8. Übung der Vorlesung *Verfahren der Datenanalyse gemessener Signale*
Wintersemester 2017/2018, Universität Frankfurt am Main
Dozent: PD Axel Hutt (axel.hutt@dwd.de)
abzugeben bis 18. Januar 2018, auf Papier oder per email

Nicht-stationäre Signale sollten nicht mit Verfahren untersucht werden, die Stationarität annehmen, da dann wichtige Informationen über zeitliche Veränderungen verloren gehen. Zu diesem Zweck ist es sehr nützlich, Verfahren mit einem *gleitenden Zeitfenster* zu verwenden, wie es bei linearen Filtern verwendet wird. Das nicht-stationäre Signal kann dann in dem Zeitfenster zu verschiedenen Zeitpunkten mit stationären Verfahren analysiert werden.

1. **Savitzky-Golay Filter**. Implementieren Sie numerisch einen Sawitzky-Golay-Filter für Polynome des Grades m und der Länge N für die Fälle

   - $m = 0$, $N = 2, 5, 10$
   - $m = 3$, $N = 2, 5, 10$

   und wenden Sie den Filter auf das Signal mit den transienten Oszillationen an, siehe Internetseite zur Vorlesung für die Signaldatei.
   Hinweis: bestimmen Sie erst die Matrix $\mathbf{A}, \mathbf{H}$ und den optimalen Koeffizientenvector $\mathbf{a}$. Dann ergibt sich das gefilterte Signalstück zu jedem Zeitpunkt nach dem analytischen Ausdruck aus der Vorlesung. Tip: der Fall $m = 0$ entspricht einem *moving average* des Signals und ist auch ohne die Bestimmung von $\mathbf{A}, \mathbf{H}$ und $\mathbf{a}$ möglich.

2. **Short Time Fourier Transform (STFT)**. Implementieren Sie numerisch die STFT in einem Fenster der Länge $N/2, N/10, N/100$ für Signale der Länge N. Wie kurz darf das Fenster sein, um noch vernünftige Resultate zu erhalten ?

3. **Continuous Wavelet Transform (CWT)**. Diese Transformation lässt sich leicht mittels des Faltungssatzes (*convolution*) berechnen. Berechnnen Sie analytisch die Fourier-Transformierten der Funktionen

   - komplexwertiges Morlet-Wavelet $\Psi(t) = k_1 e^{-t^2}(e^{-i\sigma t} - k_2)$
   - realwertiges Morlet-Wavelet $\Psi(t) = k_1 e^{-\sigma t^2} \cos(5t)$
   - komplexwertiges Gauss-Wavelet $\Psi(t) = k_1 e^{-\sigma t^2 + it}$

mit Konstanten k_n, σ. Wie verhält sich die Funktion $|\mathcal{F}[\Psi](\nu)|$ für verschiedene σ ?