

Verfahren zur Datenanalyse gemessener Signale

Dr. rer. nat. Axel Hutt

Vorlesung 9

zum Übungsblatt

1.

$$f(t) = \alpha e^{-\alpha t} \Theta(t)$$

Forderung: $\int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt = 1$ $\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) h(t - \tau) dt = h(t)$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) dt = \approx (\alpha - \alpha^2 t) N \quad \text{for large } \alpha$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) dt = \int_0^{1/\alpha} N(\alpha - \alpha^2 t) dt$$

$$= N \left(\alpha \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{2} \alpha^2 \frac{1}{\alpha^2} \right)$$

$$= N/2$$

$$\rightarrow N = 2$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)h(t - \tau)dt \approx \int_0^{1/\alpha} 2(\alpha - \alpha^2\tau) \left(h(t) - \tau\dot{h}(t) \right)$$

$$= h(t) - \alpha \frac{1}{2\alpha^2} \dot{h}(t) - \alpha^2 \frac{1}{3\alpha^3} \ddot{h}(t)$$

$$\rightarrow h(t) , \alpha \rightarrow \infty \quad q.e.d.$$

$$f(t) \rightarrow \delta(t) , \alpha \rightarrow \infty$$

2.

$$u(t) = -\gamma \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}(f)\tilde{g}(f)e^{i2\pi ft}df$$

$$\beta\dot{G}(t) + G(t) = -\delta(t)$$

$$\tilde{G}(f) = \frac{-1}{1 + i2\pi\beta f}$$

$$E[u(t)u(t - \tau)] = \gamma^2 F \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}(f)\tilde{G}(f')E[\tilde{g}(f)\tilde{g}(f')]e^{i2\pi(ft+f't-f'\tau)} df df'$$

$$E[\tilde{g}(f)\tilde{g}(f')] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \underbrace{E[g(t)g(t')]}_{=I_0^2 F \delta(t-t')} e^{-i2\pi(ft+f't')} dt dt'$$

$$= I_0^2 F \delta(f + f')$$

$$= I_0^2 \gamma^2 F \int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{G}(f)|^2 e^{i2\pi f\tau} df$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} S(f) e^{i2\pi f\tau} df$$

$$\longrightarrow S(f) = \frac{I_0^2 \gamma^2 F}{1 + 4\pi^2 \beta^2 f^2}$$

weiter mit Vorlesung 9

diskrete Wavelets $\Gamma_{n,k} = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \Psi_{n,k}^*(t) dt$

$$\Psi_{n,k}(t) = \frac{1}{\sqrt{s^n}} \Psi \left(\frac{t - k2^n}{s^n} \right) dt$$

da $\int_{-\infty}^{\infty} \Psi_{n,k}(t) \Psi_{m,l}^*(t) dt = \delta_{nm} \delta_{kl}$

kann man mittels der DWT das Signal wieder rekonstruieren:

$$s(t) = \sum_{n,k} \Gamma_{n,k} \Psi_{n,k}(t)$$

somit ist $\{\Psi_{n,k}(t)\}$ eine Orthogonalbasis

Beispiel: *Haar* Transformation

$$\begin{aligned} s_n &= \frac{s_n + s_{n+1}}{2} + \frac{s_n - s_{n+1}}{2} \\ &= a_n + d_n \end{aligned}$$

$$a_n = \frac{s_n + s_{n+1}}{2}$$

$$d_n = \frac{s_n - s_{n+1}}{2}$$

$$s_n = a_n + d_n$$

$$s_{n+1} = a_n - d_n$$

somit ist $\{\Psi_{n,k}(t)\}$ eine Orthogonalbasis

Beispiel: *Haar* Transformation

$$\begin{aligned} s_n &= \frac{s_n + s_{n+1}}{2} + \frac{s_n - s_{n+1}}{2} \\ &= a_n + d_n \end{aligned}$$

$$a_n = \frac{s_n + s_{n+1}}{2} \quad (\text{Tiefpass})$$

$$d_n = \frac{s_n - s_{n+1}}{2} \quad (\text{Hochpass})$$

$$s_n = a_n + d_n$$

$$s_{n+1} = a_n - d_n$$

Beispiel:

Signal s_n , $n=1, \dots, 8$

Beispiel:

Signal $s_n, n=1, \dots, 8$

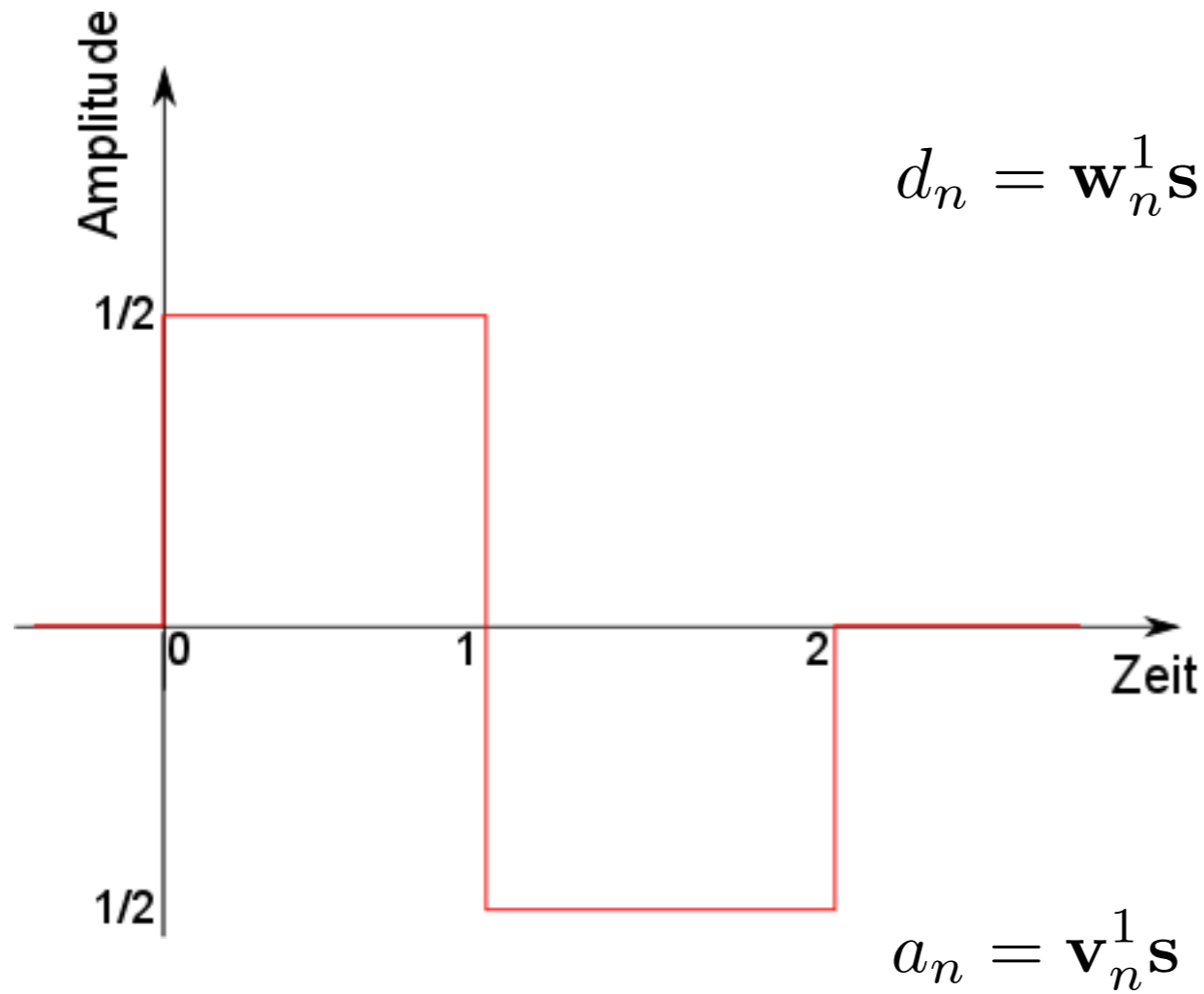
$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & -1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & -1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \\ s_5 \\ s_6 \\ s_7 \\ s_8 \end{pmatrix}$$

Beispiel:

Signal s_n , $n=1,\dots,8$

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & -1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & -1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \\ s_5 \\ s_6 \\ s_7 \\ s_8 \end{pmatrix}$$

- 4 Koeffizienten a_n , 4 Koeffizienten d_n
- a_n : Tiefpassfilter , d_n : Hochpassfilter



$$\mathbf{w}_1^1 = (1/2, -1/2, 0, \dots) \mathcal{N}$$

$$\mathbf{w}_2^1 = (0, 0, 1/2, -1/2, 0, \dots) \mathcal{N}$$

Haar wavelets

$$\mathbf{w}_k^1 \mathbf{w}_l^1 = \delta_{kl} \text{ orthonormal}$$

$$\mathbf{v}_1^1 = (1/2, 1/2, 0, \dots) \mathcal{N}$$

$$\mathbf{v}_2^1 = (0, 0, 1/2, 1/2, 0, \dots) \mathcal{N}$$

Skalenfunktion

$$\mathbf{v}_k^1 \mathbf{v}_l^1 = \delta_{kl} \text{ orthonormal}$$

nächster Schritt:

- transformiere a_n , übernehme d_n

nächster Schritt:

- transformiere a_n , übernehme d_n

$$\begin{pmatrix} a_5 \\ a_6 \\ d_5 \\ d_6 \\ d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & -1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & -1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{pmatrix}$$

und noch ein Schritt:

- transformiere a_n , übernehme d_n

und noch ein Schritt:

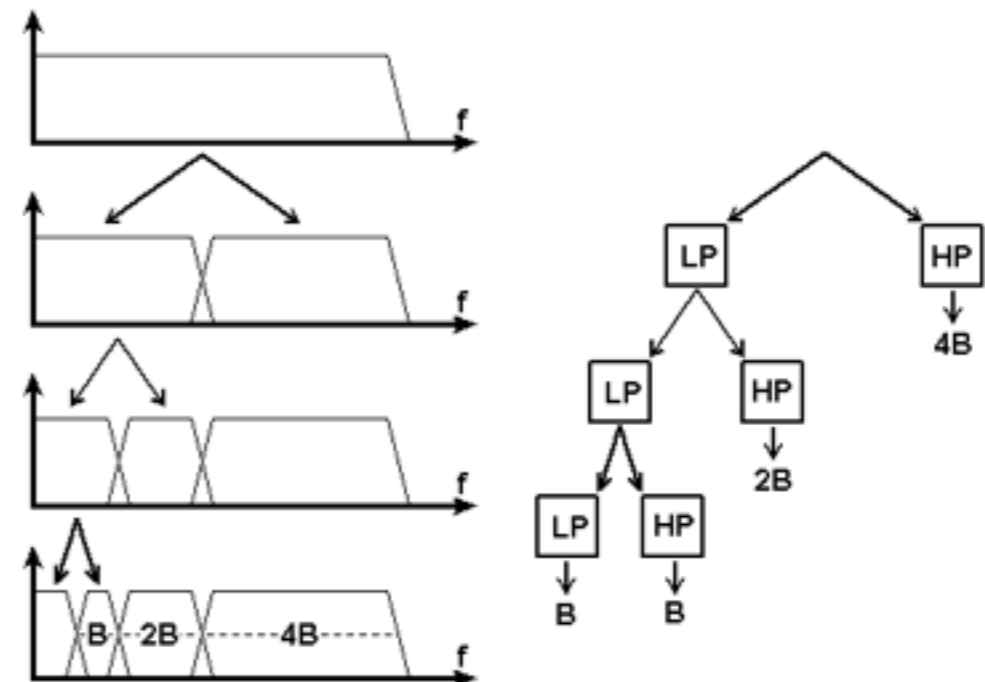
- transformiere a_n , übernehme d_n

$$\begin{pmatrix} a_7 \\ d_7 \\ d_5 \\ d_6 \\ d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & -1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_5 \\ a_6 \\ d_5 \\ d_6 \\ d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{pmatrix}$$

Skalierungsfunktion a_n

Wavelet-Funktion d_n

Multiresolution-Verfahren



Anwendungen:

- Beschreibung der auditorischen Filterbank
- file compression

Literatur:

- zur Fourier-Analyse und Lineare Antwort-Theorie:
K. Meyberg, P. Vachenauer, *Höhere Mathematik 2*, Springer (1997)
- zur Lineare Antwort-Theorie:
F. Kuypers, *Klassische Mechanik*, Wiley (1997)
- zu wavelets:
G. Kaiser, *A friendly guide to wavelets*, Birkhäuser (2011)
- Internet: *A wavelet tour of Signal Processing* by S. Mallat

III. Zeit-Frequenz Analyse

Short-time Fourier Transform

Gabor Transformation

Lineare Filter

Wavelet Transformation

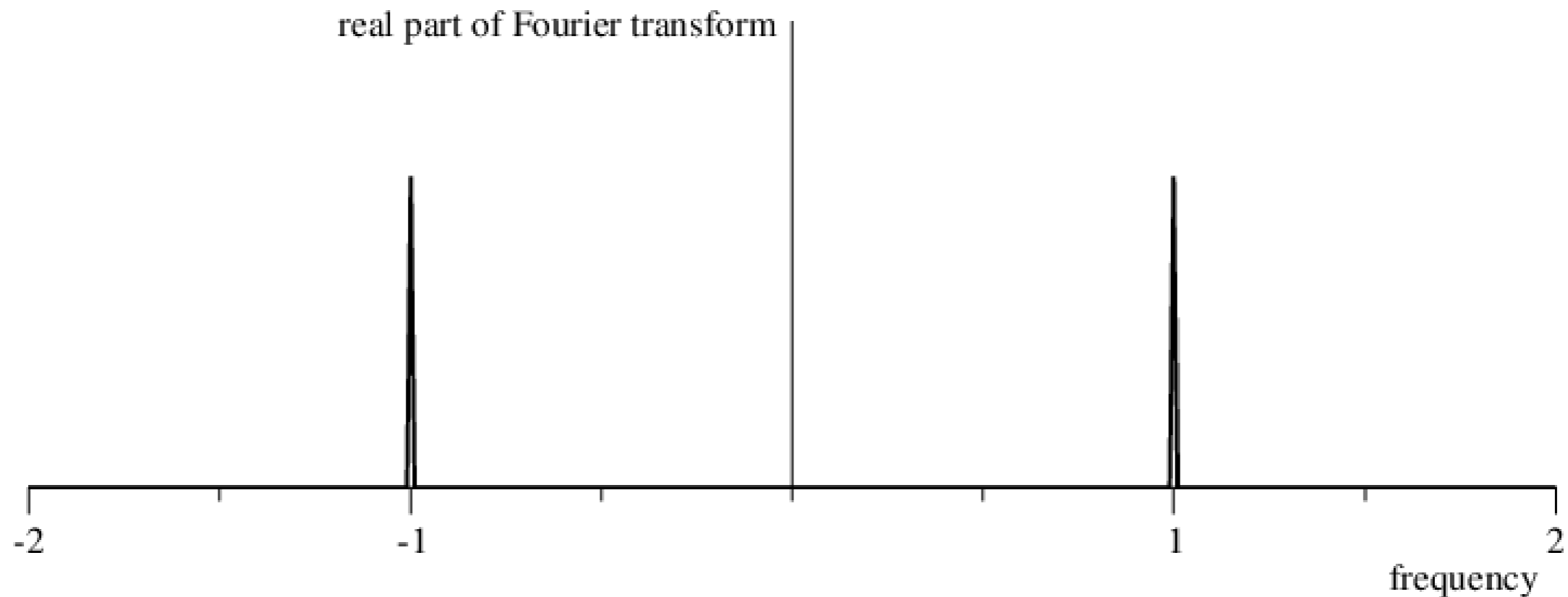
Konzept des Analytischen Signals

Reassignment Methoden

gegeben: Signal mit einer Frequency f:

