2. Übung der Vorlesung *Verfahren der Datenanalyse gemessener Signale*

Wintersemester 2017/2018, Universität Frankfurt am Main

Dozent: PD Axel Hutt (axel.hutt@dwd.de)

abzugeben bis 2. November 2017, auf Papier oder per email

1. Betrachten Sie zwei Signale $x_1(t) = \sin(6\pi t)$ und $x_2(t) = \sin(4\pi t) + \cos(\pi t)$ im Zeitfenster $[0s; 10s]$. Geben Sie die Frequenzen an, deren Fourierkoeffizienten nicht Null sind mit den Abtastraten

   (a) $f_s = 10$Hz

   (b) $f_s = 6$Hz.

   Geben Sie ebenfalls die Anzahl der Fourierkoeffizienten für beide Abtastraten an. Was ist zu erwarten, wenn $f_s < 6$Hz ? Erklären Sie den zu erwarteten Effekt für $f_s < 6$Hz und illustrieren Sie ihn anhand der Fourierkoeffizienten der obigen Signale bei einer Abtastrate von $f_s = 3$Hz.

2. Nehmen Sie das Signal aus Datei FitzHughNagumo.dat (liegt auf Vorlesungshomepage, Abtastrate 1000Hz) und verringern Sie die Abtastrate numerisch auf 500Hz, 10Hz, 4Hz und 2Hz. Was stellen Sie am Signal fest, wenn Sie unter die Abtastrate von 2Hz gehen ?
   Hinweis: die Abtastrate verringert man numerisch, indem man nicht jeden Punkt im Datensatz betrachtet. Zum Beispiel nimmt man für eine Halbierung der Abtastrate nur jeden zweiten Punkt, für eine Drittelung nur jeden dritten Punkt usw.

3. Leiten Sie die Poisson Summenformel

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k\Delta t)e^{-i2\pi\nu k\Delta t} = \frac{1}{\Delta t}\sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathcal{F}[x](\nu + nf_s)$$

   ab. Orientieren Sie sich dabei an der Vorlesung. Es ist Δt das Abtastinterval, $f_s = 1/\Delta t$ die Abtastrate und $\nu \in \mathcal{R}$ eine Frequenz.
   <u>Hinweis:</u> Betrachten Sie zuerst

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathcal{F}[x](\nu + nf_s) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{-i2\pi\frac{k}{f_s}\nu} \ ,$$

da $\mathcal{F}[x](\nu + nf_s)$ periodisch mit Periode f_s ist. Entsprechend zur Beschreibung im Zeitraum gilt dann

$$c_k = \frac{1}{f_s} \int_0^{f_s} e^{i2\pi \frac{k}{f_s} \nu} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathcal{F}[x](\nu + nf_s)\ d\nu.$$