - β) Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης F από $0-2\text{s}$.
 - γ) Ποια η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του σώματος από $0-2\text{s}$;

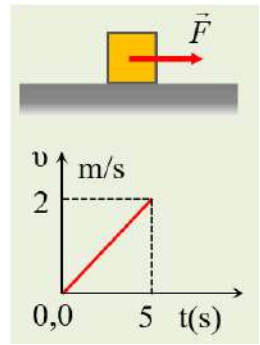
34) Αλλάζοντας το μέτρο της δύναμης

Ένα σώμα ηρεμεί στη θέση $x_0=10\text{m}$, όταν κάποια στιγμή $t_0=0$ δέχεται την επίδραση μιας σταθερής οριζόντιας

δύναμης $\vec{F}$, με αποτέλεσμα να κινηθεί και στο διάγραμμα βλέπουμε πώς μεταβάλλεται η ταχύτητά του σε συνάρτηση με το χρόνο.

- i) Να υπολογιστούν η επιτάχυνση του σώματος από 0-5s, καθώς και η θέση του σώματος τη στιγμή $t_1=5s$.

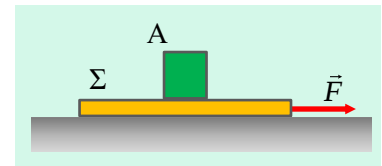
Δίνεται η μάζα του σώματος $m=2kg$ και το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$, στο παραπάνω χρονικό διάστημα $F_1=4N$.



- ii) Αφού αποδείξετε πρώτα ότι το επίπεδο δεν είναι λείο, στη συνέχεια να υπολογιστεί το μέτρο της τριβής ολίσθησης που ασκήθηκε στο σώμα, κατά την κίνησή του.
- iii) Τη χρονική στιγμή t_1 , αλλάζουμε το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$, με αποτέλεσμα τη χρονική στιγμή $t_2=7s$ το σώμα να περνά από την θέση $x_2=18m$, να υπολογιστούν:
- α) Το σταθερό μέτρο F_2 της δύναμης για $t > t_1$.
- β) Η ταχύτητα του σώματος τις χρονικές στιγμές t_2 και $t_3=10s$.
- γ) Το συνολικό έργο που παράγει η δύναμη $\vec{F}$, μέχρι τη χρονική στιγμή t_3 .

35) Παραβιάζεται η αρχή διατήρησης της ενέργειας;

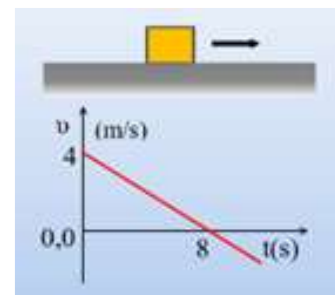
Ένα σώμα Α μάζας $m=5kg$, ηρεμεί πάνω σε μια σανίδα Σ μάζας $M=10kg$, η οποία είναι ακίνητη πάνω σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή ασκούμε στην σανίδα μια σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F=20N$, όπως στο σχήμα. Δίνεται ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος Α και σανίδας $\mu=0,2$ και ότι το μήκος της σανίδας είναι αρκετά μεγάλο ώστε το σώμα Α να μην την εγκαταλείπει στη διάρκεια του πειράματος, ενώ $g=10m/s^2$.



- A) Ένας μαθητής προβλέπει ότι το σώμα Α θα ολισθήσει πάνω στη σανίδα. Για να εξετάσουμε αν η πρόβλεψή του αυτή, είναι σωστή, ας υποθέσουμε ότι ισχύει η πρόβλεψη αυτή και ας απαντήσουμε στα παρακάτω ερωτήματα.
- i) Ποια επιτάχυνση αποκτά κάθε σώμα;
- ii) Να υπολογιστούν οι ταχύτητες και οι μετατοπίσεις των σωμάτων σε χρονικό διάστημα $\Delta t=t=1s$.
- iii) Μήπως παραβιάζεται η αρχή διατήρησης της ενέργειας με τα παραπάνω αποτελέσματα;
- B) Να εξετάσετε ακόμη αν η πρόβλεψη του μαθητή είναι σωστή, αν η δύναμη είχε μέτρο $F_1=60N$, δίνοντας απαντήσεις στα παραπάνω υποερωτήματα.

36) Ευρήματα από ένα διάγραμμα ταχύτητας

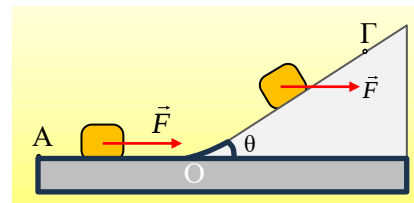
Ένα σώμα κινείται σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο και στο σχήμα δίνεται η ταχύτητά του σε συνάρτηση με το χρόνο.



- i) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του σώματος.
- ii) Να βρείτε την μετατόπιση του σώματος τη στιγμή t_1 που μηδενίζεται η ταχύτητα του σώματος:
 - α) με την βοήθεια του διαγράμματος.
 - β) με χρήση εξισώσεων.
- iii) Αν το σώμα έχει μάζα $m=0,8\text{kg}$, να υπολογιστούν:
 - α) Η οριζόντια δύναμη F που επιταχύνει το σώμα.
 - β) Η ταχύτητα και η μετατόπιση του σώματος τη χρονική στιγμή $t_2=10\text{s}$.
 - γ) Το έργο της δύναμης F από $0-t_2$. Ο υπολογισμός να γίνει:
 - γ₁) με χρήση του θεωρήματος μεταβολής της κινητικής ενέργειας.
 - γ₂) Χωρίς τη χρήση του παραπάνω θεωρήματος.

37) Το σώμα τραβά την ανηφόρα

Ένα σώμα μάζας m ηρεμεί στο σημείο Α ενός λείου οριζοντίου επιπέδου. Σε μια στιγμή δέχεται την επίδραση μιας σταθερής οριζόντιας δύναμης μέτρου $F=10\text{N}$ με αποτέλεσμα μετά από μετατόπιση $x_1=1,6\text{m}$ να φτάνει στη βάση Ο ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου, έχοντας ταχύτητα μέτρου $v_0=4\text{m/s}$.

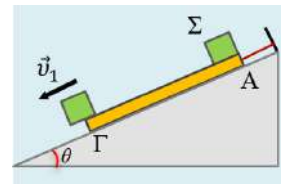


- i) Να βρεθεί η μάζα του σώματος.
- ii) Έχουμε διαμορφώσει την διαδρομή στην κορυφή Ο, με τέτοιο τρόπο, ώστε το σώμα να περάσει ομαλά στο κεκλιμένο επίπεδο, χωρίς καμιά δυσκολία, οπότε συνεχίζει την κίνησή του σε αυτό με την επίδραση της ίδιας δύναμης F . Το κεκλιμένο επίπεδο σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία θ , όπου $\eta\mu\theta=0,6$ και $\sigma\upsilon\upsilon\theta=0,8$.
 - α) Η κίνηση στο κεκλιμένο επίπεδο είναι επιταχυνόμενη ή επιβραδυνόμενη;
 - β) Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος, τη στιγμή που περνά από το σημείο Γ, όπου $(ΟΓ)=3\text{m}$.
 - γ) Να υπολογιστεί η μηχανική ενέργεια του σώματος στη θέση Γ, θεωρώντας μηδενική την αρχική του ενέργεια στη θέση Α.
 - δ) Πόση ενέργεια έχει μεταφερθεί στο σώμα, μέσω του έργου της δύναμης F , στη διαδρομή από την θέση Α, μέχρι τη θέση Γ;
- iii) Να υπολογισθεί η μέγιστη δυναμική ενέργεια που αποκτά το σώμα, στη συνέχεια της κίνησής του.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

38) Η κίνηση πάνω σε μια σανίδα

Μια σανίδα μήκους $l=4\text{m}$ και μάζας $M=4\text{kg}$ ηρεμεί σε ένα λείο κεκλιμένο επίπεδο, κλίσεως $\theta=30^\circ$, δεμένη στο άκρο νήματος, παράλληλου προς το επίπεδο. Τοποθετούμε στο πάνω άκρο της Α ένα μικρό σώμα Σ , μάζας $m=1\text{kg}$, το οποίο ολισθαίνει πάνω στη σανίδα και μετά από λίγο φτάνει στο άλλο της άκρο Γ , με ταχύτητα $v_1=4\text{m/s}$.

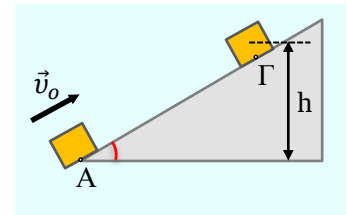


- Να βρεθεί το μέτρο της τριβής ολίσθησης που ασκείται στο σώμα Σ , κατά την κίνησή του, πάνω στη σανίδα.
- Να υπολογιστεί η τάση του νήματος που συγκρατεί τη σανίδα, κατά τη διάρκεια της κίνησης του σώματος Σ .
- Αν λίγο πριν φτάσει το σώμα Σ στο άκρο της σανίδας, κόψουμε το νήμα, ποια επιτάχυνση θα αποκτήσει η σανίδα, αμέσως μετά;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$, $\eta\mu\theta = \frac{1}{2}$ και $\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

39) Η άνοδος και η κάθοδος σε ένα κεκλιμένο επίπεδο

Ένα σώμα Σ μάζας $0,2\text{kg}$ και αμελητέων διαστάσεων, εκτοξεύεται από την βάση ενός κεκλιμένου επιπέδου, θέση Α, με αρχική ταχύτητα $v_0=3\text{m/s}$, οπότε ανέρχεται κατά μήκος του επιπέδου και σταματά στην θέση Γ, η οποία απέχει κατακόρυφη απόσταση $h=0,4\text{m}$ από το οριζόντιο επίπεδο που περνά από το Α.

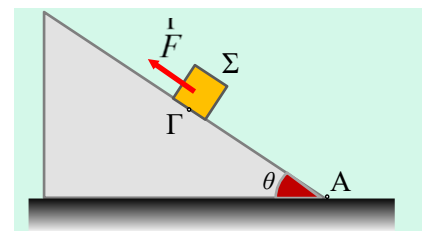


- Να υπολογιστεί η αρχική κινητική ενέργεια του σώματος Σ .
- Να υπολογιστεί το έργο του βάρους κατά την μετακίνηση του σώματος Σ από το Α στο Γ.
- Να εξετάσετε αν το κεκλιμένο επίπεδο είναι ή όχι λείο. Στην περίπτωση που ασκείται δύναμη τριβής στο σώμα, να υπολογιστεί το έργο της για την παραπάνω κίνηση.
- Με ποια αρχική ταχύτητα πρέπει να εκτοξεύσουμε το σώμα Σ από την θέση Γ, με φορά προς τα κάτω, για να επιστρέψει στην θέση Α με ταχύτητα μέτρου $v_2=v_0$;

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$.

40) Δυναμική-Μηχανική ενέργεια και έργα

Στο σχήμα βλέπετε ένα σώμα Σ , μάζας $m=0,2\text{kg}$ και αμελητέων διαστάσεων, να ηρεμεί στο σημείο Γ ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου, με την επίδραση δύναμης μέτρου F , παράλληλης προς το επίπεδο, απέχοντας απόσταση $(ΑΓ)=5\text{m}$, από την βάση του επιπέδου. Δίνεται για την γωνία θ , που σχηματίζει το κεκλιμένο επίπεδο με την οριζόντια διεύθυνση, $\eta\mu\theta=0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\theta=0,8$, ενώ $g=10\text{m/s}^2$. Θεωρούμε ότι η δυναμική ενέργεια του σώματος όταν βρίσκεται στο οριζόντιο επίπεδο που περνά από το Α είναι μηδενική.

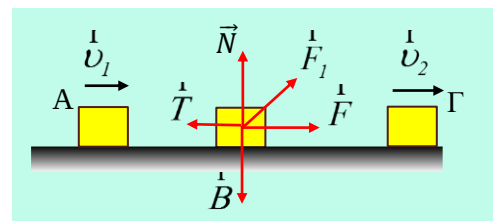


- Να υπολογιστεί το μέτρο της δύναμης F .