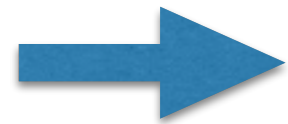
$$s(t) = \cos(2\pi ft)$$

Fourier Transformation ergibt positive and negative Frequenz:



das versteht man, da

$$s(t) = \cos(2\pi ft) = \frac{1}{2} (e^{i2\pi ft} + e^{-i2\pi ft})$$

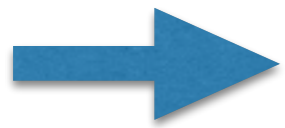


zwei Frequenzen da das Signal reellwertig ist

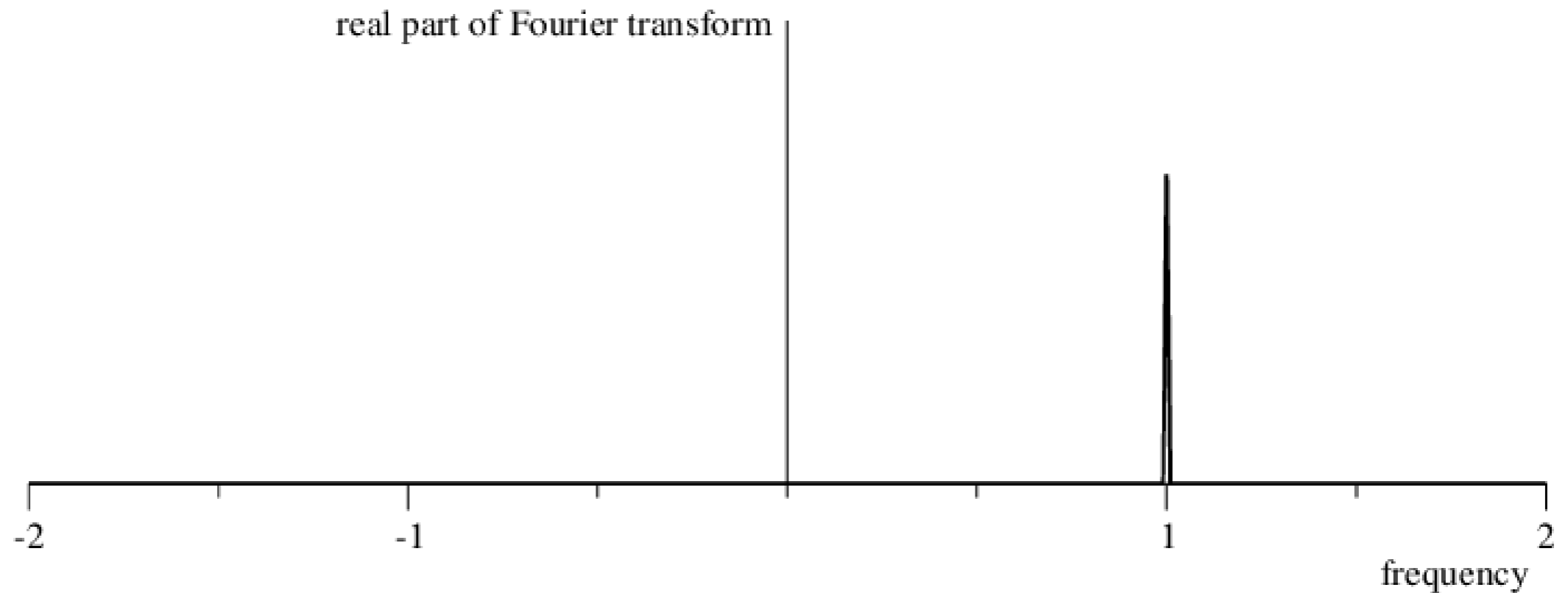
Aber: man braucht die negativen Frequenzen nicht.

Frage: Kann man ein Signal mit den selben Eigenschaften konstruieren, das aber nur positive Frequenzen hat ?

ja, das **analytische Signal**



$$s_a(t) = \cos(2\pi ft) + i \sin(2\pi ft) = e^{i2\pi ft}$$



Wie konstruiert man das analytische Signal ?

$$\tilde{s}_A(\nu) = \tilde{s}(\nu) + T[s(\tilde{\nu})]$$

$$\nu < 0 : \tilde{s}_A(\nu) = 0$$

$$\nu < 0 : T[\tilde{s}(\nu)] = -\tilde{s}(\nu)$$

$$\nu = 0 : \tilde{s}_A(\nu) = \tilde{s}(\nu)$$

$$\nu = 0 : T[\tilde{s}(\nu)] = 0$$

$$\nu > 0 : \tilde{s}_A(\nu) \sim \tilde{s}(\nu)$$

$$\nu > 0 : T[\tilde{s}(\nu)] = \tilde{s}(\nu)$$

$$T[\tilde{s}(\nu)] = \text{sgn}(\nu)\tilde{s}(\nu)$$

$$\text{sgn}(\pm\nu) = \pm 1 , \text{sgn}(0) = 0$$

$$\mathcal{F}^{-1}[\text{sgn}(\nu)](t) = \frac{i}{\pi t}$$

$$\mathcal{F}^{-1}[T[\text{sgn}(\nu)\tilde{s}(\nu)]](t) = \frac{i}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{s(\tau)}{t - \tau} dt$$

für allgemeine Signale $s(t)$:

$$s_a(t) = s(t) + i\mathcal{H}[s](t)$$

mit der **Hilbert transform** $\mathcal{H}[s](t) = \frac{1}{\pi} P.V. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{s(\tau)}{t - \tau} d\tau$

analytisches Signal ist eine andere Darstellung des Signals,

jedoch mit **grossen Vorteilen**

im Allgemeinen:

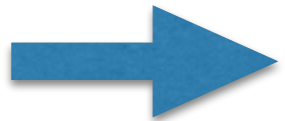
$$\text{für alle } x(t) \in \mathcal{C} \rightarrow x(t) = R e^{i\phi}$$

R: amplitude
Φ: phase

$$s_a(t) = R(t)e^{i\phi(t)}$$

$R(t)$: instantane Amplitude

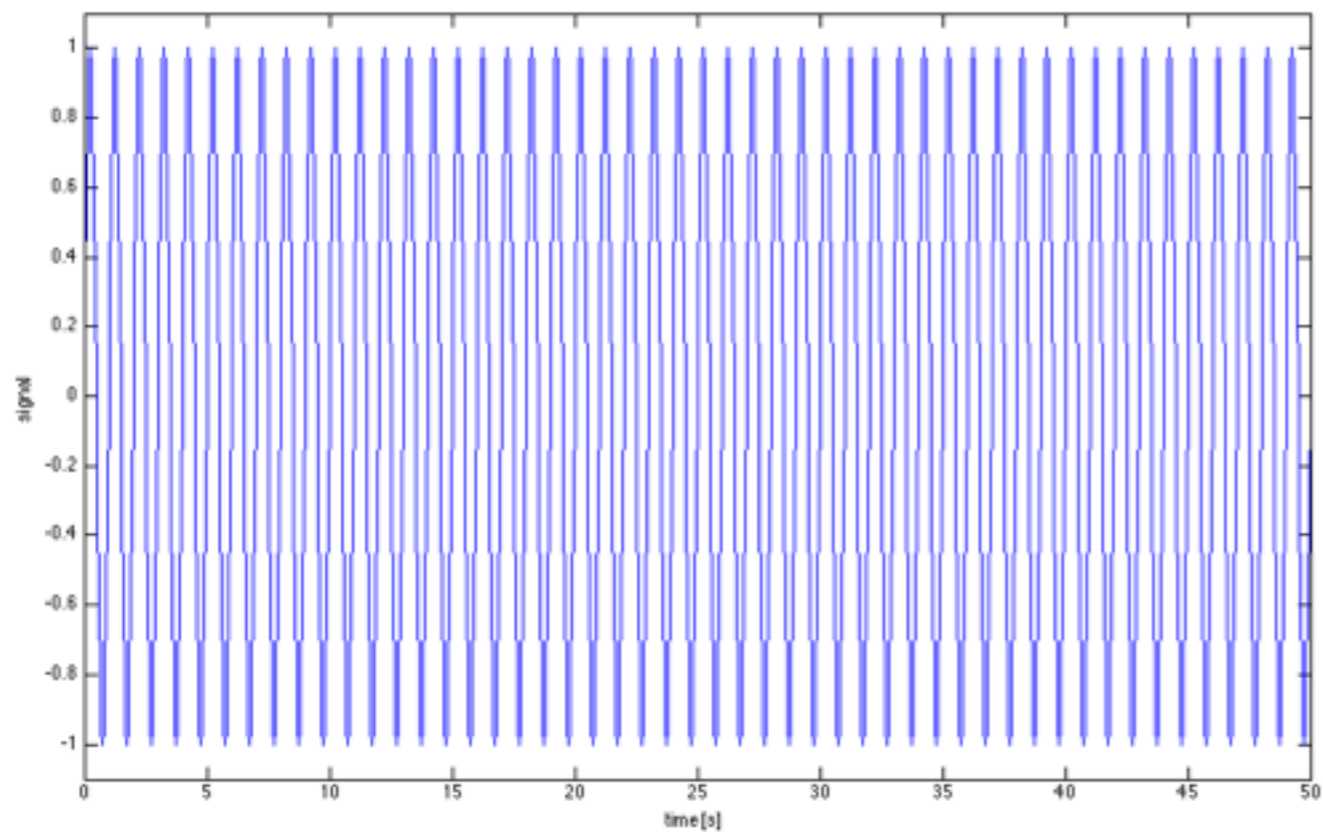
Φ : instantane Phase für $R \neq 0$



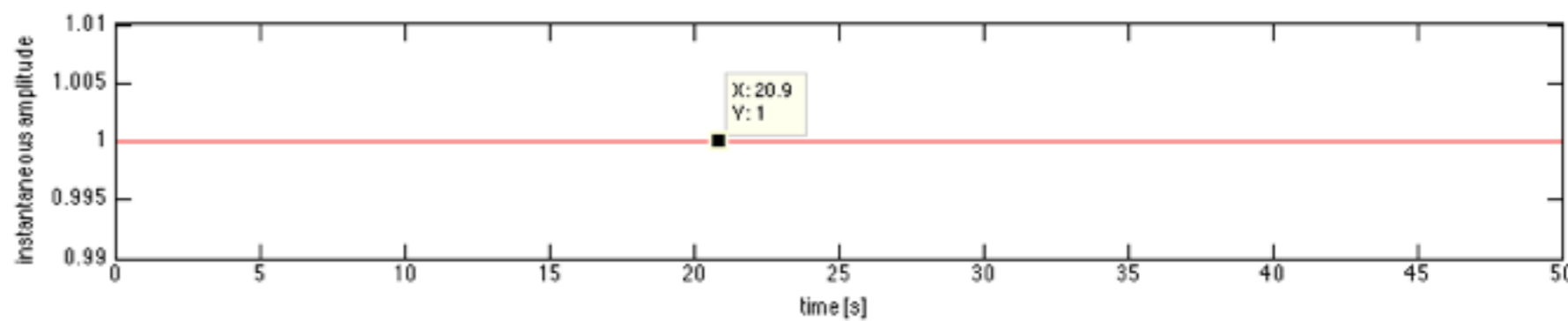
instantane Frequenz

$$f_a(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(t)}{dt}$$

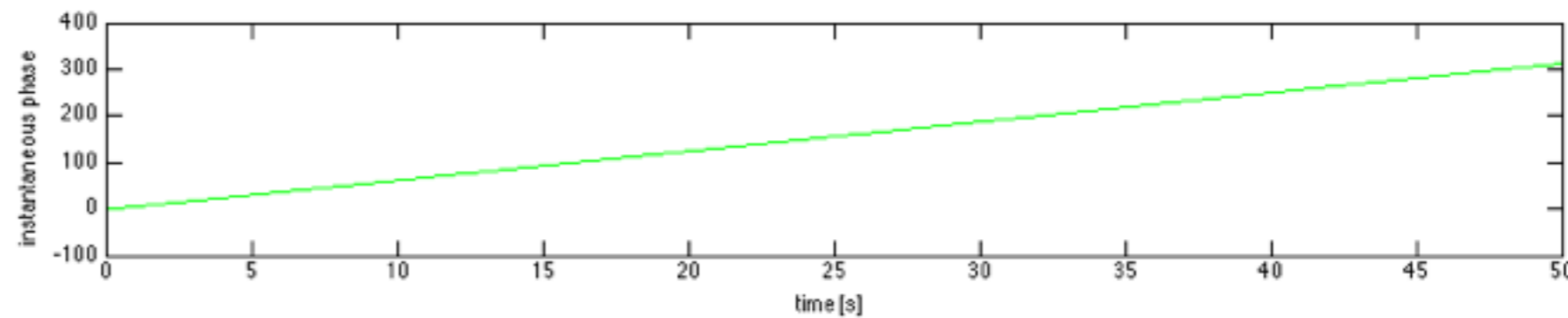
Beispiel



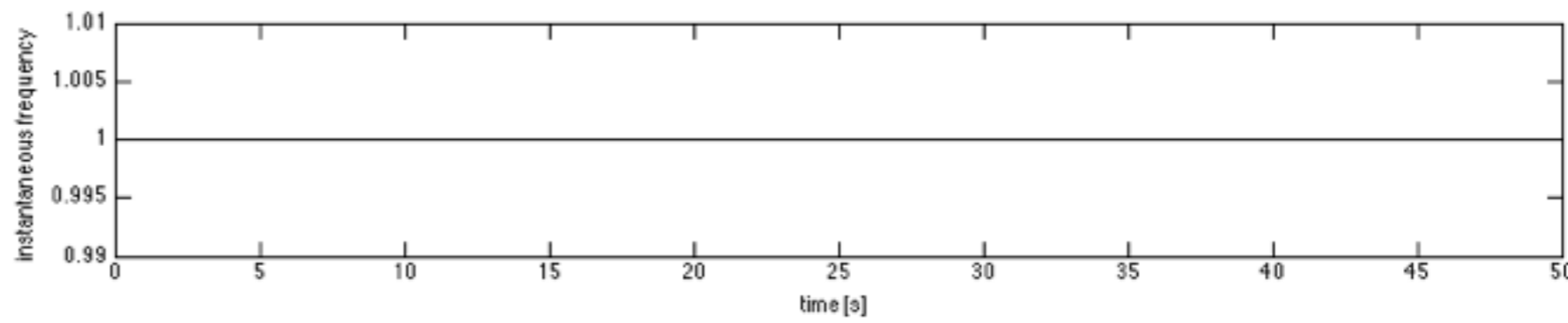
$R(t)$



$\Phi(t)$



$f_a(t)$



$$\mathcal{F}^{-1}[\text{sgn}(\nu)](t) = \frac{i}{\pi t}$$

$$\mathcal{F}^{-1}[T[\text{sgn}(\nu)\tilde{s}(\nu)]](t) = \frac{i}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{s(\tau)}{t - \tau} dt$$

für allgemeine Signale $s(t)$:

$$s_a(t) = s(t) + i\mathcal{H}[s](t)$$

mit der **Hilbert transform** $\mathcal{H}[s](t) = \frac{1}{\pi} P.V. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{s(\tau)}{t - \tau} d\tau$

analytisches Signal ist eine andere Darstellung des Signals,

jedoch mit **grossen Vorteilen**

im Allgemeinen:

