

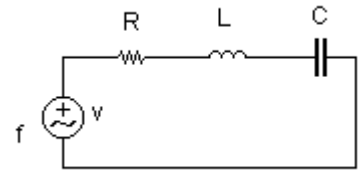
CONCEPTOS DE RESONANCIA

Resonancia serie

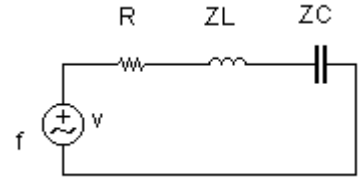
Dado el circuito serie formado por los componentes R-L-C, es posible calcular la ZT (impedancia total o equivalente) que presenta a una determinada frecuencia angular ω .

NOTA: Recordar que $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$

ω se mide en rad/seg f se mide en Hz.
 $\text{Hz} = 1/\text{seg}$.



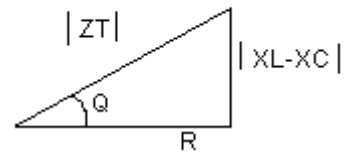
$$\begin{aligned} Z_C &= -j \cdot X_C & Z_T &= R + Z_C + Z_L \\ Z_C &= -j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C} & Z_T &= R - j \cdot X_C + j \cdot X_L \\ R &= R & Z_T &= R + j \cdot (X_L - X_C) \end{aligned}$$



$$|Z_T| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \qquad \cos(\phi) = \frac{R}{|Z_T|}$$

MODULO

FASE



NOTA: R, X_L, X_C, Z_T SE MIDEN EN OHMS.

FRECUENCIA DE RESONANCIA

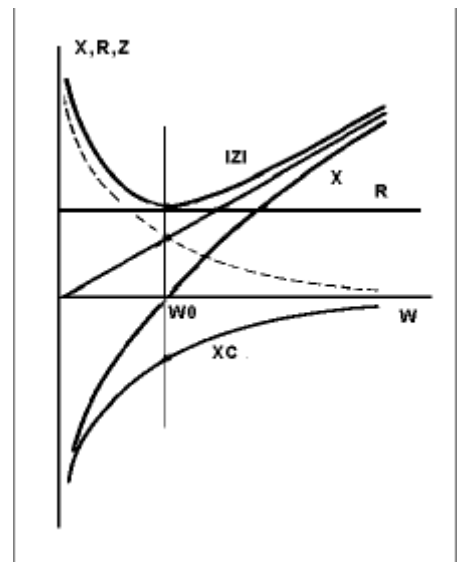
Se define frecuencia de resonancia (ω_0 ó f_0) del circuito R-L-C serie, al valor de frecuencia en la cual se cumple que:

$$X_L = X_C$$

A la frecuencia de resonancia f_0 la corriente toma su valor máximo, la Z_T su valor mínimo ($Z_T=R$) y el desfase entre V e I es cero ($\phi = 0^\circ$).

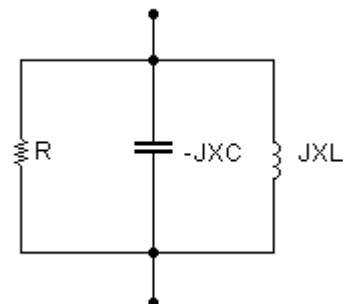
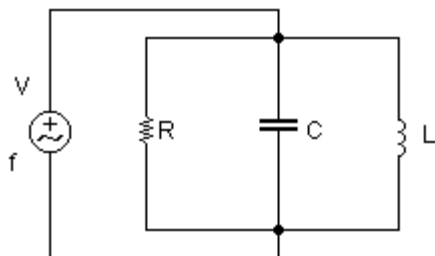
Calculando:

$$\begin{aligned} X_L &:= X_C & \frac{1}{\omega_0 \cdot C} &= 1 \cdot \frac{1}{\omega_0 \cdot L} & \omega_0^2 &= 1 \cdot \frac{1}{L \cdot C} \\ \omega_0 &:= \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} & \omega_0 &:= \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} & f_0 &:= \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} \end{aligned}$$



Resonancia paralelo

Si calculamos la Z_T del circuito



$$Z_T := \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{-j \cdot X_C} + \frac{1}{j \cdot X_L} \right)^{-1}$$

$$Z_T := \left(\frac{-j \cdot X_C \cdot j \cdot X_L + R \cdot j \cdot X_L - R \cdot j \cdot X_C}{-R \cdot j \cdot X_C \cdot j \cdot X_L} \right)^{-1}$$

$$Z_T := \left[\frac{X_C \cdot X_L + R \cdot j \cdot (X_L - X_C)}{R \cdot X_C \cdot X_L} \right]^{-1}$$

$$Z_T := \frac{R \cdot X_C \cdot X_L}{X_C \cdot X_L + j \cdot R \cdot (X_L - X_C)}$$

Se define frecuencia de resonancia (ω_0 ó f_0) del circuito R-L-C serie, al valor de frecuencia en la cual se cumple que: $X_L = X_C$

Despejando se llega a:

$$\omega_0 := \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \quad f_0 := \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$

A la frecuencia de resonancia se cumple que $Z_T = R$ (que será el valor máximo que puede tomar en módulo Z_T), la I es mínima y el desfase entre V e I es nulo.

CASO PARTICULAR: Si R es infinita entonces la Z_T a la frecuencia de resonancia, es infinita.

Factor de calidad Q

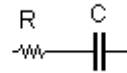
El factor calidad de una bobina, capacitor o circuito en general, se define como:

$$Q = 2 \cdot \pi \cdot \frac{\text{Energía máxima almacenada}}{\text{Energía almacenada por periodo}}$$

Por ejemplo en los circuitos mostrados la energía disipada por periodo es la potencia media



(a)



(b)

disipada por la resistencia es: $R \cdot (I_{ef})^2$ es R es el único elemento que consume energía, ya que los elementos reactivos L y C la energía que toman luego la devuelven, supuestos sin pérdidas o sea ideales.

En el circuito (a) la energía máxima almacenada es: $\frac{1}{2} \cdot L \cdot I_{max}^2$

Por lo tanto

$$Q := \frac{2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{2} \cdot L \cdot I_{max}^2}{\left(\frac{I_{max}^2}{2}\right) \cdot R \cdot \frac{1}{f}}$$

$$Q := \frac{2 \cdot \pi \cdot f \cdot L}{R}$$

$$Q := \frac{W \cdot L}{R}$$

En el circuito (b) la energía máxima almacenada es:

$$\frac{1}{2} \cdot C \cdot V_{max}^2$$

Por lo tanto

$$Q := \frac{2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{I_{max}^2}{W^2 \cdot C}}{\left(\frac{I_{max}^2}{2}\right) \cdot R \cdot \frac{1}{f}}$$

$$Q := \frac{1}{W \cdot C \cdot R}$$

En un circuito RLC en resonancia y teniendo en cuenta que cuando la tensión en el capacitor es máxima la intensidad por la bobina es nula viceversa.

$$\frac{1}{2} \cdot L \cdot I_{max}^2 = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V_{max}^2$$

Entonces la frecuencia de resonancia se cumple que:

$$Q_0 := \frac{W_0 \cdot L}{R} = Q_0 := \frac{1}{W_0 \cdot C \cdot R}$$

FACTOR DE CALIDAD DEL CIRCUITO RLC A LA FRECUENCIA DE RESONANCIA