- ii) Να βρεθεί η μηχανική ενέργεια του σώματος στην θέση Γ.
- iii) Κάποια στιγμή μεταβάλλουμε το μέτρο της δύναμης F , με αποτέλεσμα το σώμα να αρχίσει να ανέρχεται κατά μήκος του επιπέδου με μεταβλητή επιτάχυνση, οπότε μετά από λίγο περνά από το σημείο Δ, όπου $(\Gamma\Delta)=4\text{m}$, έχοντας ταχύτητα $v_1=2\text{m/s}$.
 - α) Να υπολογιστεί η μηχανική ενέργεια του σώματος στη θέση Δ.
 - β) Πόση ενέργεια μεταφέρθηκε στο σώμα Σ, μέσω του έργου της δύναμης F , κατά την παραπάνω μετακίνηση;
 - γ) Να συγκριθούν:
 - γ₁) Το έργο του βάρους κατά την μετακίνηση του σώματος από το Γ στο Δ, με την μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του σώματος.
 - γ₂) Το έργο της δύναμης F με την μεταβολή της μηχανικής ενέργειας του σώματος, κατά την παραπάνω μετακίνηση.

41) Υπολογισμός έργων

Ένα σώμα μάζας $0,4\text{kg}$ κινείται σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει τριβή ολίσθησης $T=1,5\text{N}$ με την επίδραση των δυνάμεων, που έχουν σημειωθεί στο διπλανό σχήμα, όπου η δύναμη $\vec{F}$ είναι σταθερή μέτρου $F=2\text{N}$, ενώ η $\vec{F}_1$ μεταβλητή. Το

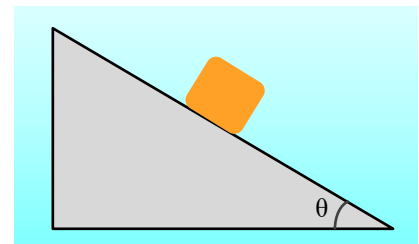


σώμα περνά από την θέση Α με ταχύτητα μέτρου $v_1=2\text{m/s}$, κινούμενο προς τα δεξιά (στο σχήμα) και φτάνει στη θέση Γ, όπου $(\text{ΑΓ})=2\text{m}$ με ταχύτητα μέτρου $v_2=4\text{m/s}$.

- i) Να υπολογιστεί η κινητική ενέργεια του σώματος στις θέσεις Α και Γ.
- ii) Ποιες δυνάμεις, από αυτές του σχήματος, δεν παράγουν έργο και γιατί;
- iii) Να υπολογιστεί η ενέργεια που μεταφέρεται στο σώμα, μέσω της δύναμης $\vec{F}$, καθώς και η ενέργεια που αφαιρείται από το σώμα, μέσω έργου δύναμης.
- iv) Να υπολογισθεί το έργο της μεταβλητής δύναμης $\vec{F}_1$.

42) Ένα σώμα σε κεκλιμένο επίπεδο

Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί σε κεκλιμένο επίπεδο, με γωνία κλίσης θ , όπου $\eta\mu\theta=0,6$ και $\sigma\upsilon\eta\theta=0,8$.



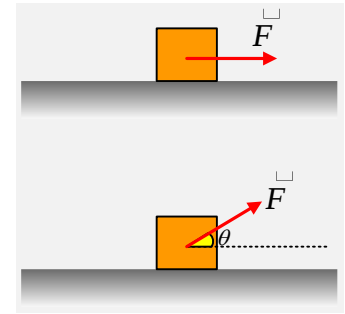
- i) Να σχεδιαστούν οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα. Αφού αναλύσετε το βάρος σε 2 συνιστώσες, μια παράλληλη στο επίπεδο και μια κάθετη σε αυτό, να υπολογίσετε τα μέτρα όλων των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα
- ii) Ποιος ο ελάχιστος συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου για την παραπάνω ισορροπία.

- iii) Ποια η ελάχιστη δύναμη F , παράλληλη στο επίπεδο η οποία πρέπει να ασκηθεί στο σώμα για να κινηθεί, αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου είναι $\mu=0,8$.
- iv) Αν η παραπάνω δύναμη ασκηθεί στο σώμα, αλλά με διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο και φορά προς τα πάνω, να εξετάσετε αν το σώμα θα ολισθήσει ή όχι.

Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$, ενώ η οριακή τριβή είναι πρακτικά ίση με την τριβή ολίσθησης.

43) Με οριζόντια ή πλάγια δύναμη;

Ένα σώμα ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο, όταν δέχεται την επίδραση οριζόντιας δύναμης με μέτρο $F=mg$, όπου m η μάζα του σώματος, όπως στο πρώτο σχήμα. Τότε το σώμα κινείται προς τα δεξιά, ενώ πάνω του ασκείται τριβή ολίσθησης μέτρου T_1 . Αν η ίδια δύναμη (του ίδιου μέτρου) ασκηθεί στο σώμα σχηματίζοντας με την οριζόντια διεύθυνση γωνία θ ($\eta\mu\theta=0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\theta=0,8$), όπως στο 2^ο σχήμα, τότε θα δεχτεί δύναμη τριβής μέτρου T_2 .



- i) Για τα μέτρα των δύο παραπάνω τριβών, ισχύει:

$$\alpha) T_1 < T_2, \quad \beta) T_1 = T_2, \quad \gamma) T_1 > T_2.$$

- ii) Αν ο συντελεστής τριβής μεταξύ σώματος και επιπέδου είναι $\mu=0,5$ και a_1 η επιτάχυνση που αποκτά το σώμα στην πρώτη περίπτωση, ενώ a_2 η αντίστοιχη επιτάχυνση στην δεύτερη περίπτωση, θα ισχύει:

$$\alpha) a_1 < a_2, \quad \beta) a_1 = a_2, \quad \gamma) a_1 > a_2.$$

- iii) Αν σε χρονικό διάστημα t , το σώμα με την επίδραση της οριζόντιας δύναμης μετατοπίζεται κατά x_1 , ενώ στον ίδιο χρόνο με την επίδραση της πλάγιας δύναμης μετατοπίζεται κατά x_2 , ισχύει:

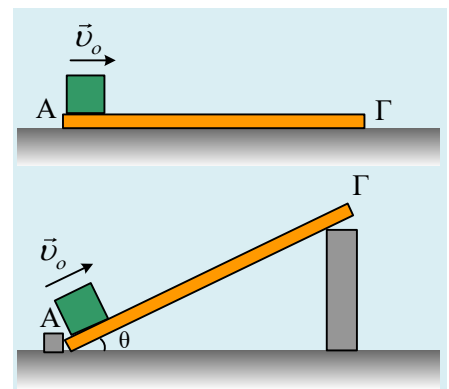
$$\alpha) x_2 < 1,1x_1, \quad \beta) x_2 = 1,1x_1, \quad \gamma) x_2 > 1,1x_1,$$

44) Η τριβή από οριζόντια και πλάγια σανίδα

Ένα σώμα Σ , μάζας $m=1\text{kg}$ εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα $v_0=4\text{m/s}$, πάνω σε μια οριζόντια σανίδα, καρφωμένη στο έδαφος, από σημείο κοντά στο άκρο της Α. Το σώμα σταματά λόγω τριβών αφού διανύσει διάστημα $1,2\text{m}$, πάνω στη σανίδα.

- i) Να αποδείξετε ότι μεταξύ του σώματος Σ και της σανίδας αναπτύχθηκε τριβή με συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=2/3$.

- ii) Ανασηκώνουμε το άκρο Γ της σανίδας και με την βοήθεια στηρίγματος την σταθεροποιούμε όπως στο κάτω σχήμα, ώστε να σχηματίζει με το οριζόντιο επίπεδο γωνία θ , όπου $\eta\mu\theta=0,4$ και $\sigma\upsilon\nu\theta=0,9$. Εκτοξεύουμε από το άκρο Α, το ίδιο σώμα με αρχική ταχύτητα $v_0=4\text{m/s}$, παράλληλη προς την σανίδα και φορά προς τα πάνω.



- α) Να υπολογίσετε το μέτρο της τριβής ολίσθησης που ασκείται στο σώμα.

- β) Να βρεθεί η επιτάχυνση του σώματος.

- γ) Πόση απόσταση διανύει το σώμα, κατά την προς τα πάνω κίνησή του;

δ) Να εξετάσετε αν το σώμα επιστρέψει στο άκρο Α της σανίδας.

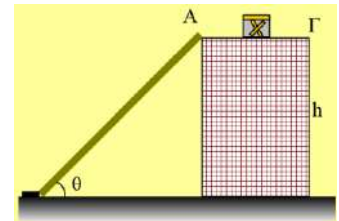
Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$, ενώ η οριακή τριβή θεωρείται ίση με την τριβή ολίσθησης.

45) Κατεβάζοντας ένα κιβώτιο με μπάζα

Στην ταράτσα ενός σπιτιού με ύψος $h=3,2\text{m}$ έχουμε ένα κιβώτιο μάζας 10kg . Μπορούμε να το αφήσουμε να πέσει ελεύθερα, από την πλευρά Γ του οικήματος και να φτάσει στο έδαφος.

i) Με ποια ταχύτητα το κιβώτιο φτάνει στο έδαφος;

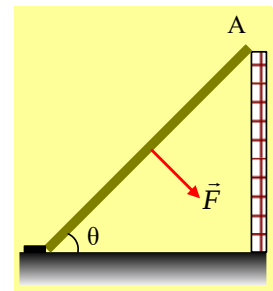
Εναλλακτικά, μπορούμε να δημιουργήσουμε ένα κεκλιμένο επίπεδο, με την χρήση μιας λείας σανίδας, η οποία σχηματίζει γωνία θ με το έδαφος, από την αριστερή πλευρά, όπως στο σχήμα.



ii) Ένας μαθητής υποστηρίζει ότι αν το κιβώτιο αφηθεί να κινηθεί κατά μήκος της σανίδας θα φτάσει με μικρότερη ταχύτητα στο έδαφος, αφού θα κινηθεί με μικρότερη επιτάχυνση. Να εξετάσετε αν είναι σωστή η θέση αυτή.

iii) Αν μέσα στο κιβώτιο τοποθετήσουμε μπάζα, με αποτέλεσμα να βαρύνει, μήπως φτάσει πιο σύντομα στο έδαφος, αν κινηθεί κατά μήκος της σανίδας;

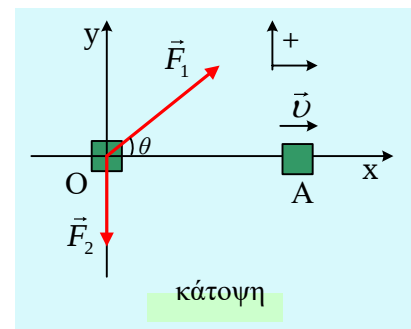
iv) Η σανίδα αντέχει αν δεχτεί κάθετη δύναμη στο μέσον της, με μέτρο μέχρι $F=300\text{N}$ (με άσκηση μεγαλύτερη δύναμης η σανίδα σπάει). Πόση είναι η μέγιστη μάζα των μπάζων που μπορούμε να τοποθετήσουμε στο κιβώτιο, ώστε όταν κινηθεί κατά μήκος της σανίδας, να μην υπάρχει κίνδυνος αυτή να σπάσει;



Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$, ενώ για την γωνία θ που σχηματίζει η σανίδα με το έδαφος $\eta\mu\theta=0,6$ και $\sigma\upsilon\eta\theta=0,8$.

46) Δύο δυνάμεις επιταχύνουν ένα σώμα

Ένα σώμα μάζας 8kg ηρεμεί σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο, στη θέση Ο, την οποία παίρνουμε σαν αρχή ενός ορθογωνίου συστήματος αξόνων x,y . Σε μια στιγμή στο σώμα ασκούνται δύο σταθερές οριζόντιες δυνάμεις, όπως στο σχήμα, όπου η δύναμη F_1 σχηματίζει με τον άξονα x γωνία θ , ενώ η F_2 έχει την διεύθυνση του άξονα y . Μετά από λίγο το σώμα περνά από τη θέση Α του άξονα x , έχοντας μετατοπισθεί κατά 4m , με ταχύτητα μέτρου 2m/s .



i) Να σχεδιάσετε την συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα, δικαιολογώντας την κατεύθυνσή της και να εξηγήσετε γιατί η κίνηση του σώματος είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.

ii) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του σώματος.