$$\text{für alle } x(t) \in \mathcal{C} \rightarrow x(t) = R e^{i\phi}$$

R: amplitude
Φ: phase

$$s_a(t) = R(t)e^{i\phi(t)}$$

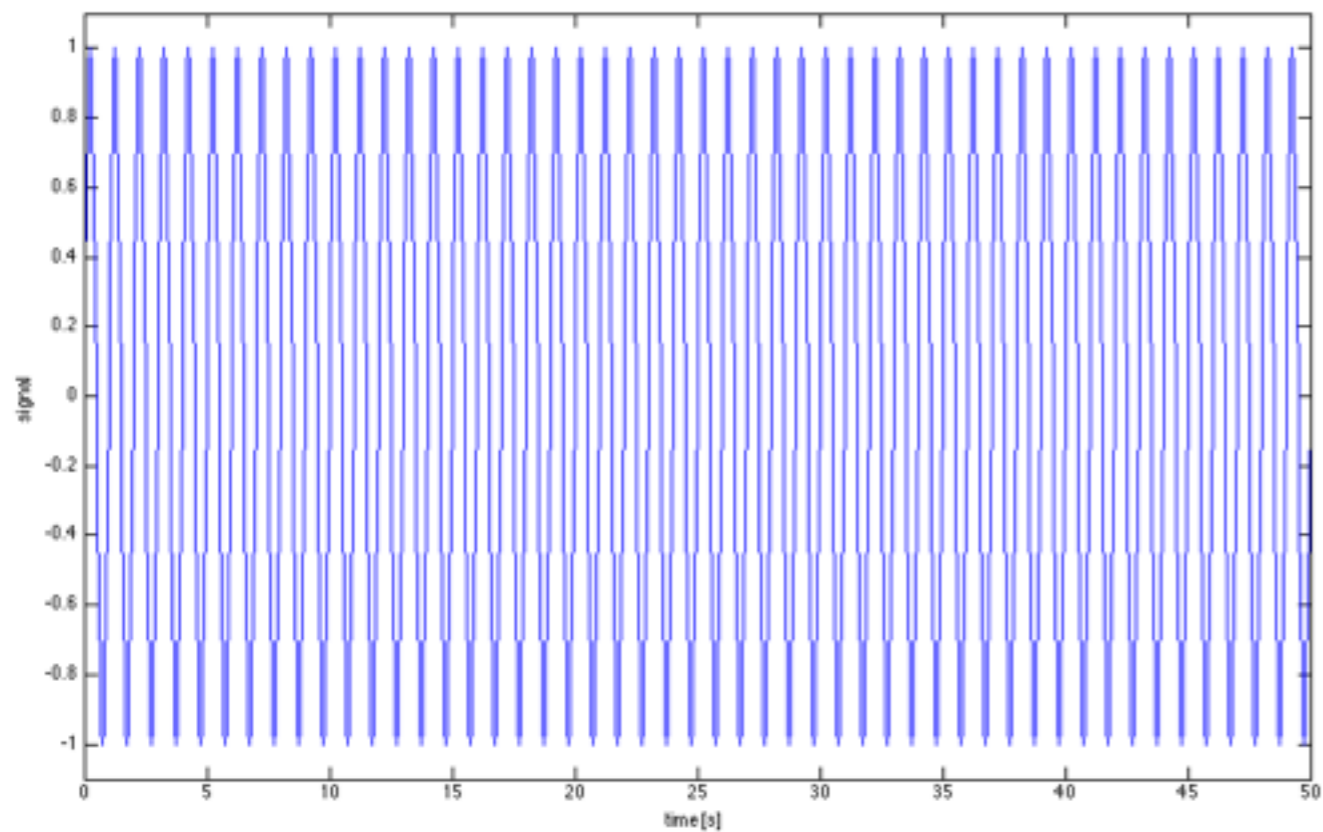
$R(t)$: instantane Amplitude

Φ : instantane Phase für $R \neq 0$

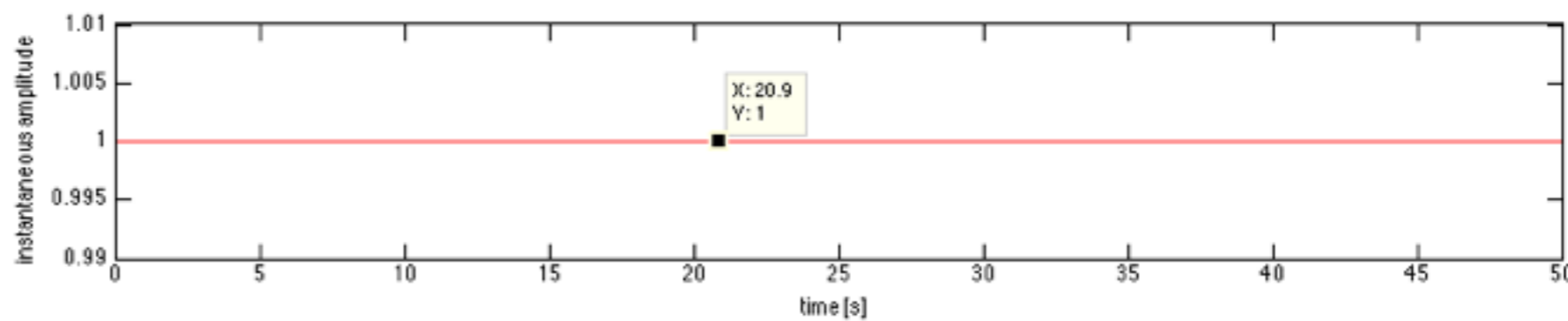


instantane Frequenz $f_a(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(t)}{dt}$

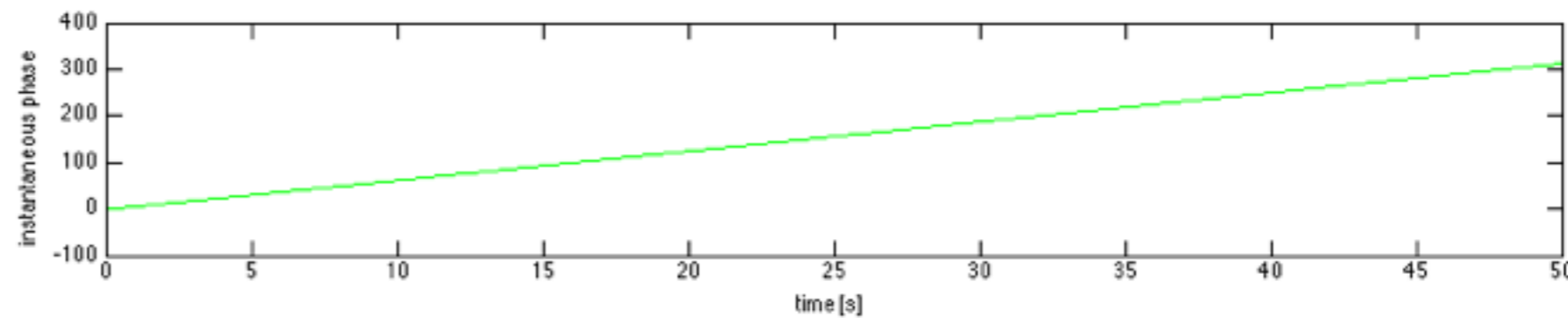
Beispiel



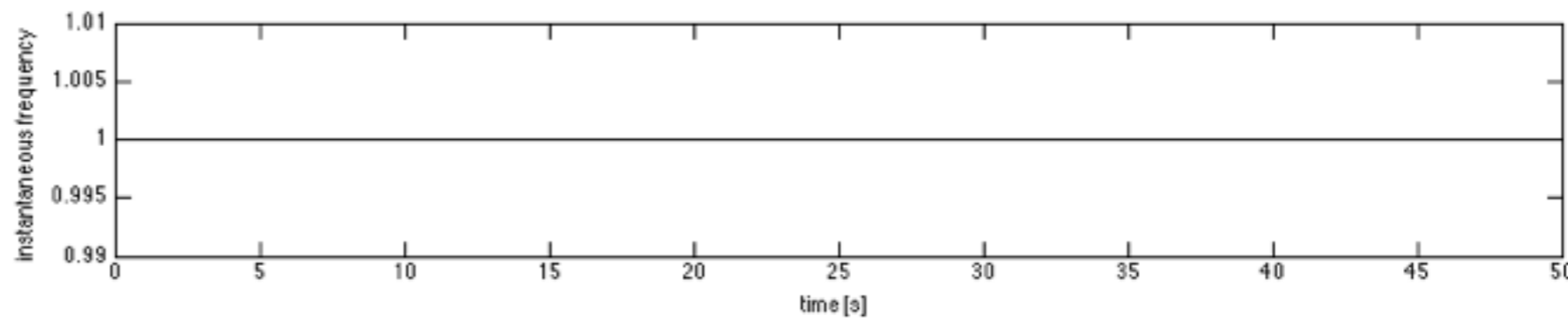
$R(t)$



$\Phi(t)$



$f_a(t)$



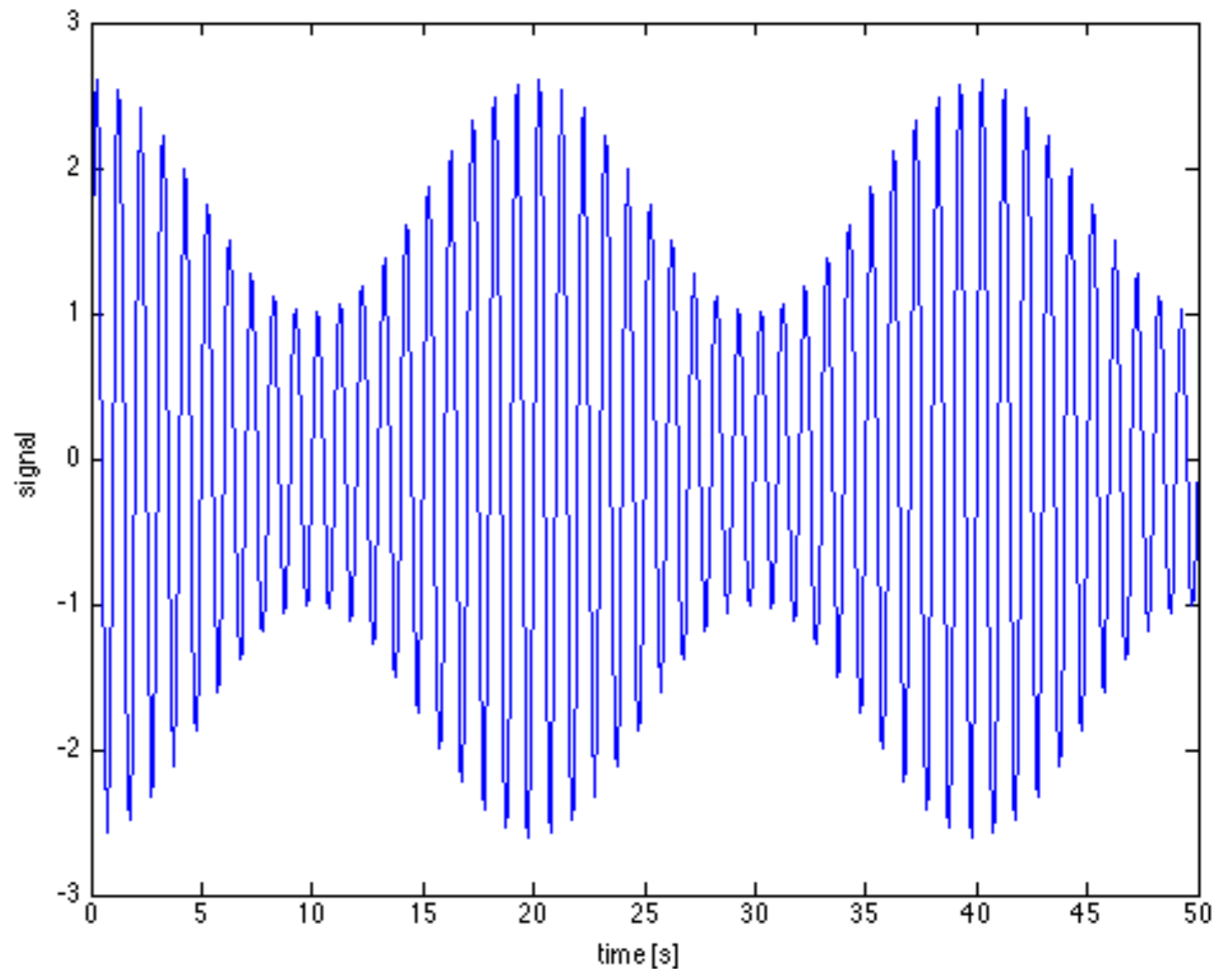
Beispiel: amplituden-moduliertes Signal (AM)

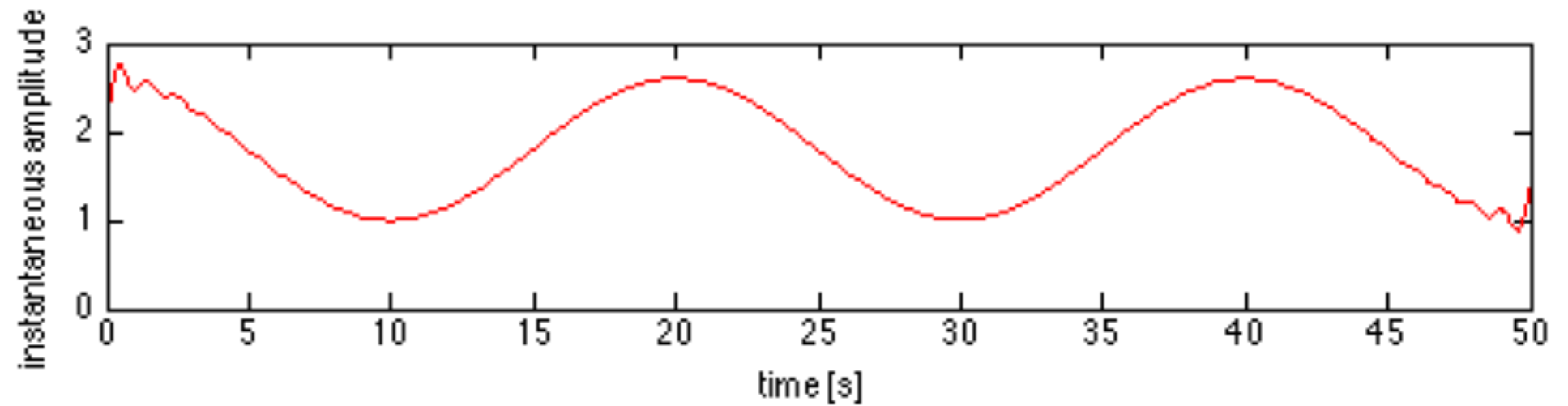
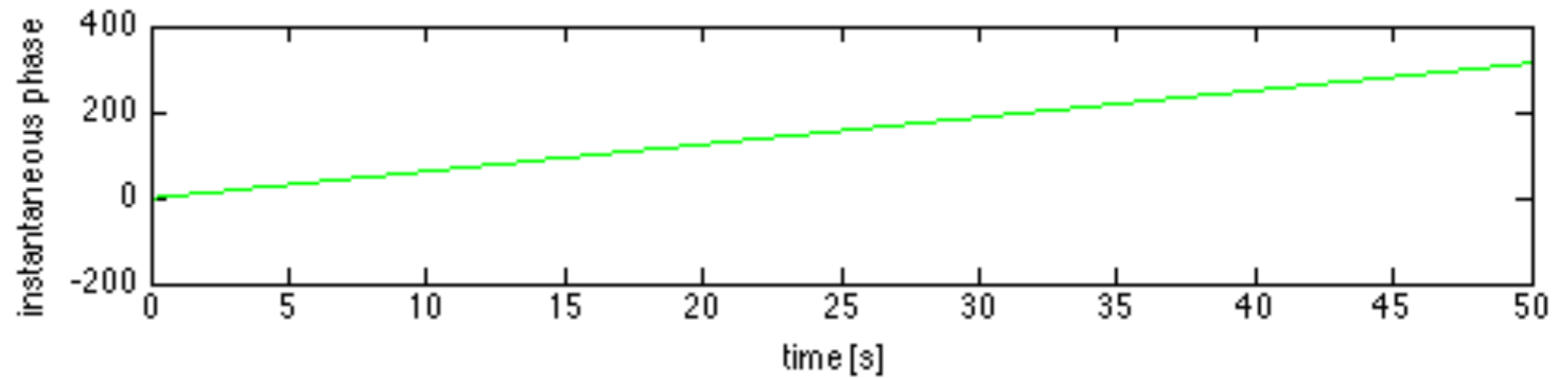
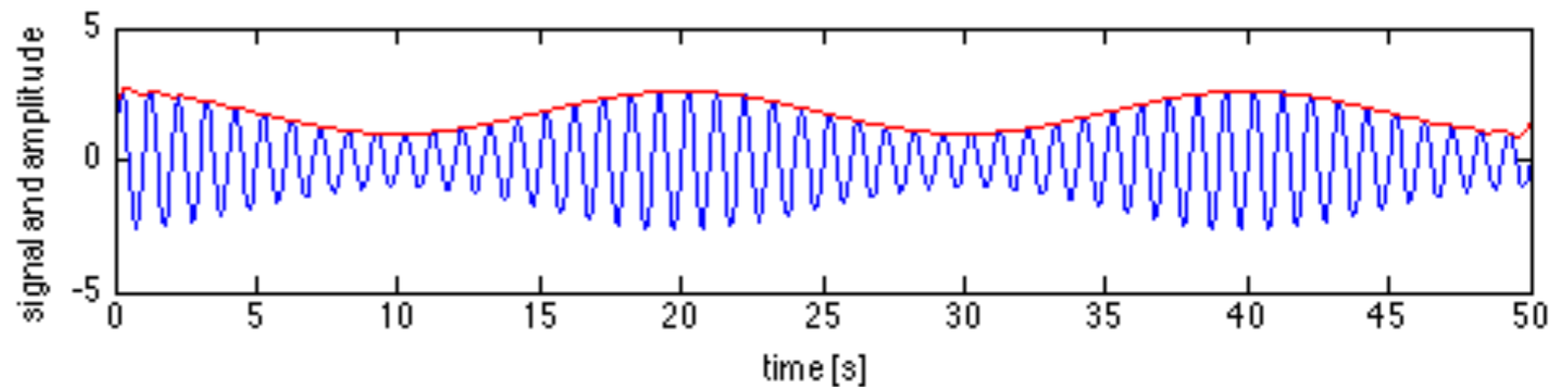
Beispiel: amplituden-moduliertes Signal (AM)

$$s(t) = [1 + 0.8 \cos(2\pi f_m t)] \sin(2\pi f t)$$

$$f_m = 0.05 \text{ Hz}, f = 1 \text{ Hz}$$

Schwebung



$R(t)$  $\Phi(t)$  $R(t)\cos(\Phi(t))$ 

analytisches Signal:
Bestimmung der instantanen Amplitude and Phase möglich

Seitenbemerkung:

$$\begin{aligned} s(t) &= [1 + 0.8 \cos(2\pi f_m t)] \sin(2\pi f t) \\ &= \sin(2\pi f t) + 0.4 \sin(2\pi(f + f_m)t) + 0.4 \sin(2\pi(f - f_m)t) \end{aligned}$$

3 Frequenzen: f , $f + f_m$, $f - f_m$

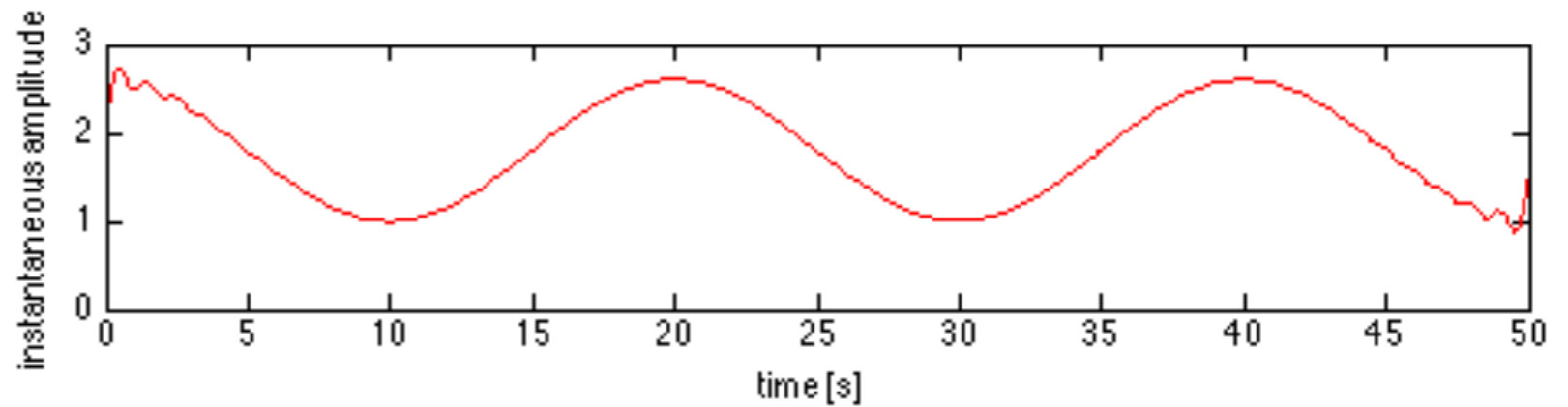
Amplitudenmodulation induziert Frequenz-Seitenbänder

$$s(t) = [1 + 0.8 \cos(2\pi f_m t)] \sin(2\pi f t)$$

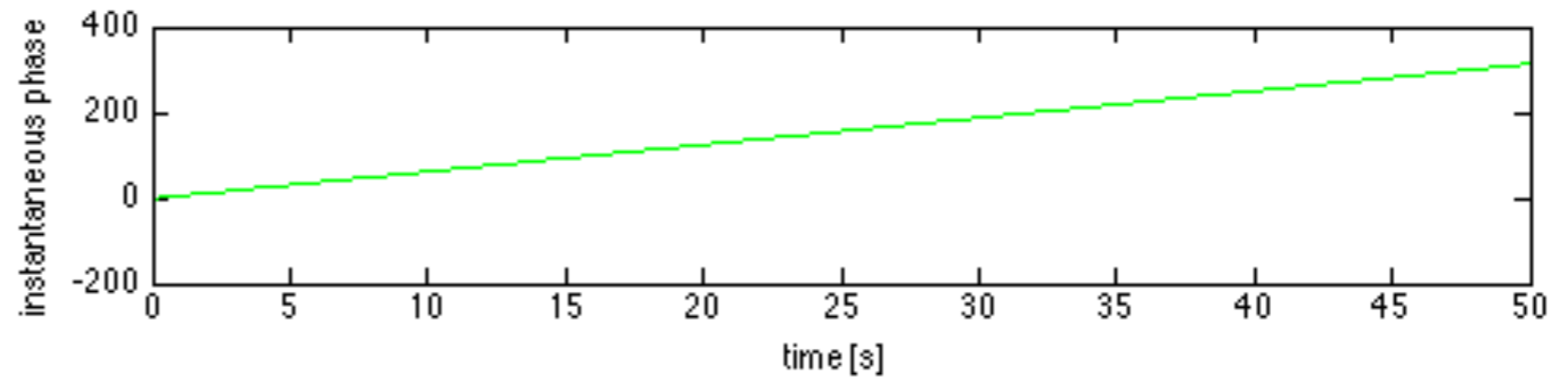
$$= \sin(2\pi f t) + 0.4 \sin(2\pi (f + f_m) t) + 0.4 \sin(2\pi (f - f_m) t)$$

Analyse:

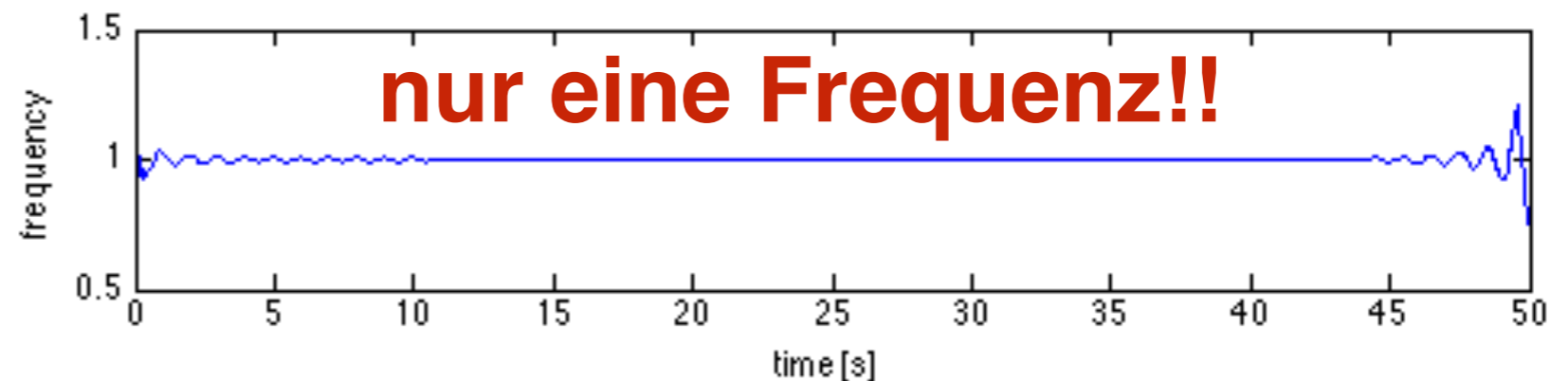
R(t)



$\Phi(t)$



$f_a(t)$



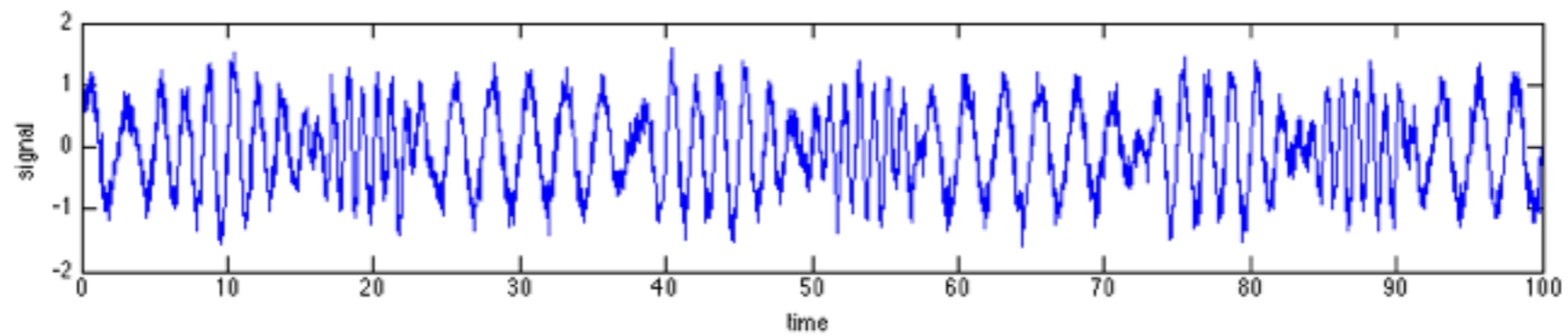
Analyse mittels Analytischem Signal zeigt ein Problem !!

Bemerkung: instantane Frequenz ist **nur** dann **interpretierbar**

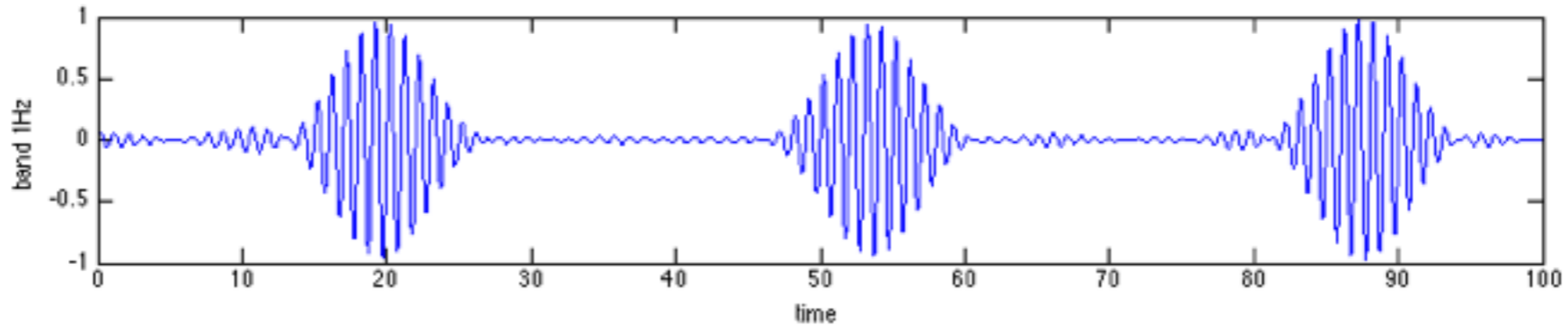
falls sie aus einem bandpass-begrenztem Signal

mit **einer Leistungsspitze** bestimmt wird.

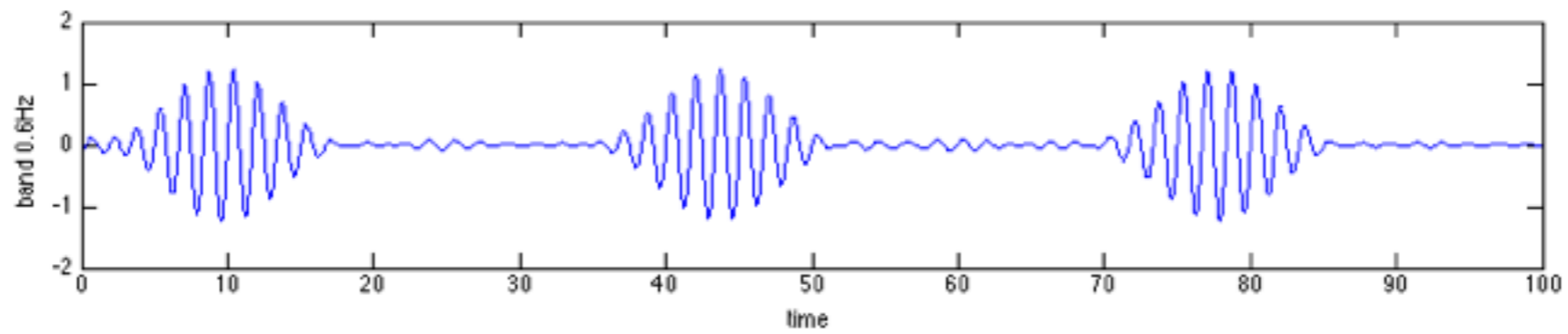
Anwendung auf bandpass-gefiltertes Signal