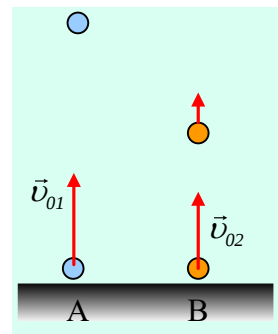
iii) Αφού υπολογιστεί η δύναμη που επιταχύνει το σώμα, να βρείτε το μέτρο της δύναμης F_1 .

iv) Ποιο το μέτρο της δύναμης F_2 ;

Δίνονται για την γωνία θ , $\eta\mu\theta=0,6$ και $\sigma\upsilon\eta\theta=0,8$.

47) Δύο κατακόρυφες βολές

Από ένα σημείο Α στο έδαφος, εκτοξεύεται κατακόρυφα τη χρονική στιγμή $t_0=0$ ένα βλήμα με αρχική ταχύτητα $v_{01}=40\text{m/s}$. Τη στιγμή $t'=2\text{s}$, από ένα άλλο σημείο Β του εδάφους, όπου η απόσταση $(AB)=20\text{m}$ εκτοξεύεται ένα δεύτερο βλήμα με κατακόρυφη ταχύτητα $v_{02}=35\text{m/s}$.

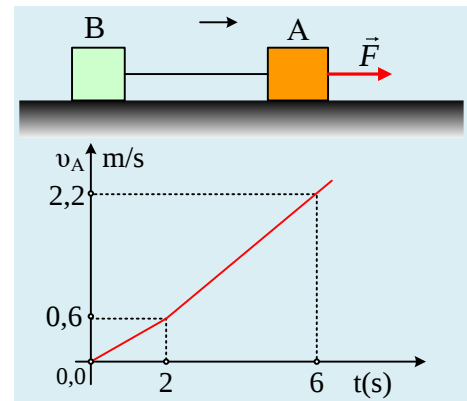


- Ποια χρονική στιγμή t_1 το πρώτο βλήμα φτάνει στο μέγιστο ύψος; Να υπολογιστεί το ύψος αυτό.
- Ποια η ταχύτητα και ποια η θέση του δεύτερου βλήματος τη στιγμή t_1 ;
- Ποιο βλήμα θα επιστρέψει πρώτο στο έδαφος;
- Να βρεθούν οι ταχύτητες των δύο βλημάτων και η απόσταση μεταξύ τους τη χρονική στιγμή $t_2=6\text{s}$.

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα, ενώ $g=10\text{m/s}^2$.

48) Από την ταχύτητα, στη μάζα του σώματος

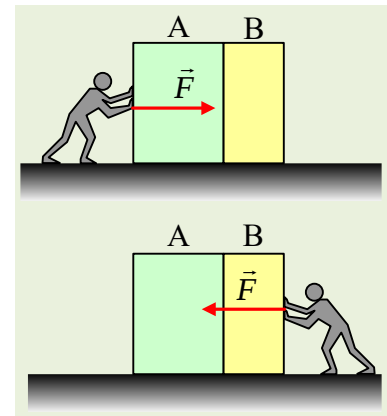
Δυο σώματα Α και Β ηρεμούν σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ενώ συνδέονται με ένα αβαρές και μη εκτατό νήμα. Σε μια στιγμή $t_0=0$ ασκούμε στο σώμα Α μια σταθερή οριζόντια δύναμη F , η οποία έχει την διεύθυνση του νήματος, οπότε το σύστημα αρχίζει να κινείται προς τα δεξιά, όπως στο σχήμα. Τη χρονική στιγμή $t_1=2\text{s}$, το νήμα που συνδέει τα δυο σώματα κόβεται, ενώ η δύναμη F , συνεχίζει να επιταχύνει μόνο το Α σώμα, το οποίο έχει μάζα $M=3\text{kg}$. Στο διάγραμμα βλέπουμε πώς μεταβάλλεται η ταχύτητα του σώματος Α σε συνάρτηση με το χρόνο.



- Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του Α σώματος από 0-2s και από 2s-4s.
- Να βρεθεί το μέτρο της ασκούμενης δύναμης F .
- Πόση είναι η μάζα m του Β σώματος;
- Να γίνει η γραφική παράσταση $v_B=f(t)$, της ταχύτητας του Β σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα 0-6s.

49) Σπρώχνοντας δύο κιβώτια

Ένα παιδί σπρώχνει σε οριζόντιο επίπεδο δύο μεγάλα κιβώτια Α και Β, τα οποία βρίσκονται σε επαφή, ασκώντας σταθερή οριζόντια δύναμη F , πρώτα στο κιβώτιο Α, όπως στο πάνω σχήμα, οπότε το Α αποκτά επιτάχυνση μέτρου a_1 . Αν την ίδια οριζόντια δύναμη την ασκήσει στο Β κιβώτιο, όπως στο κάτω σχήμα, τότε αυτό αποκτά επιτάχυνση μέτρου a_2 . Δίνεται ότι το Α κιβώτιο έχει μεγαλύτερη μάζα από το Β, ενώ τα κιβώτια δεν παρουσιάζουν τριβές με το οριζόντιο επίπεδο.



i) Για τα **μέτρα** των δύο παραπάνω επιταχύνσεων ισχύει:

$$\alpha) a_1 < a_2, \quad \beta) a_1 = a_2, \quad \gamma) a_1 > a_2.$$

ii) Αν F_1 η δύναμη που ασκεί το κιβώτιο Α στο Β στην πάνω εικόνα και F_2 η αντίστοιχη δύναμη στην κάτω, τότε:

α) Να σχεδιάσετε στο σχήμα τις δυνάμεις F_1 και F_2 .

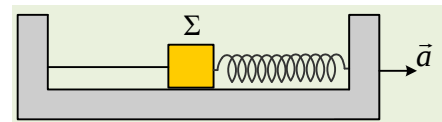
β) Για τα μέτρα των παραπάνω δυνάμεων θα ισχύει:

$$\beta_1) F_1 < F_2, \quad \beta_2) F_1 = F_2, \quad \beta_3) F_1 > F_2.$$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

50) Στην καρότσα ενός φορτηγού.

Ένα σώμα Σ μάζας 5kg μεταφέρεται στην λεία καρότσα ενός φορτηγού το οποίο κινείται σε ευθύγραμμο οριζόντιο δρόμο με σταθερή επιτάχυνση $a=0,8\text{m/s}^2$. Το σώμα είναι δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k=40\text{N/m}$, το οποίο έχει επιμηκυνθεί κατά $\Delta l=0,15\text{m}$ και στο άκρο οριζόντιου νήματος, όπως στο σχήμα.

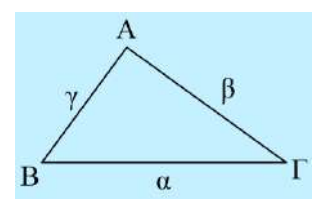


- Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που το ελατήριο ασκεί στο σώμα Σ, καθώς την τάση του νήματος.
- Ποια τα μέτρα των δύο παραπάνω δυνάμεων, αν το φορτηγό σταματήσει να επιταχύνεται, κινούμενο με σταθερή ταχύτητα;
- Αν το φορτηγό αυξήσει σιγά – σιγά την επιτάχυνσή του, να υπολογισθεί η μέγιστη δυνατή επιτάχυνση που μπορεί να αποκτήσει, χωρίς να μεταβληθεί το μήκος του ελατηρίου.
- Τι πρόκειται να συμβεί αν το φορτηγό αυξήσει την επιτάχυνσή του στην τιμή $a_1=2\text{m/s}^2$;

51) Ο μέγιστος και ο ελάχιστος χρόνος για μια διαδρομή**Τριγωνική ανισότητα.**

«Σε κάθε ένα τρίγωνο, το μήκος κάθε πλευράς είναι μικρότερο από το άθροισμα των μηκών των άλλων δύο πλευρών, καθώς και μεγαλύτερο από τη διαφορά τους».

Έτσι αν πάρουμε το διπλανό τρίγωνο, θα ισχύει π.χ. για την πλευρά α:



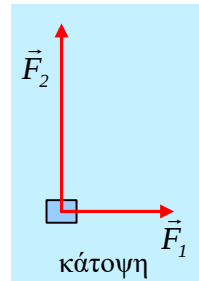
$$\beta - \gamma < \alpha < \beta + \gamma$$

Όμοια και για τις άλλες πλευρές του τριγώνου.

Εφαρμογή.

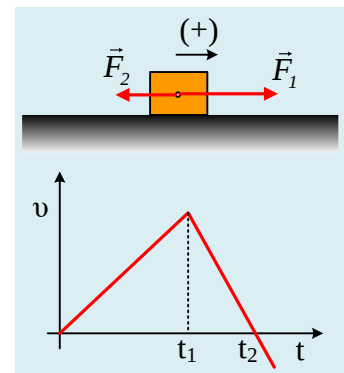
Σε ένα σώμα μάζας $m=4\text{kg}$, το οποίο ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ασκούνται δύο οριζόντιες δυνάμεις με μέτρα $F_1=6\text{N}$ και $F_2=10\text{N}$, οι οποίες το μετακινούν κατά $\Delta x=8\text{m}$.

- Ποιος ο ελάχιστος χρόνος για την παραπάνω μετατόπιση;
- Ποιος ο μέγιστος χρόνος που μπορεί να απαιτηθεί για την μετατόπιση αυτή;
- Αν οι δυο δυνάμεις είναι κάθετες μεταξύ τους, όπως στο σχήμα (σε κάτοψη), σε πόσο χρονικό διάστημα το σώμα θα διανύσει την απόσταση των 8m ;



52) Όταν παύει να ασκείται η μία δύναμη

Ένα σώμα ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, όταν κάποια στιγμή δέχεται δύο οριζόντιες δυνάμεις με αντίθετες κατευθύνσεις, όπως στο σχήμα. Στο διάγραμμα δίνεται το πώς μεταβάλλεται η ταχύτητα του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, όταν τη στιγμή t_1 παύει να ασκείται η μια από τις παραπάνω δυνάμεις. Δίνεται ότι η κατεύθυνση προς δεξιά θεωρείται θετική και ότι η δύναμη $\vec{F}_1$ έχει σταθερό μέτρο.



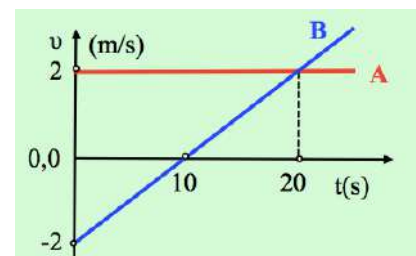
- Η δύναμη $\vec{F}_2$ έχει σταθερό μέτρο ή είναι μεταβλητή;
- Ποια δύναμη έπαψε να ασκείται στο σώμα τη στιγμή t_1 ;
- Αν $t_2=1,5t_1$, τότε για τα μέτρα των δύο δυνάμεων ισχύει:

$$\alpha) |\vec{F}_1| = 1,5|\vec{F}_2|, \quad \beta) |\vec{F}_1| = 2|\vec{F}_2|, \quad \gamma) |\vec{F}_1| = 2,5|\vec{F}_2|.$$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

53) Δυο παιδιά περπατούν

Δυο παιδιά, ο Άγγελος (Α) και ο Βαλέριος (Β), κινούνται σε έναν ευθύγραμμο δρόμο και σε μια στιγμή $t_0=0$ περνούν από ένα σημείο Ο, το οποίο λαμβάνουμε ως αρχή ενός προσανατολισμένου άξονα x ($x_0=0$), με θετική φορά προς τα δεξιά. Στο διπλανό διάγραμμα βλέπουμε πώς μεταβάλλεται η ταχύτητα καθενός παιδιού, σε συνάρτηση με το χρόνο.