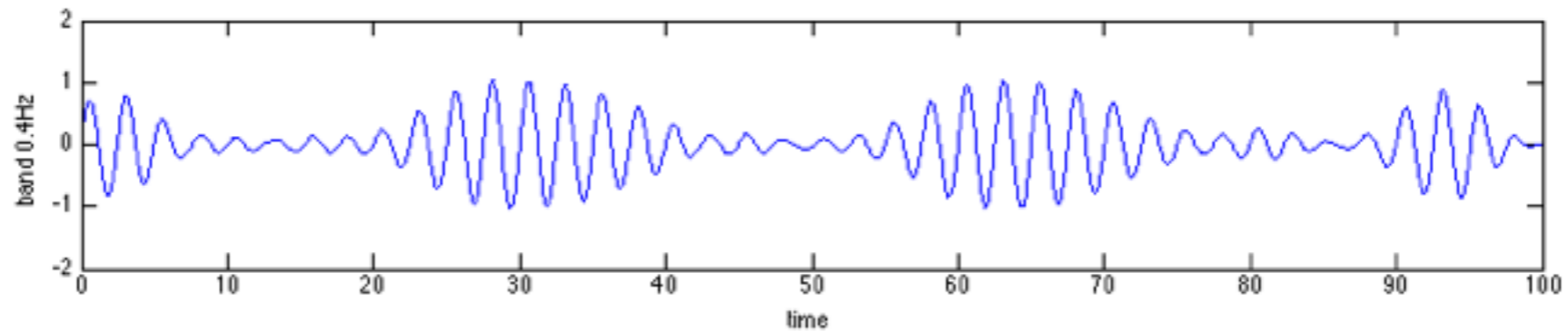
cut-off at
0.9Hz and 1.1Hz



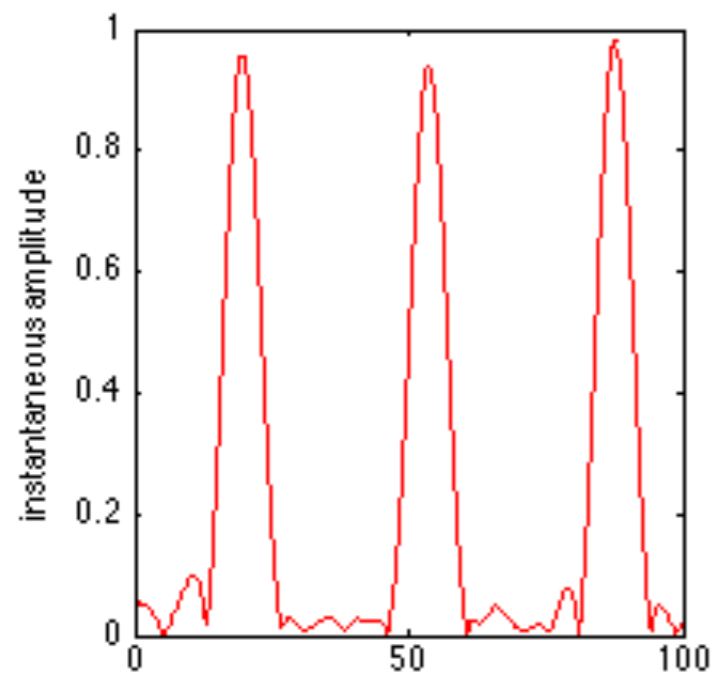
cut-off at
0.5Hz and 0.7Hz



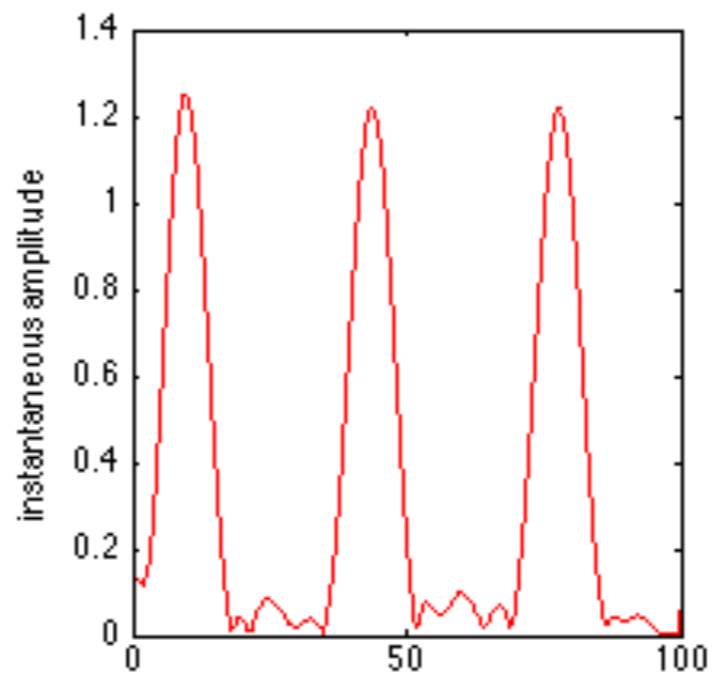
cut-off at
0.3Hz and 0.5Hz



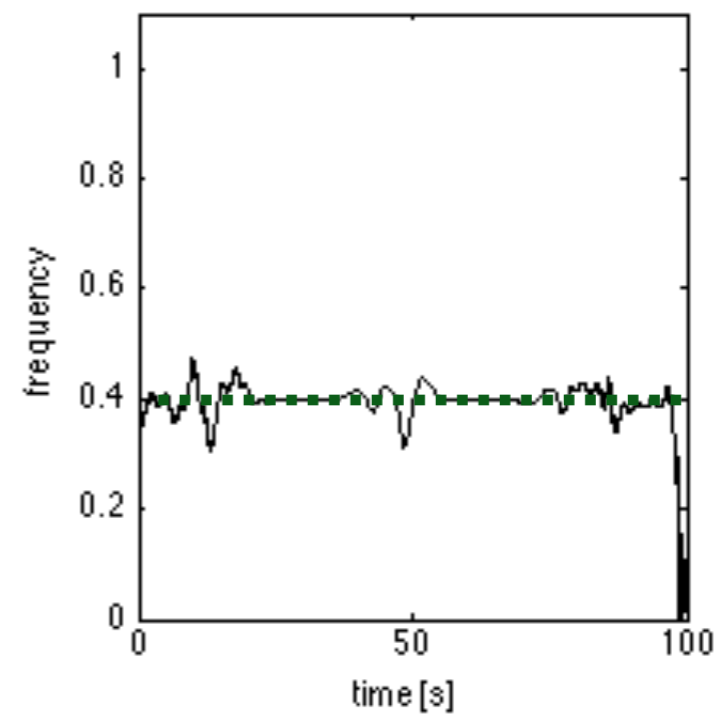
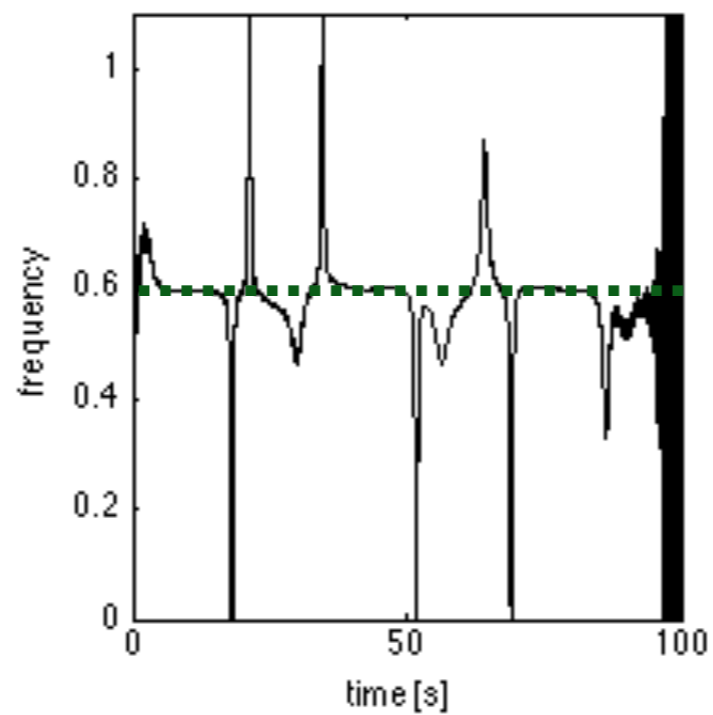
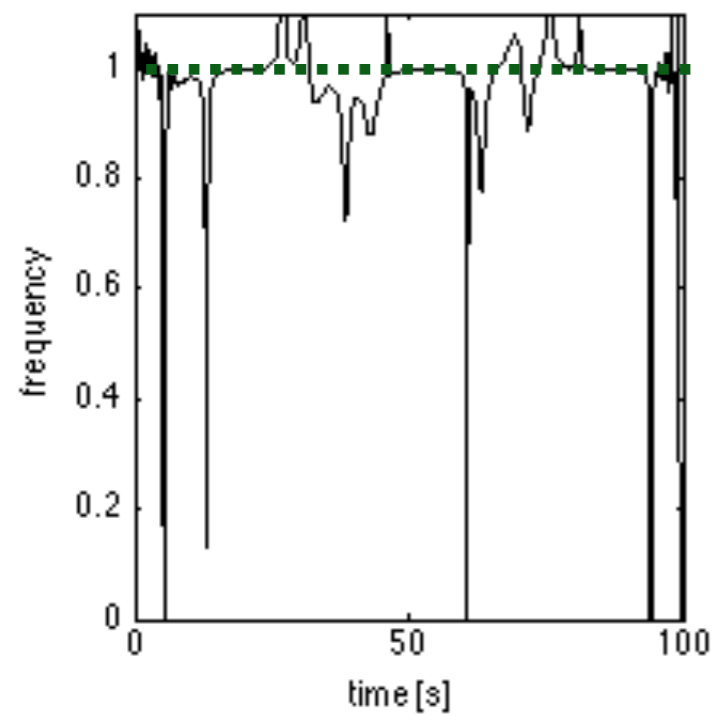
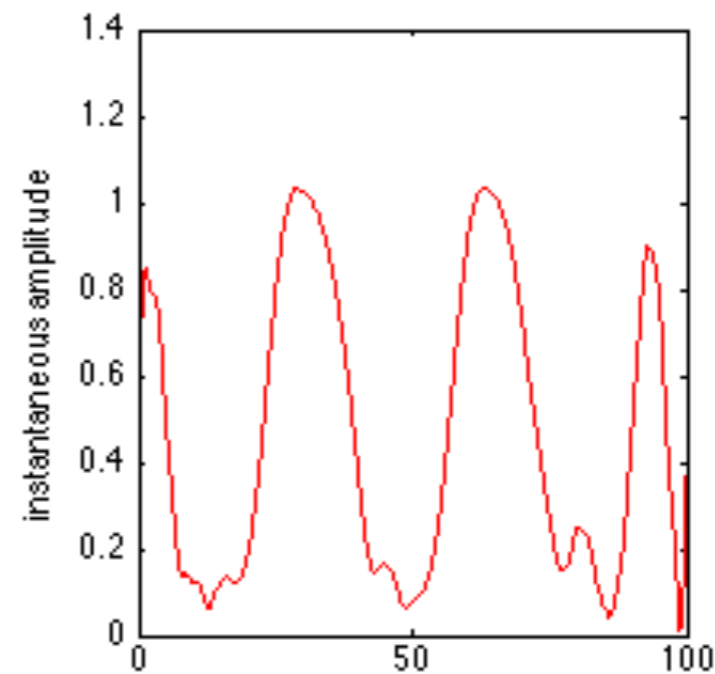
1Hz band



0.6Hz band



0.4Hz band



Konzept des Analytischen Signals wertvoll für

Bestimmung der Amplitudenmodulation,

aber **Vorsicht bei der Interpretation**

von instantanen Frequenzen

III. Zeit-Frequenz Analyse

Short-time Fourier Transform

Gabor Transformation

Lineare Filter

Wavelet Transformation

Konzept des Analytischen Signals

Weitere nichtlineare Methoden

Kurze Diskussion von weiteren Zeit-Frequenz Analysemethoden

1. reassignment spectrogram

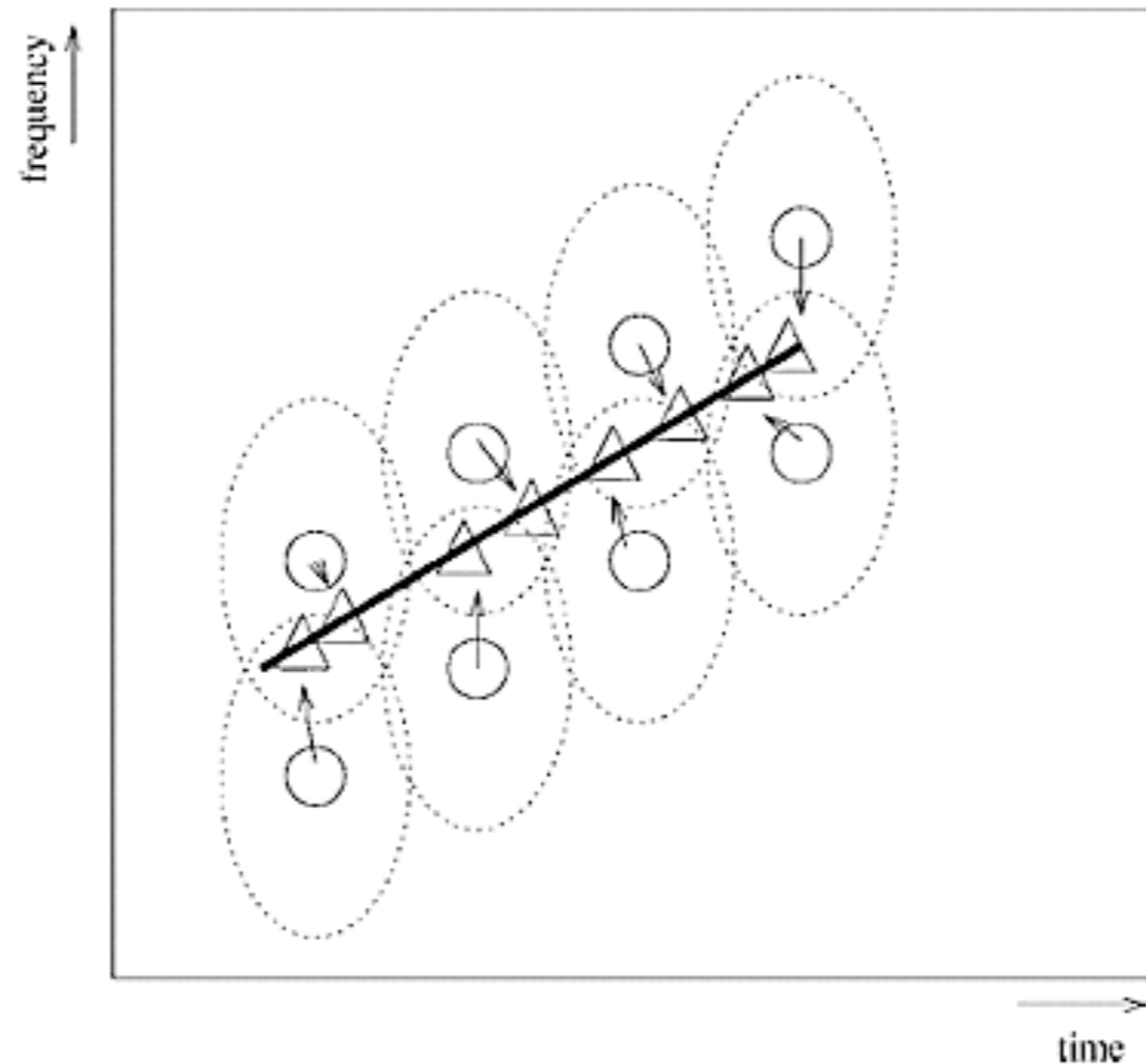


Fig. 1. Principle of the reassignment method in the case of a linear chirp. The dashed ellipses represent the analysis window. Circles represent the point of allocation of the energy in the case of spectrogram (geometric center of the window), and the triangles the point of reallocation (center of gravity of energy).

.... weiteren Zeit-Frequenz Analysemethoden

2. Wigner-Ville Verteilung

Betrachte nicht-stationäre Korrelationsfunktion eines Signals $x(t)$

$$C(t_1, t_2) = \langle (x(t_1) - \mu(t_1)) (x(t_2) - \mu(t_2)) \rangle$$

$$t = (t_1 + t_2)/2, \quad \tau = t_1 - t_2$$

$$C(t_1, t_2) = C\left(t + \frac{\tau}{2}, t - \frac{\tau}{2}\right)$$

Ansatz für zeit-aufgelöstes Leistungsspektrum:

$$W_x(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} C\left(t + \frac{\tau}{2}, t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-i2\pi f\tau} d\tau$$

.... weiteren Zeit-Frequenz Analysemethoden

3. Empirical Mode Decomposition (EMD)

Ziel:

zerlege iterativ Zeitserie $s(t)$ so in Einzelzeitserien (*Intrinsic Mode Functions IMF*), dass IMFs gleich viele lokale Extrema wie Nulldurchgänge hat. Dann

$$s(t) = \sum_{n=1}^N IMF_n(t) + r(t)$$

EMD ist ein numerisches Verfahren, um instantane Frequenzen zu bestimmen.

I. Einleitung

II. Fourier Analyse

III. Zeit-Frequenz Analyse

IV. Synchronisation

IV. Synchronisation

1. Historie und Definition
2. Statistische Analyse von verschiedenen Datentypen
3. Vollständige und partielle Synchronisation
4. Amplituden- und Phasensynchronisation

IV. Synchronisation

1. Historie und Definition
2. Statistische Analyse von verschiedenen Datentypen
3. Vollständige und partielle Synchronisation
4. Amplituden- und Phasensynchronisation

1. Historie und Definition

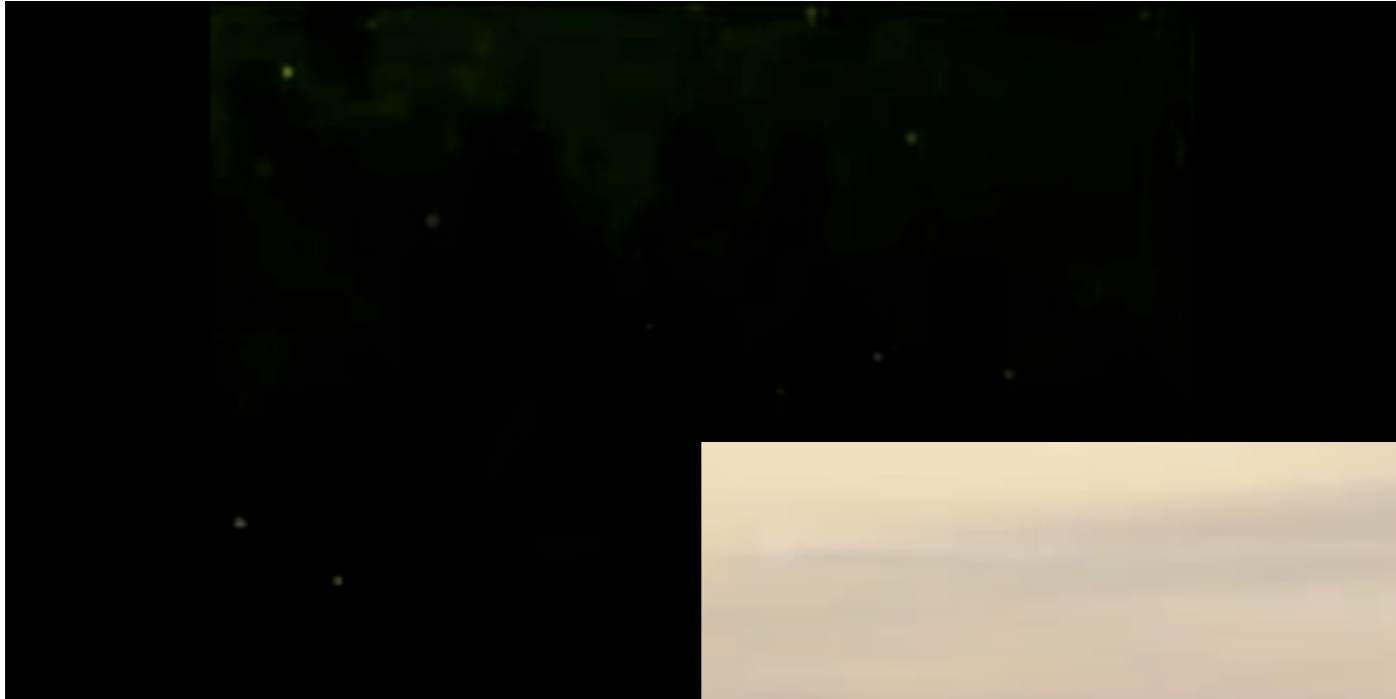
Beispiele von Synchronisation



Glühwürmchen

1. Historie und Definition

Beispiele von Synchronisation



Vogelschwarm

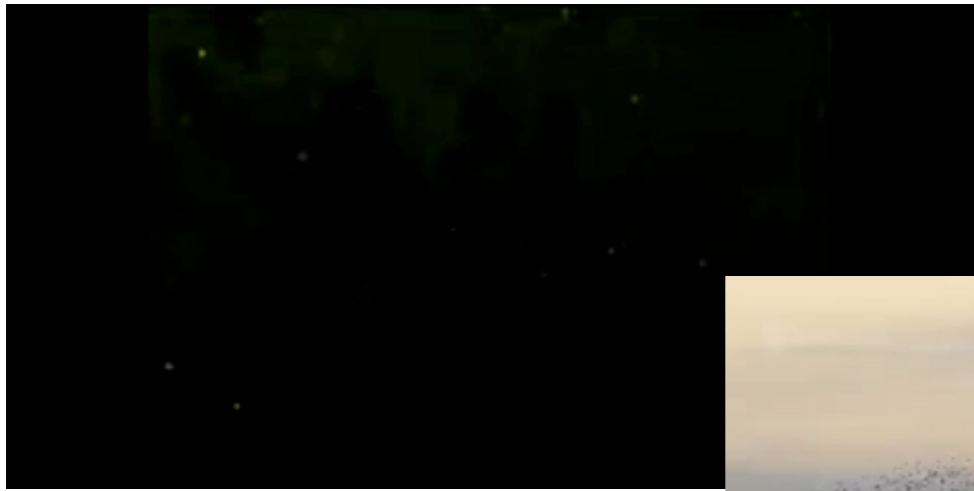


Was steckt dahinter ?

Was steckt dahinter ?

Gut zu sehen an Metronomen:





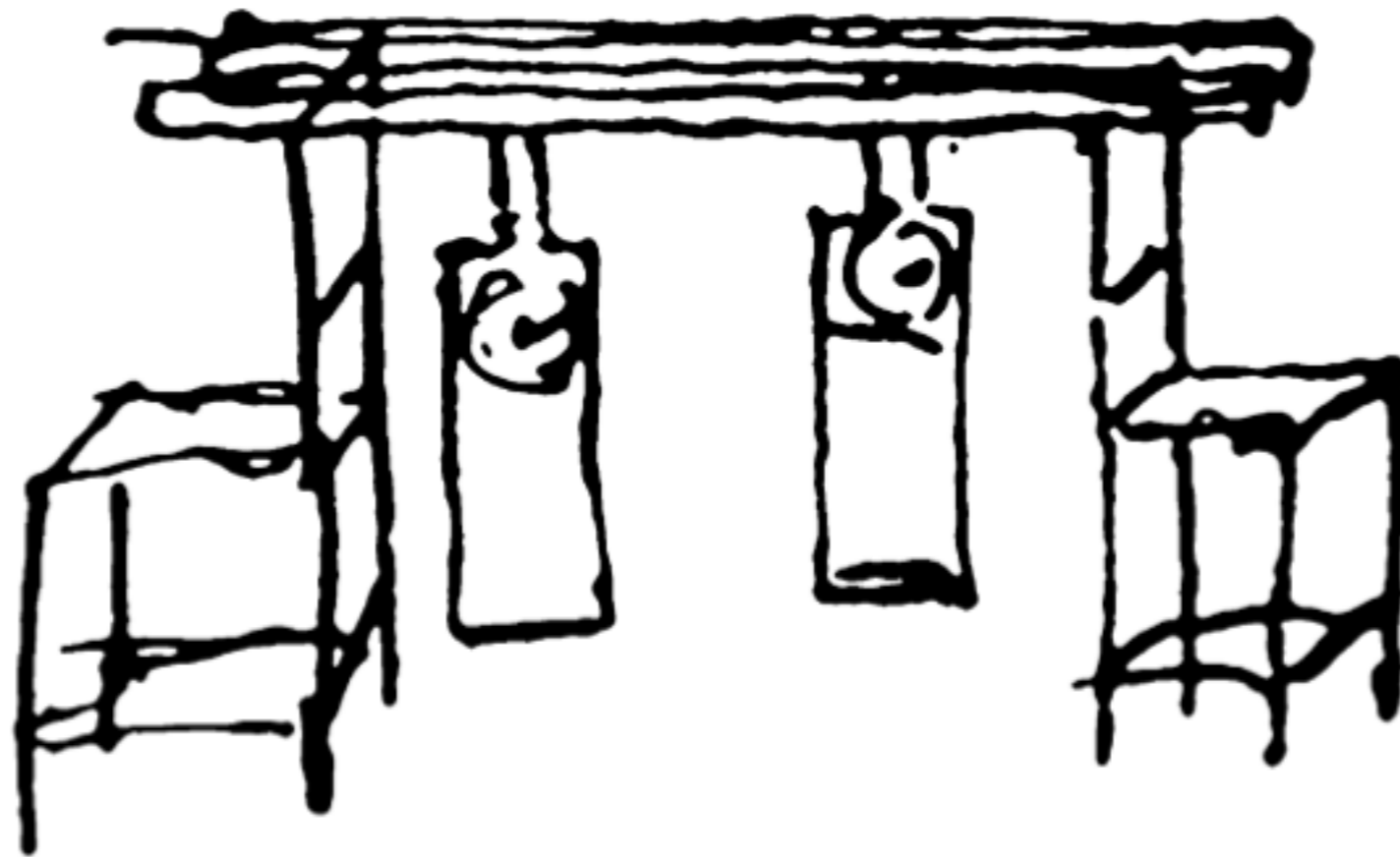
Ursache der Synchronisation:

leichte Wechselwirkung der Einzelelemente

- erster Fund des Synchronisationseffekts in Pendeln durch Christian Huygens um das Jahr **1656**.

- erster Fund des Synchronisationseffekts in Pendeln durch Christian Huygens um das Jahr **1656**.

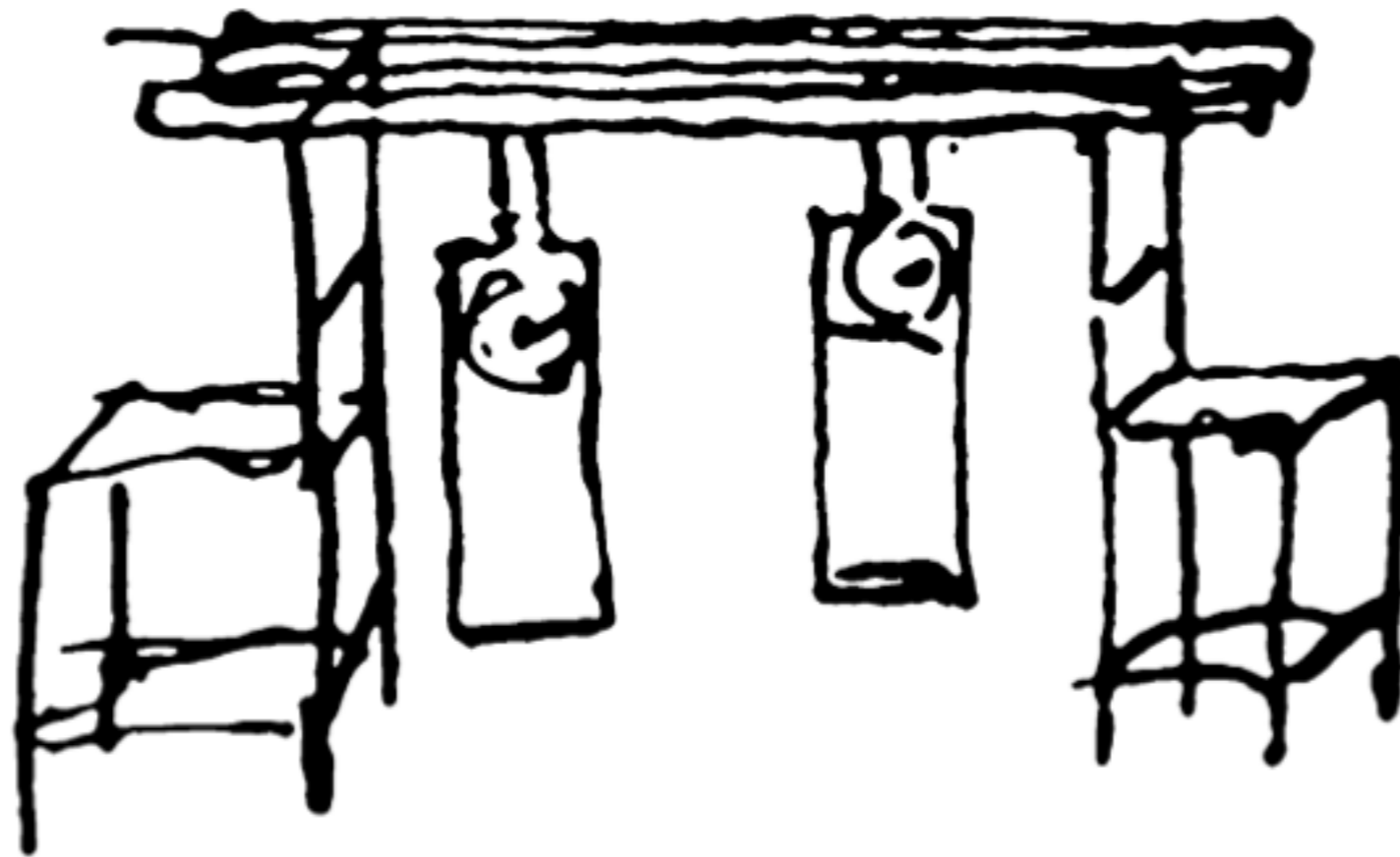
Erklärung: schwache Wechselwirkung zwischen Pendel



aus Pikovsky, Rosenblum und Kurths, *Synchronization*, Cambridge University Press (2001)

- erster Fund des Synchronisationseffekts in Pendeln durch Christian Huygens um das Jahr **1656**.

Erklärung: schwache Wechselwirkung zwischen Pendel



aus Pikovsky, Rosenblum und Kurths, *Synchronization*, Cambridge University Press (2001)

mutual synchronization

- heute:

Unterscheidung zwischen vollständiger und partieller Synchronisation

- heute:

Unterscheidung zwischen vollständiger und partieller Synchronisation

S. nicht nur in Systemen mit einer Frequenz, auch zwischen chaotischen Systemen möglich

- heute:

Unterscheidung zwischen vollständiger und partieller Synchronisation

S. nicht nur in Systemen mit einer Frequenz, auch zwischen chaotischen Systemen möglich

Im allgemeinen:

Für **aktive selbst-bestimmte Oszillatoren** kann eine schon **schwache Wechselwirkung** eine Anpassung der Frequenz, Phase und Amplitude verursachen

Wichtig:

falls wechselwirkende Elemente im System **keine Oszillatoren** sind oder **nicht selbst-bestimmt** oszillieren, so liegt einem gemeinsamen Verhalten **keine Synchronisation** zugrunde.

Wichtig:

falls wechselwirkende Elemente im System **keine Oszillatoren** sind oder **nicht selbst-bestimmt** oszillieren, so liegt einem gemeinsamen Verhalten **keine Synchronisation** zugrunde.