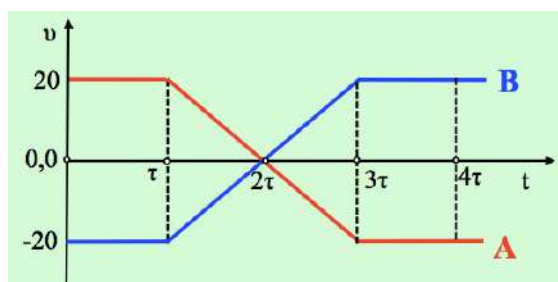
- Να βρεθούν οι θέσεις των δύο παιδιών και η απόσταση μεταξύ τους τη χρονική στιγμή $t_1=10\text{s}$.
- Ποια χρονική στιγμή t_2 η ταχύτητα του Βαλέριου είναι ίση με $v_2=+0,4\text{m/s}$; Ποια η απόσταση μεταξύ των δύο παιδιών τη στιγμή αυτή;
- Αφού βρείτε (και δικαιολογήσετε) ποια χρονική στιγμή τα δυο παιδιά απέχουν την μεγαλύτερη απόσταση

μεταξύ τους, να υπολογιστεί η μέγιστη αυτή απόσταση, για το χρονικό διάστημα που προηγείται ο Άγγελος.

- iv) Να βρείτε μια συνάρτηση $d=f(t)$ που δίνει την απόσταση των δύο παιδιών σε συνάρτηση με το χρόνο και να κάνετε τη γραφική της παράσταση, στο χρονικό διάστημα από 0-25s.

54) Δύο ευθύγραμμες κινήσεις

Σε ευθύγραμμο δρόμο κινούνται δύο αυτοκίνητα Α και Β και σε μια στιγμή περνάνε από το ίδιο σημείο Ο (έστω τη χρονική στιγμή $t_0=0$, ενώ και $x_0=0$ με θετική φορά του άξονα προς τα δεξιά). Στο σχήμα βλέπουμε πώς μεταβάλλονται οι ταχύτητες των δύο αυτοκινήτων σε συνάρτηση με το χρόνο.

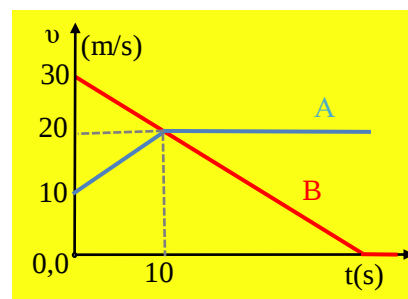


Αντλώντας πληροφορίες από το διάγραμμα, να χαρακτηρίσετε ως σωστές ή λανθασμένες τις παρακάτω προτάσεις, δίνοντας σύντομες επεξηγήσεις, όπου απαιτούνται.

- Τα δύο αυτοκίνητα διασταυρώνονται στην θέση Ο τη στιγμή $t=0$.
- Το Α αυτοκίνητο απέχει την μεγαλύτερη απόστασή του από το Ο τη χρονική στιγμή 2τ .
- Το αυτοκίνητο Β κινείται προς τα αριστερά για χρονικό διάστημα $\Delta t=2\tau$.
- Τα δύο αυτοκίνητα επιταχύνονται κατά ίσα χρονικά διαστήματα, έχοντας επιταχύνσεις με ίσα μέτρα.
- Το Α αυτοκίνητο δεν ξαναπερνά από τη θέση Ο ($x=0$).
- Τα δυο αυτοκίνητα διασταυρώνονται ξανά τη χρονική στιγμή $t=4\tau$.

55) Δύο κινήσεις αυτοκινήτων

Κατά μήκος ενός ευθύγραμμου δρόμου κινούνται δυο αυτοκίνητα Α και Β, προς την ίδια κατεύθυνση. Παίρνοντας ως $t_0=0$ τη στιγμή που τα δυο οχήματα παίρνουν από ένα σημείο Ο, το οποίο λαμβάνουμε ως αρχή ενός προσανατολισμένου άξονα $x'x$, χαράσσουμε το διπλανό διάγραμμα για τις ταχύτητες των δύο αυτοκινήτων.

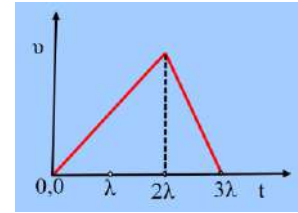


- Να βρείτε τις επιταχύνσεις των αυτοκινήτων, για όσο χρονικό διάστημα το καθένα επιταχύνεται.
- Πόσο απέχουν μεταξύ τους τα δύο οχήματα τη στιγμή $t_1=10s$;
- Να βρεθούν οι θέσεις των δύο αυτοκινήτων, τη στιγμή που σταματά το Β να κινείται. Ποια η νέα απόσταση μεταξύ τους;

56) Από ένα διάγραμμα ταχύτητας

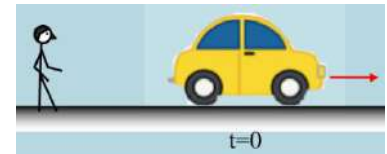
Για ένα αυτοκίνητο, το οποίο κινείται ευθύγραμμα, μας δίνουν το διάγραμμα της ταχύτητάς του σε συνάρτηση με το χρόνο. Να χαρακτηρίσετε ως σωστές ή λανθασμένες τις παρακάτω προτάσεις, δίνοντας και σύντομες επεξηγήσεις.

- Το αυτοκίνητο έχει κατά μέτρο μεγαλύτερη επιτάχυνση στο χρονικό διάστημα 2λ - 3λ , παρά στο διάστημα 0 - 2λ .
- Τη στιγμή 3λ το αυτοκίνητο επιστρέφει στην αρχική του θέση.
- Το αυτοκίνητο διανύει διπλάσια απόσταση επιταχυνόμενο, σε σχέση με τη αντίστοιχη απόσταση που διανύει κατά την επιβράδυνσή του.



57) Μια ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση

Ένα αυτοκίνητο κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο προς τα δεξιά και σε μια στιγμή $t_0=0$, απέχει 100m , από έναν μαθητή που στέκεται στην άκρη του δρόμου. Η ταχύτητά του τη στιγμή αυτή έχει μέτρο 15m/s , ενώ το αυτοκίνητο κινείται με σταθερή επιτάχυνση, επίσης προς τα δεξιά, μέτρου $a=1\text{m/s}^2$.

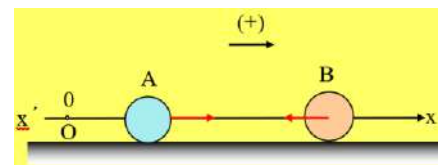


Ζητούνται:

- Να βρεθεί η ταχύτητα και η θέση του αυτοκινήτου τη χρονική στιγμή $t_1=4\text{s}$.
- Πόσο απέχει το αυτοκίνητο από το μαθητή, τη στιγμή που έχει αποκτήσει ταχύτητα $v_2=20\text{m/s}$;
- Ποια χρονική στιγμή t_3 το αυτοκίνητο απέχει 300m από τον μαθητή και τι ταχύτητα έχει τη στιγμή αυτή;

58) Οι θέσεις και οι χρονικές στιγμές

Δυο μπάλες κινούνται πάνω σε οριζόντιο δρόμο, κατά μήκος ενός προσανατολισμένου άξονα x , με αρχή ($x=0$) το σημείο O και θετική την φορά προς τα δεξιά, όπως στο διπλανό σχήμα.

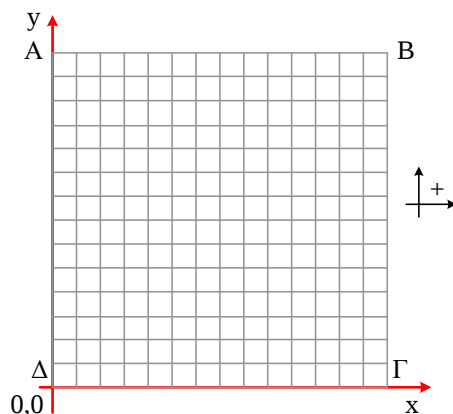


- Αν η σφαίρα A τη στιγμή $t_1=2\text{s}$ περνά από την αρχή του άξονα ($x=0$), κινούμενη προς τα δεξιά με σταθερή ταχύτητα μέτρου $0,8\text{m/s}$:
 - Να γράψετε τις εξισώσεις σε συνάρτηση με το χρόνο, της μετατόπισης ($\Delta x=f(t)$) (από τη στιγμή t_1 , μέχρι τη στιγμή t) και της θέσης ($x=f(t)$) της σφαίρας A .
 - Ποια χρονική στιγμή t_2 η μπάλα περνά από την θέση $x_1=4\text{m}$;
- Αν η B σφαίρα τη στιγμή $t_0=0$ περνά από την θέση $x_{0B}=10\text{m}$, κινούμενη προς τα αριστερά με σταθερή ταχύτητα μέτρου $0,6\text{m/s}$:
 - Να γράψετε τις εξισώσεις σε συνάρτηση με το χρόνο, της μετατόπισης ($\Delta x=f(t)$) (από τη στιγμή t_0 , μέχρι τη στιγμή t) και της θέσης ($x=f(t)$) της σφαίρας B .
 - Σε ποια θέση βρίσκεται η B μπάλα τη χρονική στιγμή t_2 ;
 - Ποια η απόσταση μεταξύ των δύο σφαιρών τη στιγμή t_2 ;

59) Συντεταγμένες και μετατοπίσεις

Σε μια τετράγωνη πλατεία $AB\Gamma\Delta$ με πλευρά $a=140\text{m}$, βρίσκεται ακίνητο ένα σκυλάκι, σε μια θέση K . Για να

προσδιορίσουμε την θέση του, παίρνουμε ένα ορθογώνιο σύστημα αξόνων x,y , με αρχή των αξόνων την κορυφή Δ , και με προσανατολισμό, όπως στο σχήμα:



Σε μια στιγμή το σκυλάκι περπατά μέχρι μια θέση Λ , σταματά για λίγο και στην συνέχεια κινείται ξανά, μέχρι να φτάσει στην θέση M . Να σημειωθούν πάνω στο παραπάνω σχήμα οι θέσεις K , Λ και M αν γνωρίζετε τις συντεταγμένες τους:

$$K(x,y)=(30m, 100m), \Lambda(x,y)=(90m, 100m) \text{ και } M(90m, 40m)$$

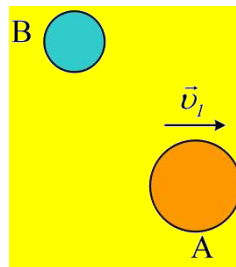
- Να σχεδιάσετε πάνω στο σχήμα, τα διανύσματα των μετατοπίσεων, από το K στο Λ , από το Λ στο M , καθώς και της συνολικής μετατόπισης. Ποιες οι τιμές των δύο παραπάνω μετατοπίσεων;
- Να συγκρίνετε το μέτρο της συνολικής μετατόπισης με το συνολικό διάστημα που περπάτησε το σκυλί.
- Ένας μαθητής X χρησιμοποίησε ένα άλλο σύστημα αξόνων για να περιγράψει τις παραπάνω κινήσεις του σκυλιού, με τον ίδιο προσανατολισμό. Αν γνωρίζετε ότι οι συντεταγμένες του σημείου K , στο σύστημα του μαθητή X , είναι $K(x', y') = (30m, -40m)$, μπορείτε να προσδιορίσετε σε ποιο σημείο τοποθέτησε ο μαθητής X την αρχή του δικού του συστήματος αξόνων; Ποιες θα είναι οι συντεταγμένες των σημείων Λ και M στο σύστημα αυτό;

Ασκήσεις 2023-24

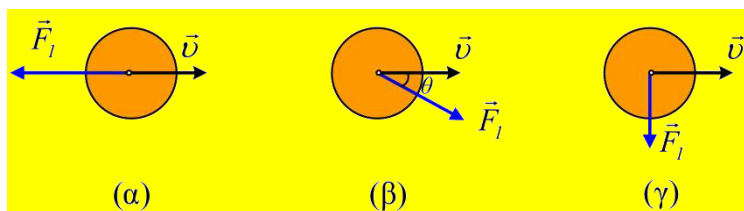
60) Μια σύγκρουση και οι κινητικές ενέργειες

Μια σφαίρα A μάζας 2kg κινείται με ταχύτητα $v_1=2\text{m/s}$ σε λείο οριζόντιο επίπεδο και σε μια στιγμή συγκρούεται με μια άλλη σφαίρα B. Μετά την κρούση η σφαίρα A έχει κινητική ενέργεια 5J.

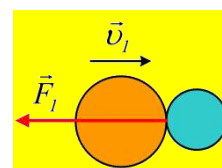
Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες, δίνοντας και σύντομες δικαιολογήσεις.



- i) Η κινητική ενέργεια της σφαίρας A αυξήθηκε.
- ii) Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας της σφαίρας A είναι ίση με 1J.
- iii) Στη διάρκεια της κρούσης στη σφαίρα A ασκήθηκε μια δύναμη F_1 , από την σφαίρα B. Το έργο της δύναμης αυτής είναι αρνητικό.
- iv) Η αντίδραση F_2 της παραπάνω δύναμης F_1 , ασκείται στην σφαίρα B. Το έργο της F_2 στη διάρκεια της σύγκρουσης μπορεί είναι ίσο με 1J.
- v) Η σφαίρα B πριν την κρούση ήταν ακίνητη.
- vi) Σε όλη τη διάρκεια της σύγκρουσης η δύναμη F_1 μπορεί να είναι αντίθετη της ταχύτητας της σφαίρας A, όπως στο σχήμα (α).



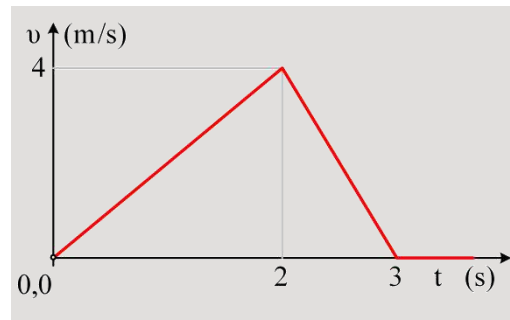
- vii) Στη διάρκεια της σύγκρουσης μπορεί η δύναμη F_1 να σχηματίζει με την ταχύτητα της σφαίρας A γωνία θ , όπως στο σχήμα (β), όπου η γωνία θ είναι οξεία.
- viii) Στη διάρκεια της σύγκρουσης μπορεί η δύναμη F_1 να είναι διαρκώς κάθετη στην ταχύτητα της σφαίρας A, όπως στο σχήμα (γ).
- ix) Μπορεί η δύναμη F_1 που θα ασκηθεί στη σφαίρα A να έχει αντίθετη κατεύθυνση, από την αρχική ταχύτητα, όπως στο σχήμα.



61) Μετά την επιτάχυνση το σώμα επιβραδύνεται

Ένα σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ ηρεμεί σε μη λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή $t=0$, δέχεται την επίδραση μιας

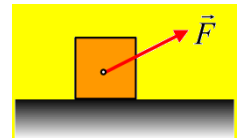
οριζόντιας δύναμης F , μέχρι την στιγμή $t'=2s$, όπου η δύναμη παύει να ασκείται στο σώμα. Στο διπλανό διάγραμμα δίνεται το πώς μεταβάλλεται η ταχύτητα του σώματος, σε συνάρτηση με το χρόνο.



- Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του σώματος στα χρονικά διαστήματα από 0-2s και από 2s-3s.
- Ποιες οι αντίστοιχες μετατοπίσεις, στα παραπάνω χρονικά διαστήματα;
- Ποια χρονική στιγμή t_1 το σώμα έχει κινητική ενέργεια $K_1=2,25J$, για πρώτη φορά και ποια χρονική στιγμή t_2 έχει ταχύτητα μέτρου $v_2=2,8m/s$ για δεύτερη φορά;
- Να υπολογιστεί η μέση ισχύς της τριβής, για όσο χρόνο το σώμα κινείται, καθώς και το έργο της δύναμης F .

62) Κίνηση με μια πλάγια δύναμη

Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, στην θέση Α. Σε μια στιγμή ασκείται πάνω του μια πλάγια δύναμη $\vec{F}$, όπως στο σχήμα, με αποτέλεσμα μετά από λίγο να φτάνει στην θέση Β, έχοντας ταχύτητα 8m/s.

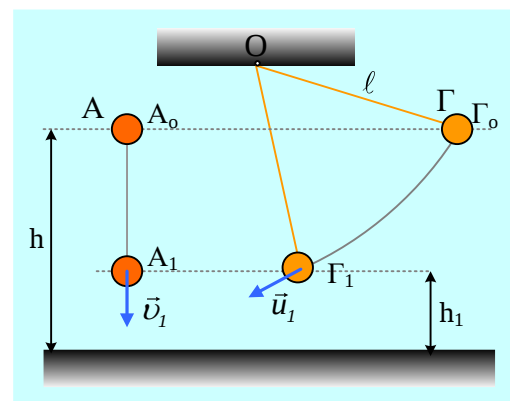


- Να υπολογιστούν τα έργα των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα από την θέση Α, μέχρι τη θέση Β.
 - Αν η δύναμη $\vec{F}$ έχει σταθερό μέτρο $F=5N$, ενώ η απόσταση μεταξύ των θέσεων Α και Β είναι $x=20m$, να υπολογιστούν η οριζόντια και η κατακόρυφη συνιστώσα της δύναμης F . Πόσο είναι το μέτρο της κάθετης αντίδρασης του επιπέδου, η οποία ασκείται στο σώμα;
 - Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, ενώ κρατάμε σταθερό το μέτρο της δύναμης F , αλλά μπορούμε να μεταβάλλουμε την κατεύθυνσή της. Ποια κατεύθυνση πρέπει να επιλέξουμε, αν θέλουμε το σώμα να μεταβαίνει από το Α στο Β, στον ελάχιστο δυνατό χρόνο; Να βρεθεί το ελάχιστο χρονικό διάστημα που μπορούμε πετύχουμε, όταν μετακινούμε το σώμα από το Α στο Β, με την επίδραση της δύναμης F .
 - Στην παραπάνω περίπτωση, με ποια κινητική ενέργεια το σώμα θα φτάσει στην θέση Β;
- Δίνεται $g=10m/s^2$.

63) Οι ταχύτητες σε δύο διαφορετικές διαδρομές

Δυο μικρές σφαίρες Α και Γ, συγκρατούνται στις θέσεις A_0 και Γ_0 αντίστοιχα, σε ύψος $h=1,25m$ από το έδαφος.

- Αφήνουμε την Α σφαίρα να πέσει ελεύθερα. Να βρεθεί η ταχύτητά της v_1 , στη θέση A_1 όπου απέχει κατά $h_1=0,45m$ από το έδαφος.
- Αφήνουμε την Γ σφαίρα να κινηθεί, ενώ αυτή είναι δεμένη στο άλλο άκρο του οποίου έχει δεθεί σε



σταθερό σημείο Ο. Η σφαίρα διαγράφει τμήμα κύκλου και φτάνει στη θέση Γ₁, η οποία βρίσκεται σε ύψος h_1 , έχοντας ταχύτητα μέτρου u_1 . Να υπολογισθεί το μέτρο της ταχύτητας αυτής.

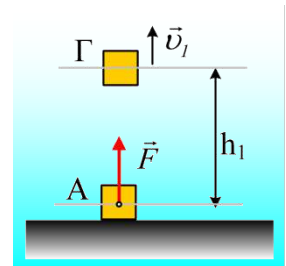
iii) Με ποια ταχύτητα η Α σφαίρα φτάνει στο έδαφος;

iv) Αν στη θέση Γ₁ το νήμα που συγκρατεί τη σφαίρα Γ κόβεται, να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας με την οποία η σφαίρα αυτή θα φτάσει στο έδαφος.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$, ενώ στην διάρκεια της κυκλικής κίνησης η ταχύτητα της σφαίρας, είναι εφαπτόμενη της τροχιάς που διαγράφει.

64) Η μηχανική ενέργεια και η διατήρησή της

Ένα σώμα μάζας $m=0,2\text{kg}$ ηρεμεί στο έδαφος, στο σημείο Α, όπου θεωρούμε μηδενική την δυναμική του ενέργεια. Σε μια στιγμή, ασκείται πάνω του μια μεταβλητή κατακόρυφη δύναμη F , με αποτέλεσμα να κινηθεί κατακόρυφα και μετά από λίγο να φτάνει σε μια θέση Γ, σε ύψος $h_1=4,2\text{m}$ από το έδαφος, με ταχύτητα $v_1=4\text{m/s}$.



Αν η αντίσταση του αέρα θεωρηθεί αμελητέα:

i) Να υπολογισθεί το έργο της δύναμης F , από την θέση Α, μέχρι τη θέση Γ.

ii) Να βρεθεί η μηχανική ενέργεια του σώματος στην θέση Γ.

Στην θέση Γ, η δύναμη F καταργείται και πλέον το σώμα κινείται με την επίδραση μόνο του βάρους.

iii) Ποιο το μέγιστο ύψος από το έδαφος, στο οποίο φτάνει το σώμα;

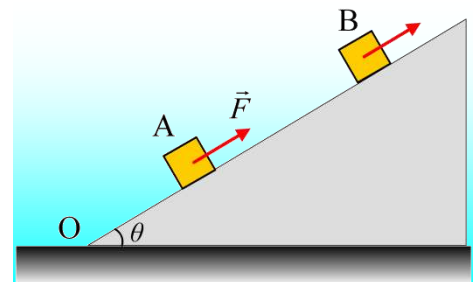
iv) Με ποια ταχύτητα το σώμα επιστρέφει στο έδαφος, στη θέση Α;

v) Αν η αντίσταση του αέρα δεν θεωρηθεί αμελητέα, και το σώμα φτάνει στο σημείο Γ με την ίδια ταχύτητα, όπως και πριν, σε ποιο ύψος από το έδαφος θα έφτανε, αν η αντίσταση του αέρα θεωρηθεί σταθερή με μέτρο $F_1=0,1mg$ (μια μέση τιμή) και κατεύθυνση αντίθετη της ταχύτητας του σώματος.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

65) Η μηχανική ενέργεια και η αύξησή της

Ένα σώμα μάζας 2kg ανεβαίνει κατά μήκος ενός κεκλιμένου επιπέδου, κλίσεως $\theta=30^\circ$, με την επίδραση μιας δύναμης F , παράλληλης με το επίπεδο. Σε μια στιγμή t_1 , το σώμα περνά από την θέση Α, με ταχύτητα $v_1=1\text{m/s}$, απέχοντας απόσταση $(OA)=5\text{m}$ από την βάση του κεκλιμένου επιπέδου.



Θεωρείστε την δυναμική ενέργεια του σώματος στο οριζόντιο επίπεδο μηδενική, $\eta\mu\theta=1/2$ και $\sigma\upsilon\nu\theta=\sqrt{3}/2$, ενώ $g=10\text{m/s}^2$.

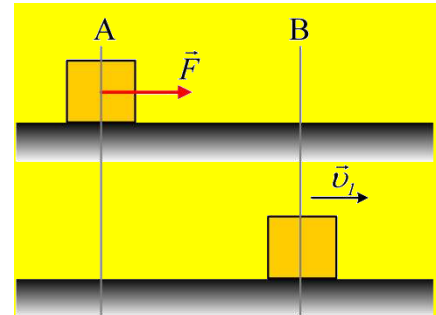
i) Να υπολογιστεί η μηχανική ενέργεια του σώματος στη θέση Α.

ii) Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης F , κατά την μετακίνηση του σώματος από την θέση Α στην θέση Β, όπου $(AB)=15\text{m}$, αν στη διάρκεια της κίνησης αυτής η δύναμη έχει σταθερό μέτρο $F=10,2\text{N}$

- iii) Να υπολογιστεί το έργο του βάρους κατά την παραπάνω κίνηση. Να βρεθεί η αύξηση της δυναμικής ενέργειας του σώματος, μεταξύ των θέσεων Α και Β και να συγκριθεί με το έργο του βάρους.
- iv) Πόση είναι η μηχανική ενέργεια του σώματος στη θέση Β; Να συγκριθεί η μεταβολή της μηχανικής ενέργειας μεταξύ των θέσεων Α και Β, με το έργο της ασκούμενης δύναμης F.