Beispiel:

- getriebener gedämpfter Oszillator zeigt Resonanz

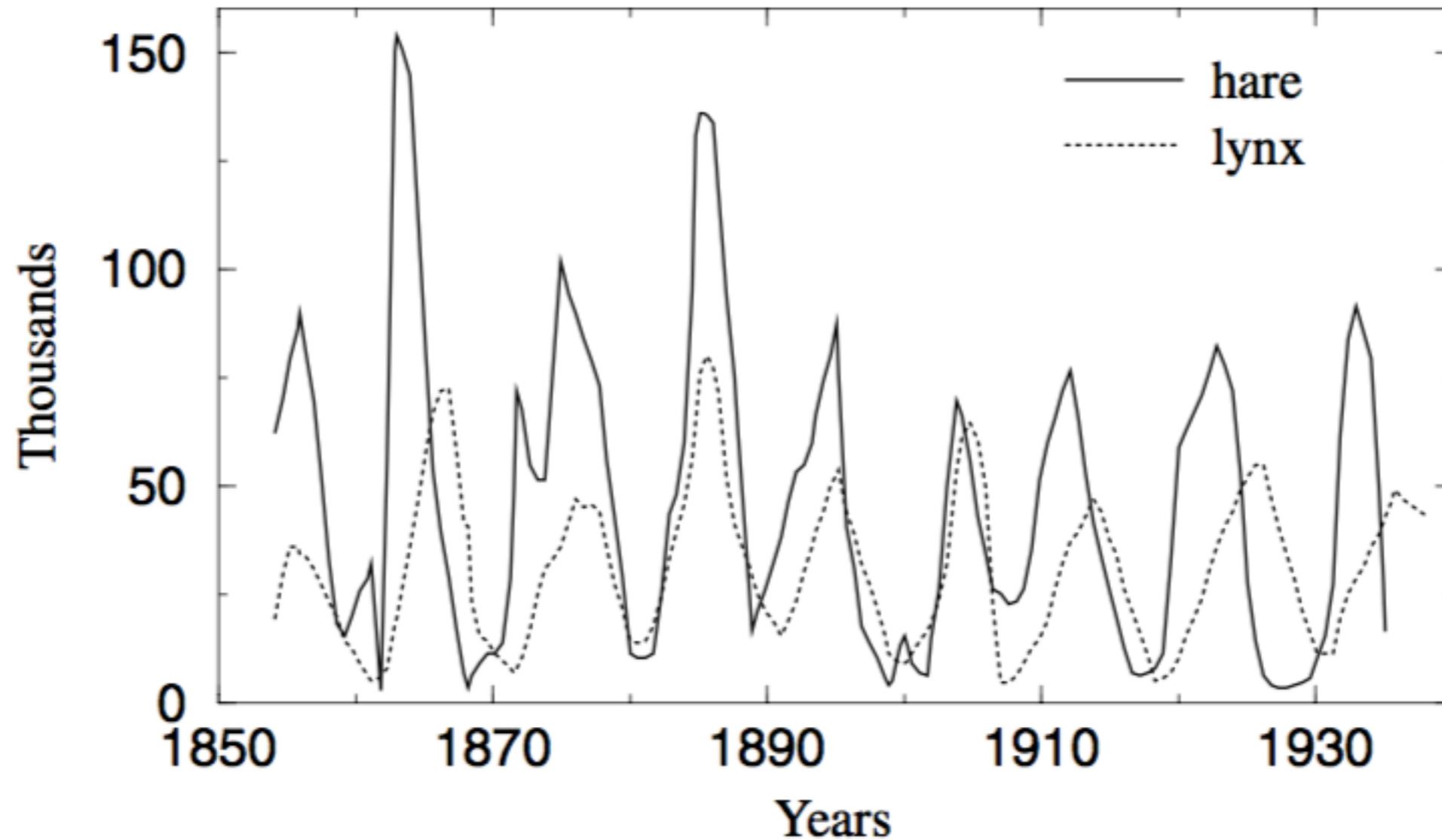
Wichtig:

falls wechselwirkende Elemente im System **keine Oszillatoren** sind oder **nicht selbst-bestimmt** oszillieren, so liegt einem gemeinsamen Verhalten **keine Synchronisation** zugrunde.

Beispiel:

- getriebener gedämpfter Oszillator zeigt Resonanz
- wechselwirkende Systeme, die selbst nicht oszillieren, wie Jäger und Beute im Lotka-Volterra Modell

Messdaten der Population von Luchs und Hase



aus Pikovsky, Rosenblum und Kurths, *Synchronization*, Cambridge University Press (2001)

Frage:

**Wie kann man feststellen, ob es
wechselwirkende selbst-oszillierende Untersysteme gibt,
wenn man gemeinsames Verhalten beobachtet ?**

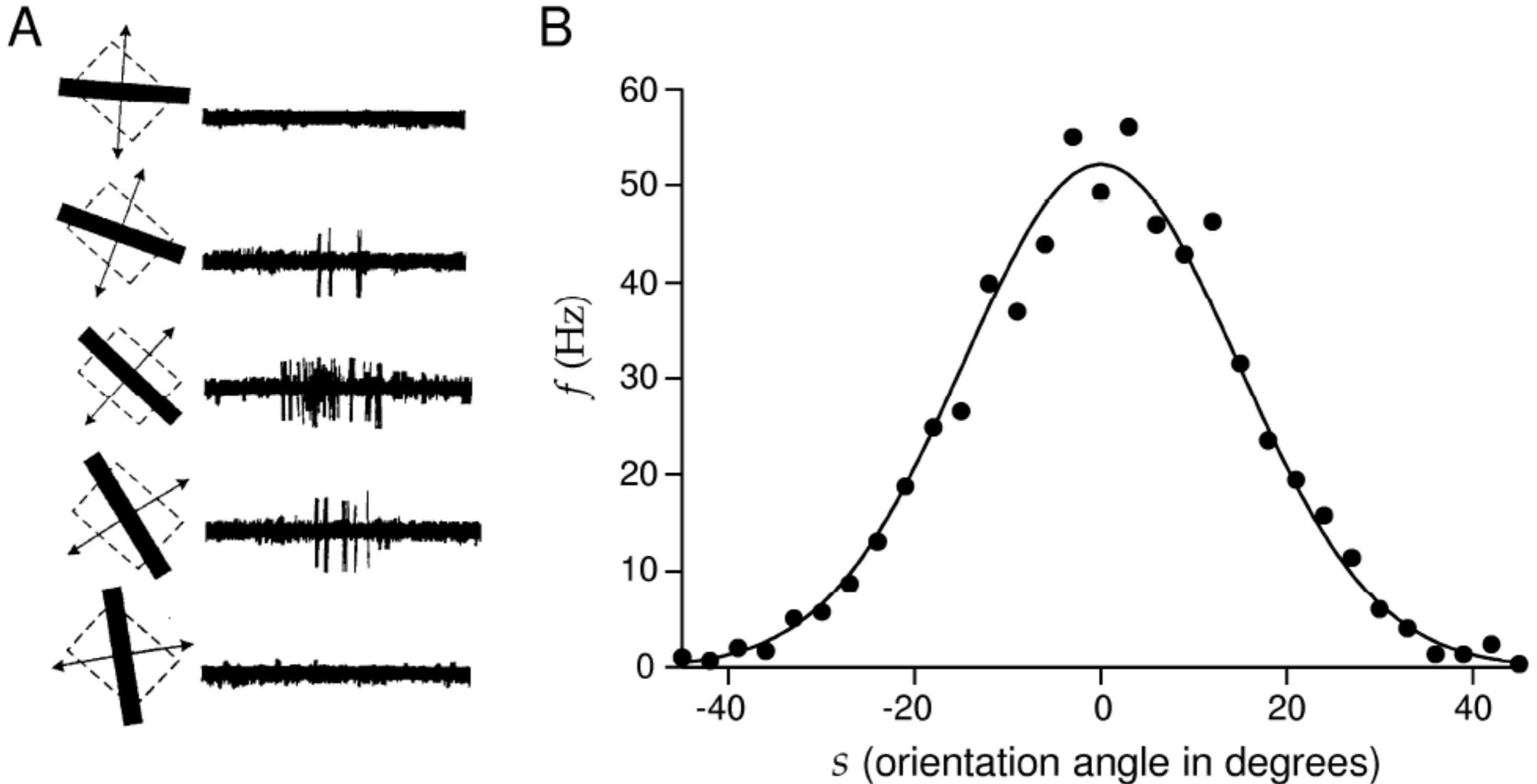
Frage:

**Wie kann man feststellen, ob es
wechselwirkende selbst-oszillierende Untersysteme gibt,
wenn man gemeinsames Verhalten beobachtet ?**

???????

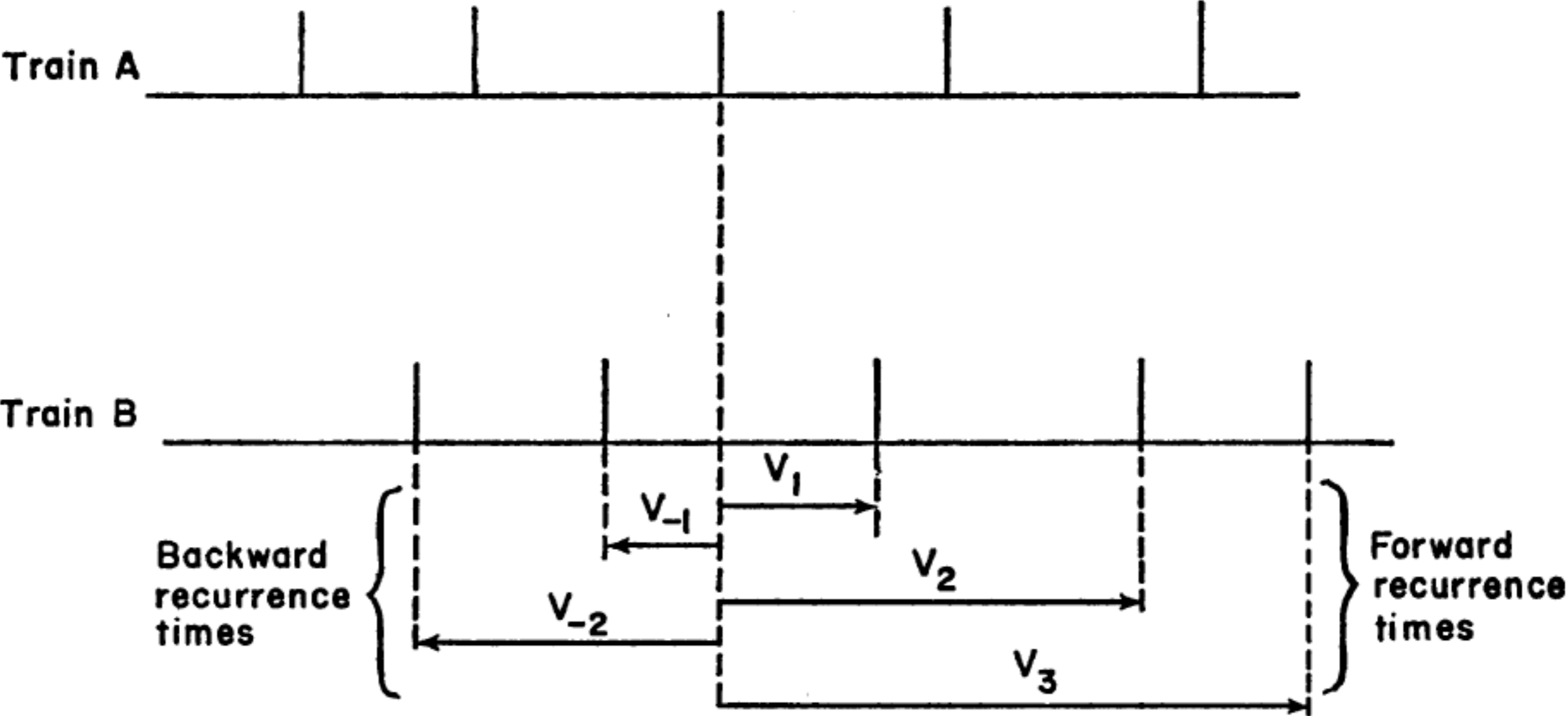
Beispiel für Synchronisation im Gehirn

Experiment: Informationsverarbeitung im visuellen Cortex



Vergleich der spike trains mehrerer Neuronen:

Skizze:



Korrelationsfunktion für *spike trains* $x_A(t)$ und $x_B(t)$:

Korrelationsfunktion für *spike trains* $x_A(t)$ und $x_B(t)$:

$C(\tau) = \lim$ Wahrscheinlichkeit{

spike in x_A im Intervall $[t_0 + \tau; t_0 + \tau + \Delta\tau]$ |

spike in x_B im Interval $[t_0 + \Delta\tau]$

}

Korrelationsfunktion für *spike trains* $x_A(t)$ und $x_B(t)$:

$C(\tau) = \lim$ Wahrscheinlichkeit{

spike in x_A im Intervall $[t_0 + \tau; t_0 + \tau + \Delta\tau]$ |

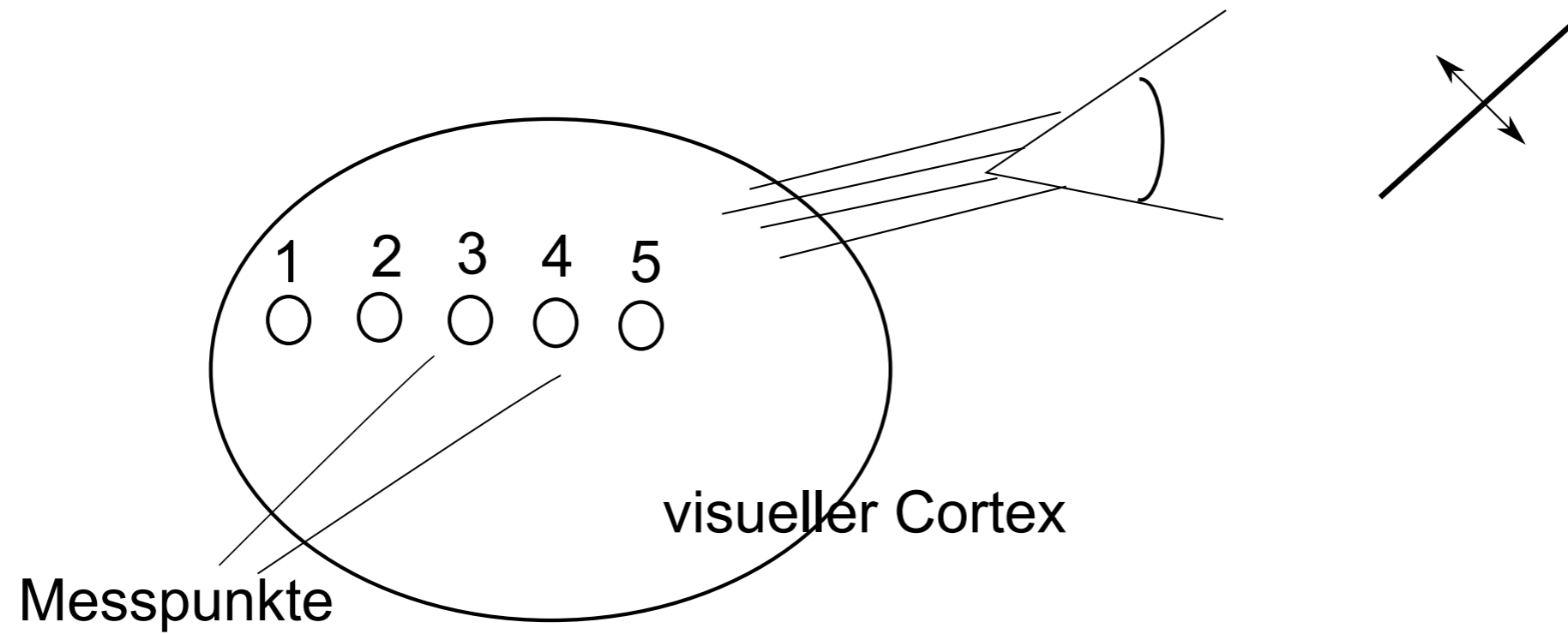
spike in x_B im Interval $[t_0 + \Delta\tau]$