66) Έργα δυνάμεων και κινητική ενέργεια σώματος

Ένα σώμα μάζας 4kg ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο, στη θέση Α. Κάποια στιγμή ασκείται πάνω του μια σταθερή οριζόντια δύναμη, μέτρου $F=24\text{N}$, με αποτέλεσμα να κινηθεί και μετά από λίγο να περάσει από μια θέση Β, όπου $(AB)=8\text{m}$, με ταχύτητα μέτρου $v_1=4\text{m/s}$.

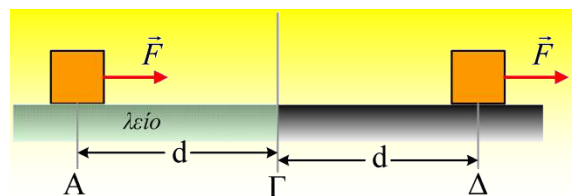


- i) Να υπολογιστεί η ενέργεια που μεταφέρεται στο σώμα, μέσω του έργου της ασκούμενης δύναμης F.
- ii) Τι ποσοστό της παραπάνω ενέργειας έχει παραμείνει στο σώμα με τη μορφή της κινητικής ενέργειας.
- iii) Αν το παραπάνω ποσοστό είναι μικρότερο από 100%, σημαίνει ότι στο σώμα ασκήθηκε και κάποια άλλη δύναμη, στη διάρκεια της κίνησης. Να υπολογιστεί το έργο της άγνωστης αυτής δύναμης. Μπορείτε να σχεδιάσετε στο σχήμα την άγνωστη αυτή δύναμη;
- iv) Αν η παραπάνω δύναμη είναι η τριβή ολίσθησης, να υπολογιστεί ο συντελεστής τριβής μεταξύ σώματος και επιπέδου.
- v) Αν στη θέση Β, παύει να ασκείται στο σώμα η δύναμη F, να υπολογιστεί η κινητική ενέργεια του σώματος μετά από νέα μετατόπισή του κατά $\Delta x_1=1\text{m}$.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

67) Η κίνηση σε δύο επίπεδα, το πρώτο λείο

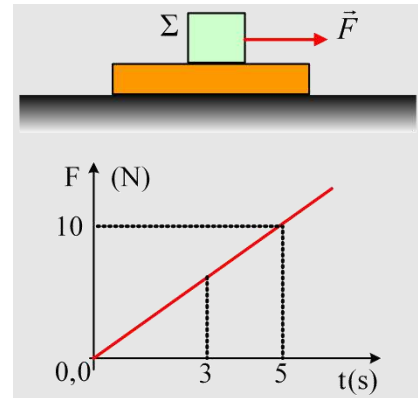
Ένα σώμα ηρεμεί στο σημείο Α, ενός λείου οριζοντίου επιπέδου. Σε μια στιγμή στο σώμα ασκείται μια σταθερή οριζόντια δύναμη F, με αποτέλεσμα μετά από λίγο να περνά από μια θέση Γ, έχοντας διανύσει απόσταση $d=4\text{m}$, με κινητική ενέργεια 12J. Μετά τη θέση Γ, το επίπεδο είναι τραχύ, με αποτέλεσμα αφού διανύσει απόσταση ξανά d, το σώμα να σταματά στη θέση Δ, λόγω τριβών.



- i) Να βρεθεί το μέτρο της δύναμης F.
- ii) Να υπολογισθεί η συνολική ενέργεια η οποία μεταφέρεται στο σώμα, μέσω της δύναμης F, κατά την κίνηση του σώματος.
- iii) Υποστηρίζεται η άποψη ότι το σώμα έχει την μέγιστη κινητική ενέργεια στη θέση Γ. Συμφωνείτε ή διαφωνείτε με την άποψη αυτή; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
- iv) Να υπολογιστεί το μέτρο της τριβής ολίσθησης που ασκείται στο σώμα, στο δεύτερο επίπεδο. Ποιο το μέτρο της τριβής στη θέση Δ, μόλις το σώμα σταματά την κίνησή του;

68) Η μεταβλητή δύναμη και η ολίσθηση του πάνω σώματος

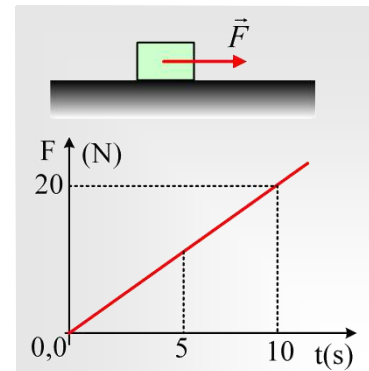
Πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια σανίδα μάζας $M=4\text{kg}$, πάνω στην οποία βρίσκεται ένα σώμα Σ μάζας $m=2\text{kg}$. Σε μια στιγμή $t=0$, ασκούμε στο σώμα Σ μια οριζόντια μεταβλητή δύναμη F , το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται όπως στο διάγραμμα. Παρατηρούμε ότι τα δυο σώματα κινούνται μαζί, μέχρι τη στιγμή $t_1=3\text{s}$, οπότε αρχίζει η ολίσθηση του σώματος Σ πάνω στη σανίδα. Αν δεχτούμε ότι η οριακή τριβή μεταξύ του σώματος Σ και της σανίδας, είναι ίση με την αντίστοιχη τριβή ολίσθησης και $g=10\text{m/s}^2$, να βρεθούν:



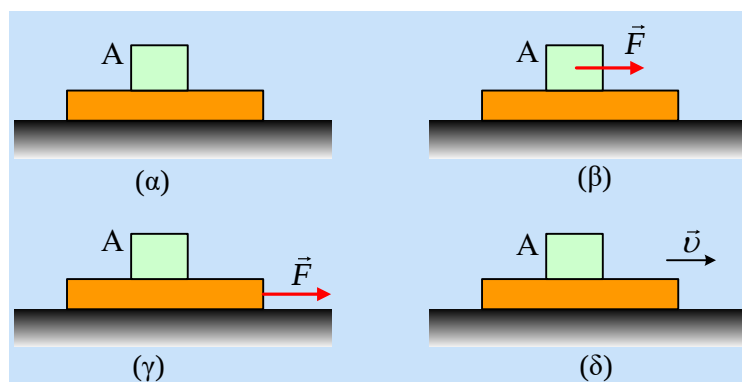
- Η τριβή που ασκείται στο σώμα Σ τη στιγμή $t_2=1,5\text{s}$.
- Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος Σ και της σανίδας.
- Οι επιταχύνσεις των δύο σωμάτων τη στιγμή $t_3=5\text{s}$.
- Οι ταχύτητες των δύο σωμάτων τη στιγμή t_3 .

69) Μια μεταβλητή δύναμη και η τριβή.

Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή $t=0$ ασκούμε πάνω του μια οριζόντια δύναμη F , το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται όπως στο διάγραμμα του διπλανού σχήματος. Το σώμα παραμένει ακίνητο, μέχρι τη στιγμή $t'=5\text{s}$ και στη συνέχεια κινείται προς τα δεξιά. Με δεδομένο ότι η οριακή τριβή είναι ίση με την τριβή ολίσθησης και $g=10\text{m/s}^2$, ζητούνται:



- Η εξίσωση της ασκούμενης δύναμης F σε συνάρτηση με το χρόνο $F=F(t)$.
- Το μέτρο της τριβής η οποία ασκείται στο σώμα, τη χρονική στιγμή $t_1=3\text{s}$.
- Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου.
- Η επιτάχυνση του σώματος τη στιγμή $t_2=10\text{s}$.

70) Να σχεδιαστεί η τριβή που ασκείται σε ένα σώμα

Ένα σώμα A , βρίσκεται πάνω σε μια σανίδα, η οποία μπορεί να κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Μας ζητάνε να σχεδιαστεί η τριβή που ασκείται στο σώμα A , σε τέσσερις περιπτώσεις, όπως φαίνονται στο παρακάτω σχήμα. Δίνεται ότι αναπτύσσονται τριβές μεταξύ σανίδας και σώματος A .

Στο σχήμα (α) τα σώματα παραμένουν ακίνητα.

Στο (β) ασκούμε μια οριζόντια δύναμη στο σώμα Α.

Στο (γ) την δύναμη την ασκούμε στην σανίδα.

Στο σχήμα (δ), ενώ η σανίδα κινείται προς τα δεξιά, αφήνουμε πάνω της, χωρίς ταχύτητα, το σώμα Α.

Να σχεδιάσετε την ασκούμενη τριβή στο σώμα Α, δίνοντας και σύντομες δικαιολογήσεις, όπου και να εξηγήετε το ρόλο της αντίδρασης της εμφανιζόμενης τριβής, σε κάθε περίπτωση.

71) Τρεις κινήσεις, τρεις χρόνοι.

Ένα σώμα αφήνεται να πέσει ελεύθερα από ορισμένο ύψος h και φτάνει στο έδαφος μετά από χρόνο $1s$, με ταχύτητα v_1 .

i) Να υπολογισθεί το ύψος h , καθώς και η ταχύτητα v_1 , με την οποία το σώμα φτάνει στο έδαφος.

ii) Το ίδιο σώμα αφήνεται να ολισθήσει από την κορυφή ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου κλίσεως θ , από το ίδιο ύψος h και φτάνει στην βάση του κεκλιμένου επιπέδου μετά από χρόνο $5/3s$ με ταχύτητα v_2 .

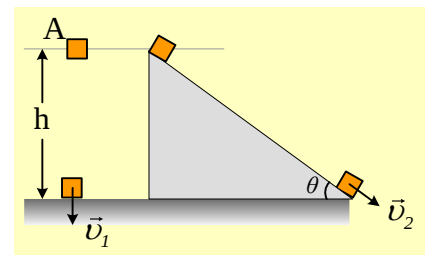
Αφού προσδιορίσετε την κλίση του κεκλιμένου (την γωνία θ ή κάποιον τριγωνομετρικό αριθμό της γωνίας, όπως $\eta\mu\theta$ ή $\sigma\upsilon\eta\theta$), να υπολογίσετε την επιτάχυνση με την οποία κινήθηκε το σώμα, καθώς και την ταχύτητα v_2 .

iii) Αν το επίπεδο δεν ήταν λείο και αφήσουμε ξανά το σώμα από την κορυφή του να ολισθήσει, χρειάζεται χρόνο $2,5s$, μέχρι να φτάσει στην βάση του επιπέδου.

α) Να υπολογισθεί η επιτάχυνση με την οποία κινήθηκε το σώμα, καθώς και η τελική του ταχύτητα.

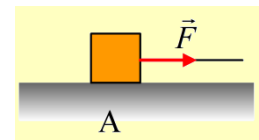
β) Να βρεθεί το μέτρο της τριβής που ασκήθηκε στο σώμα, αν έχει μάζα $m=0,6kg$.

Δίνεται $g=10m/s^2$, ενώ η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.



72) Η τριβή σε σώμα σε οριζόντιο επίπεδο

Ένα σώμα μάζας m , ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο, στη θέση Α. Δένουμε το σώμα με ένα νήμα και το τραβάμε ασκώντας του οριζόντια δύναμη F , μέτρου $F=0,6mg$ και παρατηρούμε ότι το σώμα παραμένει ακίνητο. Δίνεται ότι η οριακή τριβή είναι ίση με την τριβή ολίσθησης.



i) Για τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου ισχύει:

$$\alpha) \mu \leq 0,6 \quad \beta) \mu = 0,6 \quad \gamma) \mu \geq 0,6$$

ii) Αν κάποια στιγμή $t_0=0$, αυξήσουμε το μέτρο της ασκούμενης δύναμης στην τιμή $F_1=0,9mg$, τότε το σώμα κινείται και διανύει απόσταση $2m$, μέχρι τη στιγμή $t_1=2s$.

α) Ποια η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή t_1 .

β) Να υπολογιστεί ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου.

γ) Αν τη στιγμή t_1 πάψουμε να τραβάμε το νήμα, σε πόση απόσταση από την αρχική του θέση Α, το σώμα

θα ηρεμήσει ξανά.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

73) Δυνάμεις και Ενέργειες...

Μια ακόμη προσπάθεια ανάλυσης!

Σε μια πρόσφατη τοποθέτηση σε διπλανή ανάρτηση, μετέφερα κείμενο από τη «Γενική Φυσική Ι» του κ. Χανιά πάνω στις συντηρητικές δυνάμεις, όπου αναλυτικά περιγράφει πώς καταλήγουμε στην δυναμική ενέργεια.

Ας το δούμε:

Συντηρητικές και μη Συντηρητικές δυνάμεις

- Το σύστημα αποτελείται από δύο ή περισσότερα σώματα
- Μία δύναμη δρα ανάμεσα στο σώμα και στο υπόλοιπο σύστημα
- Όταν η διάταξη του συστήματος μεταβάλλεται η δύναμη εκτελεί έργο W_1 πάνω στο αντικείμενο (σωματίδιο), μεταφέροντας ποσά ενέργειας ανάμεσα στην κινητική ενέργεια K του αντικειμένου και σε κάποιο άλλο είδος ενέργειας του συστήματος.
- Όταν η διάταξη του συστήματος αντιστρέφεται, η κατεύθυνση της ενέργειας μεταφοράς, επίσης αντιστρέφεται, εκτελώντας κατά την διάρκεια της διαδικασίας αυτής έργο W_2 .
- Όταν $W_1=-W_2$ το άλλο είδος ενέργειας που συμμετέχει στις μεταβολές είναι η Δυναμική ενέργεια και λέμε ότι η δύναμη είναι Συντηρητική
- Η βαρυτική δύναμη και η δύναμη του ελατηρίου είναι συντηρητικές δυνάμεις

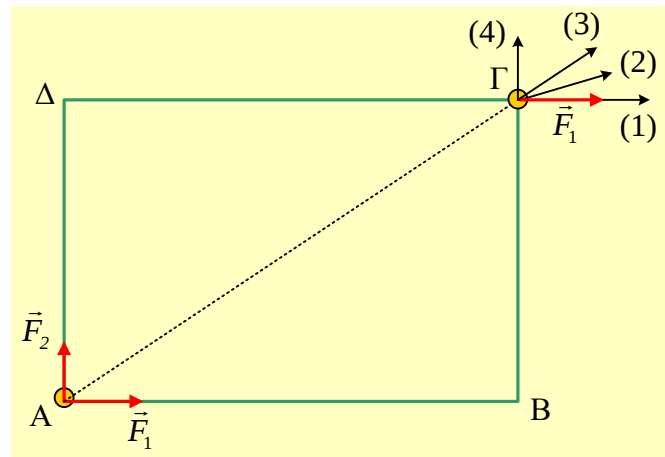
Ας κάνουμε μια προσπάθεια να ξεδιαλύνουμε το τι ακριβώς μας λέει:

- 1) Πρέπει να μιλάμε πάντα για ένα σύστημα με δύο ή περισσότερα σώματα. Όχι για ένα μεμονωμένο σώμα.
Αν έχεις μόνο ένα σώμα, τότε αυτό, το μόνο που μπορεί να κάνει είναι να κινείται και να έχει κινητική ενέργεια....

74) Δυο κάθετες δυνάμεις επιταχύνουν ένα σώμα

Ένα σώμα μάζας $m=6,25\text{kg}$ ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, στην κορυφή Α ενός ορθογωνίου με πλευρές $(AB)=8\text{m}$ και $(AD)=6\text{m}$ Σε μια στιγμή $t_0=0$ ασκούνται πάνω του δυο σταθερές οριζόντιες δυνάμεις, κάθετες μεταξύ τους, όπως στο σχήμα (σε κάτοψη) $F_1=4\text{N}$ και F_2 , με αποτέλεσμα το σώμα να κινηθεί ευθύγραμμα και μετά από λίγο να φτάνει στην απέναντι κορυφή Γ.

- i) Να αποδείξετε ότι η δύναμη $\vec{F}_2$ έχει μέτρο $F_2=3\text{N}$.
- ii) Αφού υπολογίσετε την επιτάχυνση με την οποία κινήθηκε το σώμα, να βρείτε ποια χρονική στιγμή t_1 το σώμα φτάνει στην κορυφή Γ και με ποια ταχύτητα.



iii) Αν τη στιγμή t_1 σταματούσε να ασκείται στο σώμα η δύναμη $\vec{F}_2$:

α) ποιο από τα διανύσματα (1), (2), (3) και (4) παριστάνει:

α₁) την ταχύτητα και α₂) την επιτάχυνση του σώματος

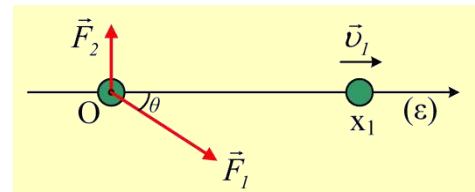
αμέσως μετά την στιγμή t_1 (t_1^+).

β) Μετά τη στιγμή t_1 το σώμα θα κινηθεί ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενα ή όχι; Να εξηγήσετε την άποψή σας.

iv) Αν στο σώμα δεν ασκείτο καθόλου η δύναμη F_2 , να βρείτε την θέση και την ταχύτητα του σώματος την στιγμή t_1 , με την άσκηση μόνο της δύναμης F_1 .

75) Μια κίνηση σώματος σε οριζόντιο επίπεδο

Ένα σώμα μάζας $m=10\text{kg}$, ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο στο σημείο O. Κάποια στιγμή $t_0=0$ δέχεται την επίδραση δύο σταθερών οριζόντιων δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$, με αποτέλεσμα να κινηθεί ευθύγραμμα κατά μήκος μιας ευθείας (ϵ) και τη στιγμή $t_1=5\text{s}$, να έχει μετατοπισθεί κατά $x_1=5\text{m}$, όπως στο σχήμα (σε κάτοψη). Η δύναμη $\vec{F}_1$ σχηματίζει γωνία θ με την ευθεία (ϵ), όπου $\eta\mu\theta=0,6$ και $\sigma\upsilon\eta\theta=0,8$, ενώ η δύναμη $\vec{F}_2$ είναι κάθετη στην ευθεία (ϵ).



i) Να υπολογισθεί η επιτάχυνση του σώματος και η ταχύτητά του την στιγμή t_1 .

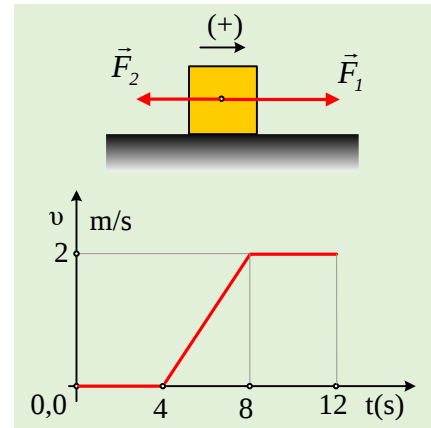
ii) Να βρεθεί (μέτρο και κατεύθυνση) η δύναμη που επιταχύνει το σώμα.

iii) Να υπολογιστούν τα μέτρα των δύο ασκούμενων δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$.

76) Ο 1ος και ο 2ος νόμος του Νεύτωνα

Ένα σώμα μάζας $m=4\text{kg}$ ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, με την επίδραση δύο οριζόντιων δυνάμεων με αντίθετες κατευθύνσεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$, όπως στο σχήμα. Η δύναμη $\vec{F}_2$ έχει σταθερό μέτρο $F_2=16\text{N}$, ενώ το μέτρο της $\vec{F}_1$ μπορεί να μεταβάλλεται. Στο διάγραμμα δίνεται η ταχύτητα του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, όπου η προς τα δεξιά κατεύθυνση λαμβάνεται ως θετική, ενώ το σώμα αρχίζει να κινείται τη στιγμή $t=4\text{s}$.

- i) Να υπολογιστεί το μέτρο της δύναμης $\vec{F}_1$ τη χρονική στιγμή $t_1=3s$.
- ii) Υποστηρίζεται ότι το μέτρο της δύναμης $\vec{F}_1$ αυξάνεται στο χρονικό διάστημα από 4s-8s. Συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί; Να υπολογιστεί το μέτρο της δύναμης $\vec{F}_1$ τη χρονική στιγμή $t_2=5s$.
- iii) Να βρείτε την χρονική στιγμή t_3 που το σώμα έχει μετατοπισθεί κατά $x_3=10m$ και στη συνέχεια να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης $\vec{F}_1$, τη στιγμή αυτή.

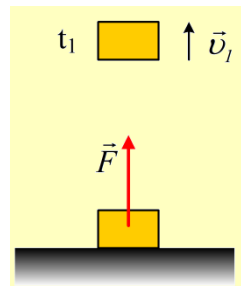


- iv) Αν τη χρονική στιγμή $t=12s$ πάψει να ασκείται στο σώμα η δύναμη $\vec{F}_1$, να υπολογιστεί η ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t_4=14s$.

77) Ένα σώμα κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω.

Ένα σώμα μάζας 1,2kg ηρεμεί στο έδαφος. Σε μια στιγμή $t_0=0$, ασκούμε πάνω του μια σταθερή κατακόρυφη δύναμη, με φορά προς τα πάνω, μέτρου $F=18N$, μέχρι τη στιγμή $t_1=4s$, όπου η δύναμη F , καταργείται.

- i) Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος την στιγμή t_1 , καθώς και το ύψος από το έδαφος που βρίσκεται.
- ii) Να βρεθεί ποια χρονική στιγμή το σώμα θα πάψει να ανέρχεται και σε ποιο ύψος βρίσκεται τη στιγμή αυτή το σώμα;
- iii) Να βρεθούν οι χρονικές στιγμές όπου το σώμα περνά από μια θέση Γ, σε ύψος 55m. Με ποια ταχύτητα περνά το σώμα από την θέση Γ;

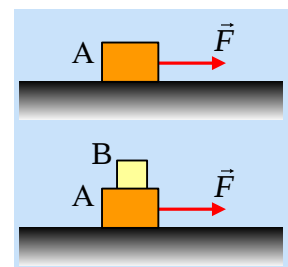


Δίνεται $g=10m/s^2$.

78) Εφαρμογές του 2^{ου} νόμου του Νεύτωνα

Ένα σώμα Α μάζας $M=2kg$ ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή $t=0$ δέχεται την επίδραση μιας σταθερής οριζόντιας δύναμης $\vec{F}$ με μέτρο $F=6N$, με αποτέλεσμα να κινηθεί.

- i) Να εξηγήσετε γιατί η κίνηση του σώματος θα είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.
- ii) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του σώματος και τη μετατόπισή του τη χρονική στιγμή $t_1=2s$.
- iii) Αν την στιγμή t_1 πάψει να ασκείται η δύναμη $\vec{F}$, να γίνει το διάγραμμα της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2=4s$. Ποια η μετατόπιση του σώματος την στιγμή t_2 ;
- iv) Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, αλλά τώρα πάνω στο σώμα Α, τοποθετούμε ένα δεύτερο σώμα Β, οπότε με την άσκηση της ίδιας δύναμης $\vec{F}$, βλέπουμε τα δυο σώματα να κινούνται μαζί, διανύοντας απόσταση



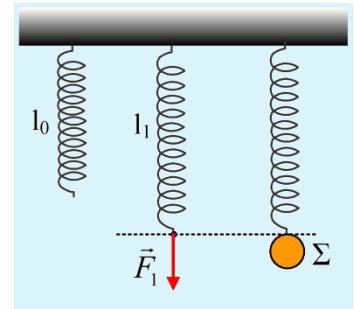
4m, μέχρι τη στιγμή t_1 .

α) Να υπολογιστεί η μάζα m του σώματος B.

β) Να υπολογιστεί η κατεύθυνση και το μέτρο της δύναμη $\vec{F}_B$ που επιταχύνει το σώμα B. Ποιος μπορεί να ασκεί στο σώμα B, την δύναμη αυτή;

79) Το ελατήριο και οι δυνάμεις

Ένα ιδανικό ελατήριο (απόλυτα ελαστικό με αμελητέο βάρος), κρέμεται από το ταβάνι, όπως στο σχήμα, έχοντας το φυσικό μήκος του $l_0=20\text{cm}$. Ασκώντας με το χέρι μας στο κάτω άκρο του, μια κατακόρυφη δύναμη F_1 μέτρου $F_1=5\text{N}$, το ελατήριο αποκτά μήκος $l_1=25\text{cm}$.