}

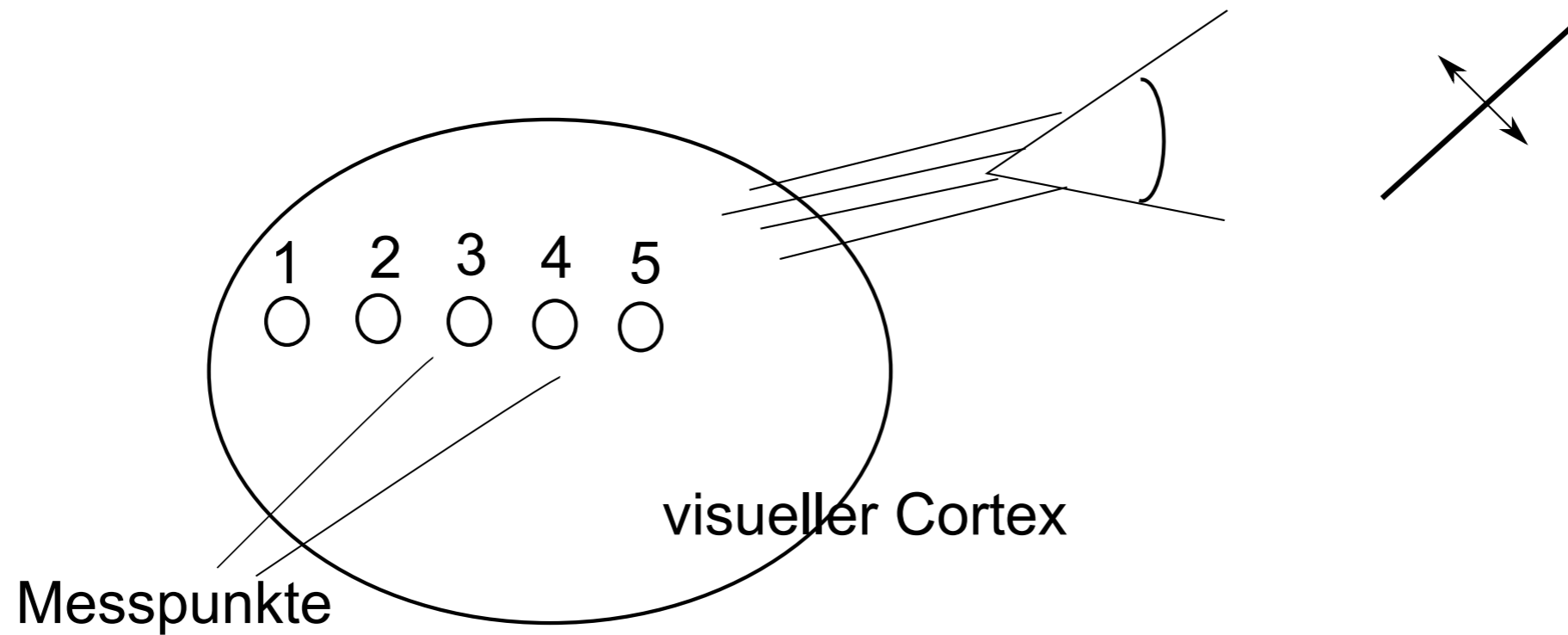
ähnlich der Korrelationsfunktion von kontinuierlichen Variablen:

$$C(\tau) = E[x_A(t)x_B(t+\tau)]$$

Experiment: Synchronisation im visuellen Cortex der Katze

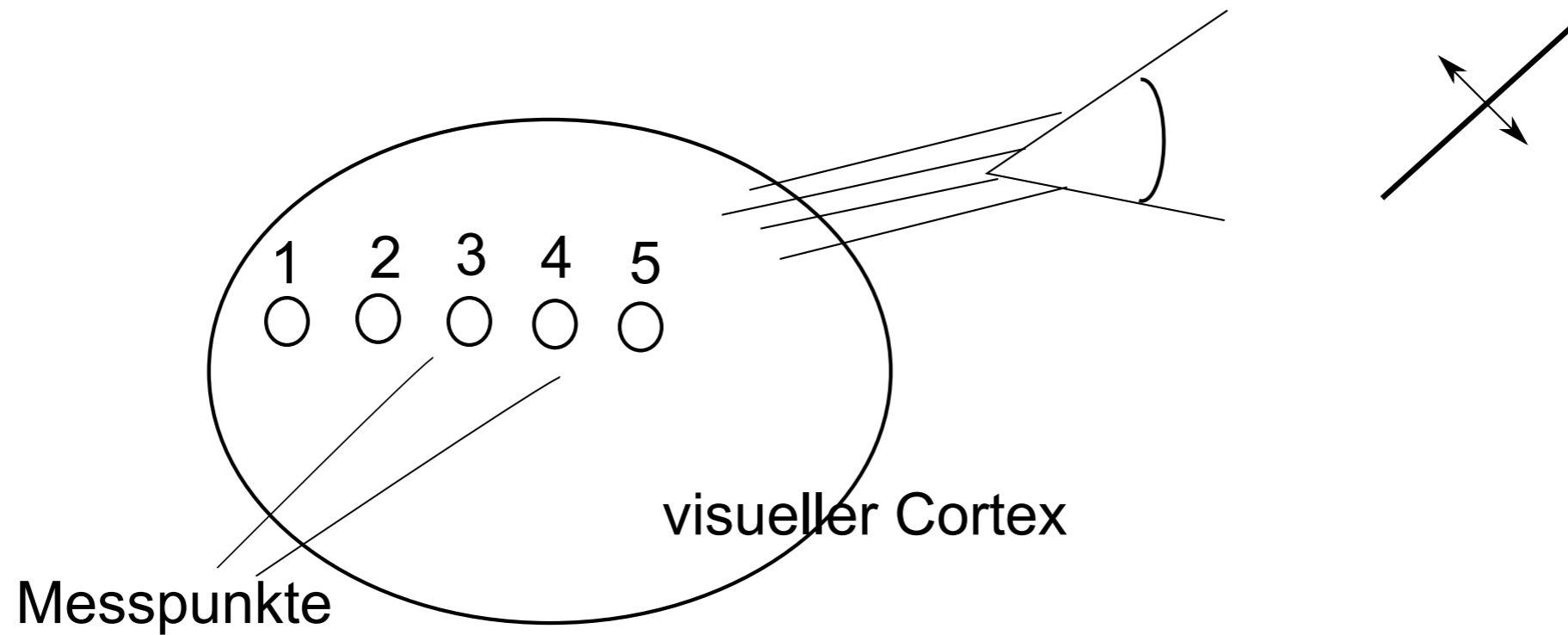


Experiment: Synchronisation im visuellen Cortex der Katze



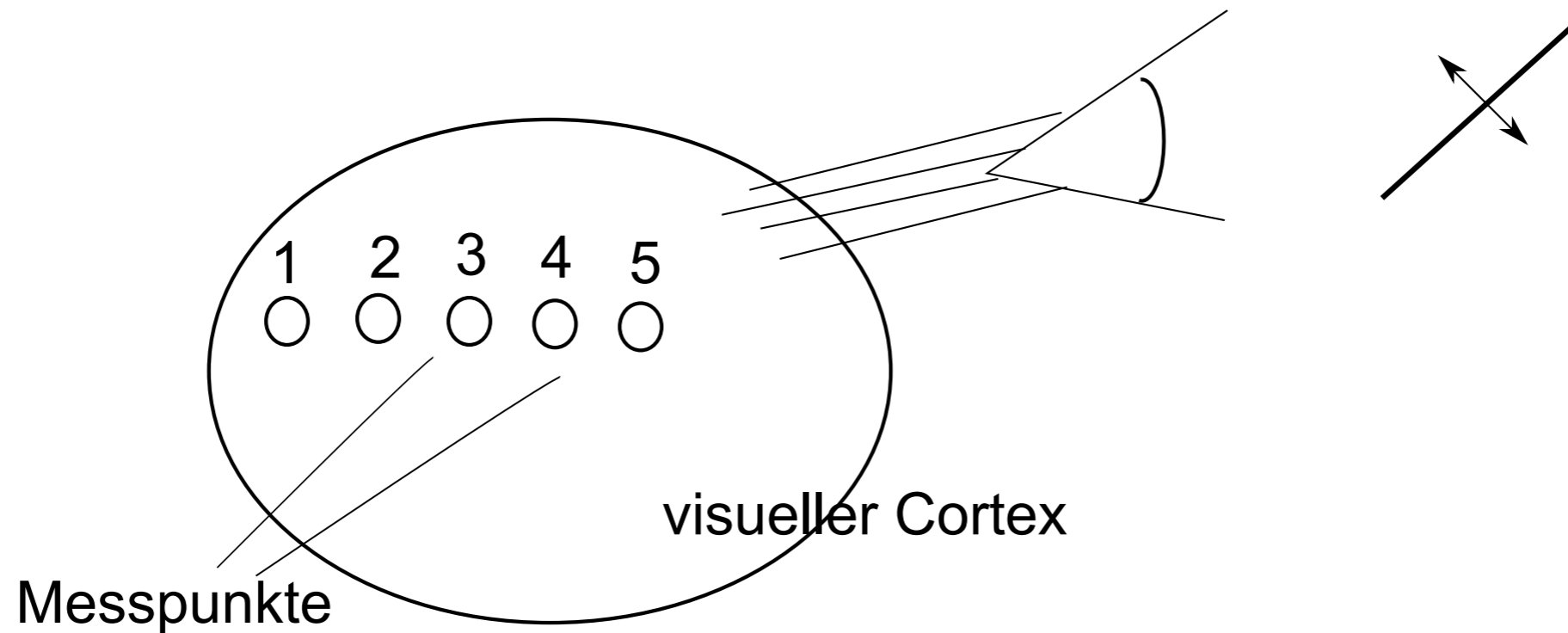
- an jedem Messpunkt misst man Aktionspotentiale (AP)

Experiment: Synchronisation im visuellen Cortex der Katze



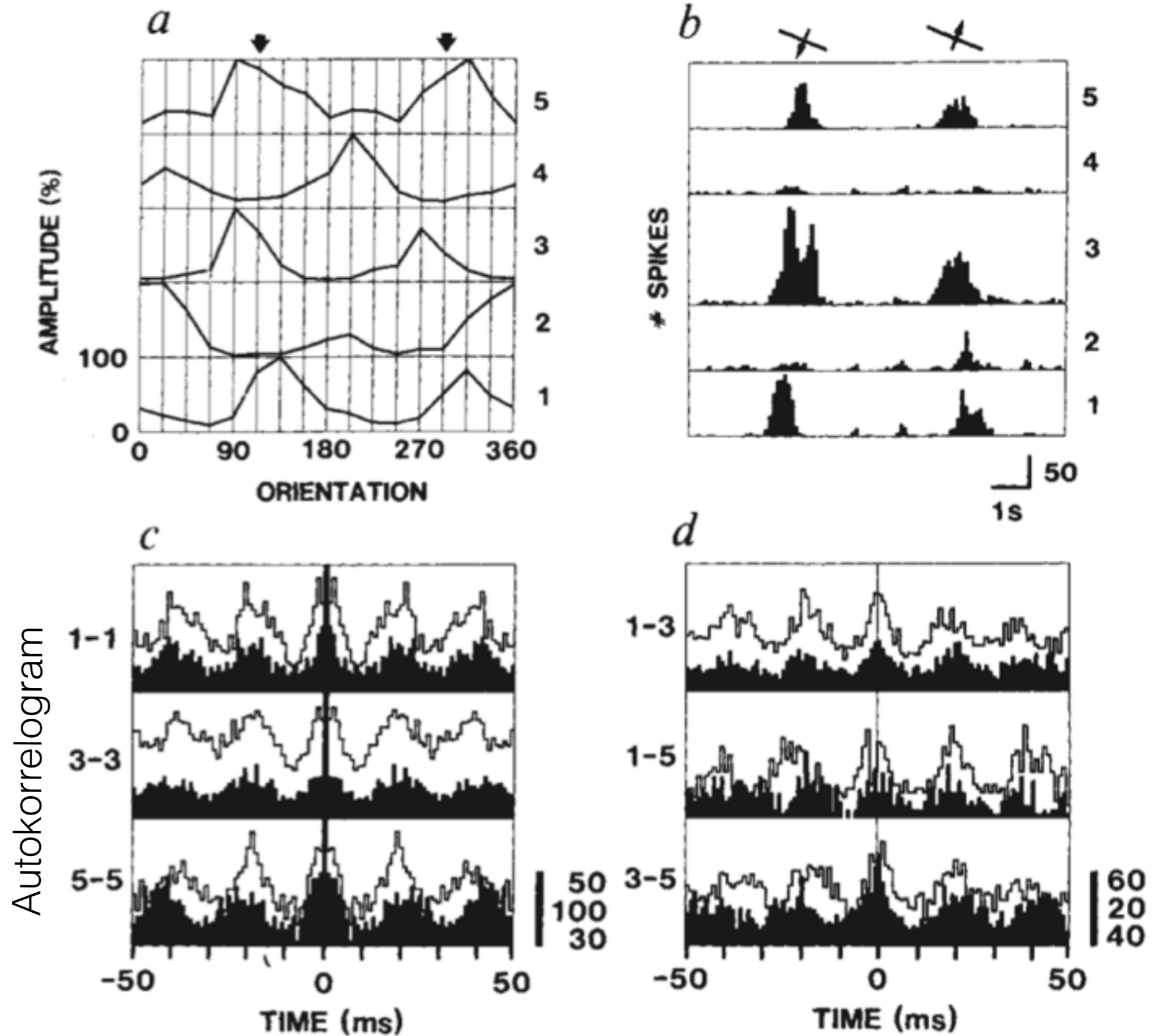
- an jedem Messpunkt misst man Aktionspotentiale (AP)
- AP haben die Form eines spikes

Experiment: Synchronisation im visuellen Cortex der Katze



- an jedem Messpunkt misst man Aktionspotentiale (AP)
- AP haben die Form eines spikes
- Frage: sind räumlich getrennte Neuronen synchronisiert ?

Experimentelle Daten in Neuronen im visuellen Cortex der Katze:



(aus Grey et al., Nature (1986))

einfaches Modell:

$$x_A(t) = \cos(2\pi\nu t) , \quad x_B(t) = \cos(2\pi\nu t + \phi)$$

einfaches Modell:

$$x_A(t) = \cos(2\pi\nu t) , \quad x_B(t) = \cos(2\pi\nu t + \phi)$$

$$C(\tau) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x_A(t)x_B(t + \tau)dt$$

einfaches Modell:

$$x_A(t) = \cos(2\pi\nu t) , \quad x_B(t) = \cos(2\pi\nu t + \phi)$$

$$\begin{aligned} C(\tau) &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x_A(t)x_B(t + \tau) dt \\ &= \left(\frac{1}{2} + \frac{\sin \omega T}{2\omega T} \right) \cos(\phi + \omega\tau) \end{aligned}$$

einfaches Modell:

$$x_A(t) = \cos(2\pi\nu t) , \quad x_B(t) = \cos(2\pi\nu t + \phi)$$

$$\begin{aligned} C(\tau) &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x_A(t)x_B(t + \tau) dt \\ &= \left(\frac{1}{2} + \frac{\sin \omega T}{2\omega T} \right) \cos(\phi + \omega\tau) \end{aligned}$$

$$C(0) \sim \cos(\phi)$$

einfaches Modell:

$$x_A(t) = \cos(2\pi\nu t) , \quad x_B(t) = \cos(2\pi\nu t + \phi)$$

$$\begin{aligned} C(\tau) &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x_A(t)x_B(t + \tau) dt \\ &= \left(\frac{1}{2} + \frac{\sin \omega T}{2\omega T} \right) \cos(\phi + \omega\tau) \end{aligned}$$

$$C(0) \sim \cos(\phi)$$

beide Oszillatoren haben Phase $\phi=0$,

falls $C(\tau)$ ein Maximum bei $\tau=0$ hat