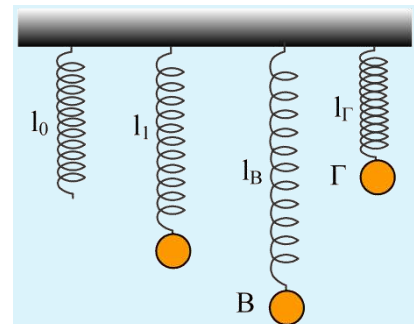


i) Γνωρίζοντας ότι για την παραμόρφωση του ελατηρίου ισχύει ο νόμος του Hooke $F=k \cdot \Delta l$, να βρεθεί η σταθερά k του ελατηρίου.

ii) Αυξάνουμε το μέτρο της ασκούμενης δύναμης, οπότε το ελατήριο αποκτά μήκος 28cm. Ποιο το μέτρο της δύναμης $\vec{F}_2$ που ασκήσαμε;

iii) Παύουμε να τραβάμε το ελατήριο και δένουμε στο άκρο του ένα σώμα Σ, το οποίο αφήνουμε να ηρεμήσει, οπότε βλέπουμε το ελατήριο να έχει ξανά μήκος l_1 . Λαμβάνοντας υπόψη ότι αν το σώμα Σ ασκεί μια δύναμη $F=k \cdot \Delta l$ στο ελατήριο, τότε το ελατήριο ασκεί μια αντίθετη δύναμη, με το ίδιο μέτρο, την οποία ονομάζουμε δύναμη του ελατηρίου $|F_{ελ}|=k \cdot |\Delta l|$, στο σώμα Σ, να υπολογιστεί το βάρος του σώματος Σ.

iv) Υποστηρίζεται ότι «ένα σώμα, όπως το σώμα Σ, μπορεί να ασκεί στο ελατήριο δύναμη ίση με το βάρος του». Για να δούμε αν η πρόταση αυτή είναι σωστή ή όχι, τραβάμε το σώμα προς τα κάτω και σε μια στιγμή το αφήνουμε να κινηθεί. Παίρνουμε το σώμα στις θέσεις B και Γ, όπου τα μήκη του ελατηρίου είναι $l_B=30\text{cm}$ και $l_\Gamma=16\text{cm}$.

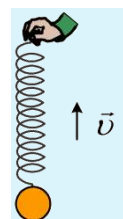


α) Να υπολογίσετε τις δυνάμεις που το σώμα ασκεί στο ελατήριο, στις θέσεις αυτές, σχεδιάζοντάς τις πάνω στο σχήμα.

β) Να σχεδιάσετε και τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ και να βρείτε την συνισταμένη τους, στις θέσεις B και Γ.

ν) Ελευθερώνουμε το ελατήριο και κρατώντας με το χέρι μας το πάνω

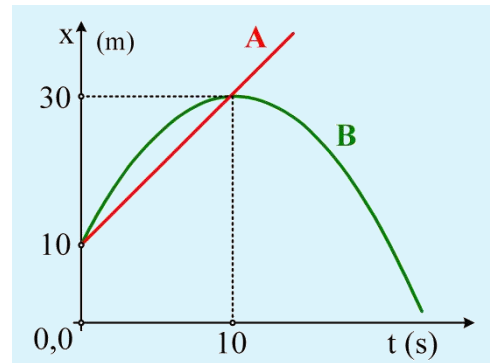
άκρο του, δένουμε το σώμα Σ στο κάτω άκρο του. Να βρείτε το σταθερό μήκος του ελατηρίου, αν τραβάμε προς τα πάνω, με αποτέλεσμα το σώμα να κινείται κατακόρυφα με σταθερή ταχύτητα $v=0,4\text{m/s}$.



80) Οι κινήσεις δύο κινητών και τα διαγράμματα $x-t$

Κατά μήκος ενός προσανατολισμένου άξονα x κινούνται δυο κινητά A και B, όπου οι γραφικές παραστάσεις την θέσης τους σε συνάρτηση με το χρόνο, δίνονται στο διπλανό σχήμα. Τη στιγμή $t=0$ το ένα κινητό έχει διπλάσια ταχύτητα από το άλλο.

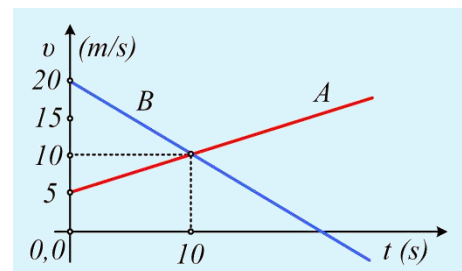
- i) Ποιο κινητό έχει μεγαλύτερη ταχύτητα τη στιγμή $t=0$ και γιατί;
- ii) Αν για το κινητό A η γραφική παράσταση είναι μια ευθεία, να δικαιολογήσετε γιατί η ταχύτητά του παραμένει σταθερή. Στη συνέχεια να υπολογιστούν οι ταχύτητες των δύο κινητών τη στιγμή $t=0$.
- iii) Αν η επιτάχυνση του B κινητού παραμένει σταθερή, να υπολογιστεί η αλγεβρική της τιμή. Ποια η ταχύτητα του κινητού B τη στιγμή $t_1=10\text{s}$;
- iv) Να βρεθούν οι χρονικές στιγμές, όπου τα δύο κινητά έχουν ταχύτητες:
- α) ίσες,
- β) αντίθετες.



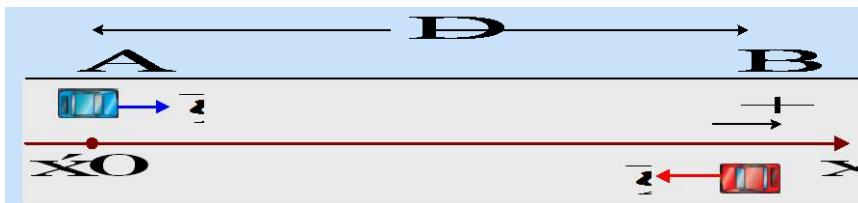
81) Δύο κινήσεις με σταθερές επιταχύνσεις

Κατά μήκος ενός προσανατολισμένου άξονα $x'x$ κινούνται δύο σώματα A και B και στο διάγραμμα βλέπετε τις ταχύτητές τους σε συνάρτηση με το χρόνο. Τα σώματα την στιγμή $t_0=0$, τα σώματα διέρχονται από την αρχή του άξονα ($x=0$).

- i) Ένας συμμαθητής σας υποστηρίζει ότι την στιγμή $t_1=10\text{s}$ τα δυο σώματα φτάνουν στην ίδια θέση. Συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;
- ii) Να υπολογίσετε τις επιταχύνσεις των δύο σωμάτων.
- iii) Πόσο απέχουν μεταξύ τους τα δυο σώματα την χρονική στιγμή $t_2=12\text{s}$;
- iv) Να βρεθεί η χρονική στιγμή t_3 που τα σώματα θα βρεθούν στην ίδια θέση για δεύτερη φορά. Στη συνέχεια να βρείτε την θέση αυτή, καθώς και τις ταχύτητες των σωμάτων στη θέση αυτή.



82) Δύο αυτοκίνητα διασταυρώνονται



Σε ευθύγραμμο δρόμο, κινούνται αντίθετα δύο αυτοκίνητα, όπως στο σχήμα, με ταχύτητες σταθερών μέτρων $|v_1|=10\text{m/s}$ και $|v_2|=15\text{m/s}$. Τα αυτοκίνητα την στιγμή $t_0=0$, περνούν από τα σημεία A και B, τα οποία απέχουν μεταξύ τους απόσταση $D=450\text{m}$.

Παίρνουμε το σημείο A ως αρχή ενός προσανατολισμένου άξονα $x'x$, με θετική την προς τα δεξιά κατεύθυνση, για να μελετήσουμε την κίνηση των δύο κινητών.

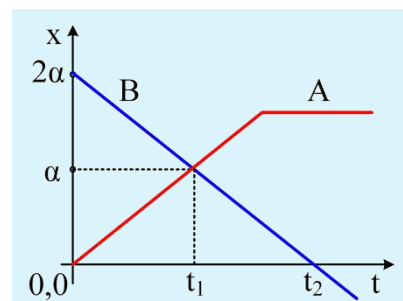
- i) Να γράψετε την εξίσωση κίνησης κάθε αυτοκινήτου, σε συνάρτηση με το χρόνο ($x=x(t)$).

- ii) Να υπολογίσετε την μετατόπιση και την θέση κάθε αυτοκινήτου την χρονική στιγμή $t_1=10\text{s}$. Ποια η απόσταση μεταξύ των δύο αυτοκινήτων, την παραπάνω στιγμή;
- iii) Ποια χρονική στιγμή t_2 και σε ποια θέση τα δύο αυτοκίνητα διασταυρώνονται;
- iv) Να παραστήσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων, τη συνάρτηση $x=x(t)$ για κάθε αυτοκίνητο, μέχρι τη στιγμή t_3 που το δεύτερο αυτοκίνητο φτάνει στην θέση Α. Στο διάγραμμα να φαίνονται χαρακτηριστικές τιμές για τις χρονικές στιγμές και τις θέσεις.

83) Δύο μαθητές περπατούν

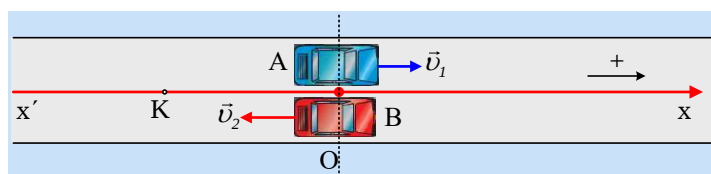
Δύο μαθητές περπατούν σε έναν ευθύγραμμο δρόμο και λαμβάνοντας έναν προσανατολισμένο άξονα $x'x$, σχεδιάζουμε στο διπλανό σχήμα τις θέσεις τους σε συνάρτηση με το χρόνο, $x=f(t)$. Αντλώντας πληροφορίες από το διάγραμμα, να εξετάσετε αν οι παρακάτω προτάσεις είναι σωστές ή λανθασμένες, δίνοντας και σύντομες δικαιολογήσεις.

- i) Ο μαθητής από $0-t_1$ κινείται προς την θετική κατεύθυνση με σταθερή ταχύτητα.
- ii) Στο χρονικό διάστημα $0-t_1$ ο Α μαθητής, κινείται πιο γρήγορα από τον μαθητή Β.
- iii) Τη χρονική στιγμή t_2 όπου ο μαθητής Β φτάνει στην αρχή του άξονα με $x=0$:
- α) Η ταχύτητα του μαθητή Β είναι μηδενική.
- β) Πιο γρήγορα περπατά ο Β μαθητής.



84) Οι θέσεις και οι μετατοπίσεις δύο κινητών

Σε ευθύγραμμο δρόμο, κινούνται αντίθετα δύο αυτοκίνητα, τα οποία κάποια στιγμή $t_0=0$, διασταυρώνονται στο σημείο Ο. Οι ταχύτητες των αυτοκινήτων Α και Β, έχουν μέτρα $|v_1|=20\text{m/s}$ και $|v_2|=25\text{m/s}$ αντίστοιχα.



- A) Παίρνοντας το σημείο Ο ως αρχή ενός προσανατολισμένου άξονα $x'x$, με θετική την προς τα δεξιά κατεύθυνση, να απαντήσετε στα εξής ερωτήματα:
- i) Ποια η θέση κάθε αυτοκινήτου την στιγμή t_0 ;
- ii) Ποια η μετατόπιση κάθε αυτοκινήτου την στιγμή $t_1=8\text{s}$;
- iii) Ποιες οι θέσεις των αυτοκινήτων την στιγμή t_1 και πόσο απέχουν μεταξύ τους τα δύο οχήματα;
- B) Αν η αρχή του άξονα $x'x$ είναι ένα σημείο Κ, αριστερά του Ο, σε απόσταση $(OK)=100\text{m}$, με τον ίδιο προσανατολισμό (προς τα δεξιά η θετική κατεύθυνση), ποιες οι αντίστοιχες απαντήσεις, στα προηγούμενα

ερωτήματα;

dmargaris@gmail.com