

Spektralanalyse physiologischer Signale

Dr. rer. nat. Axel Hutt

Vorlesung 10

III. Zeit-Frequenz Analyse

Short-time Fourier Transform

Gabor Transformation

Lineare Filter

Wavelet Transformation

Konzept des Analytischen Signals

Weitere nichtlineare Methoden

Kurze Diskussion von weiteren Zeit-Frequenz Analysemethoden

1. reassignment spectrogram

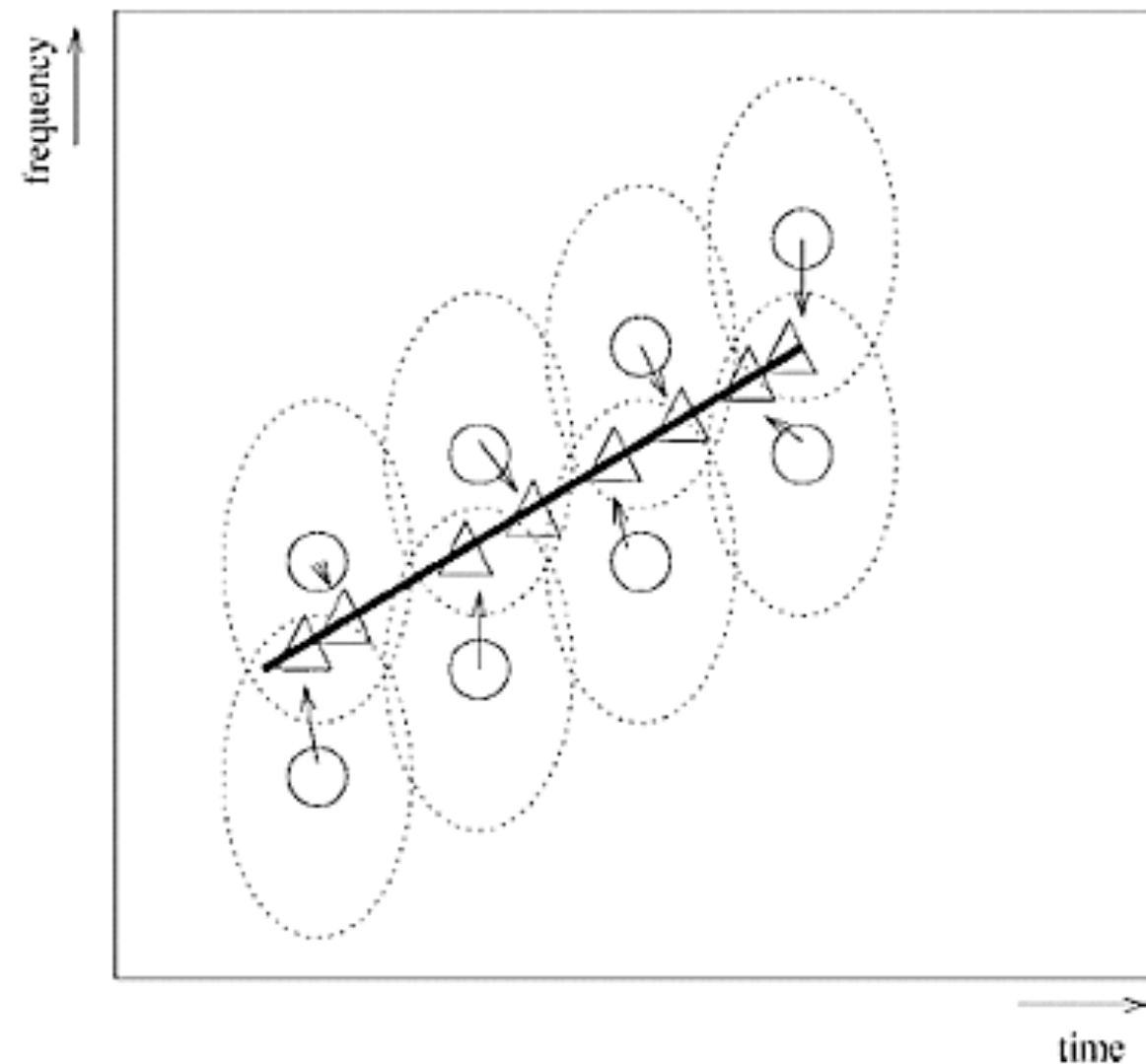


Fig. 1. Principle of the reassignment method in the case of a linear chirp. The dashed ellipses represent the analysis window. Circles represent the point of allocation of the energy in the case of spectrogram (geometric center of the window), and the triangles the point of reallocation (center of gravity of energy).

.... weiteren Zeit-Frequenz Analysemethoden

2. Wigner-Ville Verteilung

Betrachte nicht-stationäre Korrelationsfunktion eines Signals $x(t)$

$$C(t_1, t_2) = \langle (x(t_1) - \mu(t_1)) (x(t_2) - \mu(t_2)) \rangle$$

$$t = (t_1 + t_2)/2, \quad \tau = t_1 - t_2$$

$$C(t_1, t_2) = C\left(t + \frac{\tau}{2}, t - \frac{\tau}{2}\right)$$

Ansatz für zeit-aufgelöstes Leistungsspektrum:

$$W_x(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} C\left(t + \frac{\tau}{2}, t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-i2\pi f\tau} d\tau$$

.... weiteren Zeit-Frequenz Analysemethoden

3. Empirical Mode Decomposition (EMD)

Ziel:

zerlege iterativ Zeitserie $s(t)$ so in Einzelzeitserien (*Intrinsic Mode Functions IMF*),
dass IMFs gleich viele lokale Extrema wie Nulldurchgänge hat. Dann

$$s(t) = \sum_{n=1}^N IMF_n(t) + r(t)$$

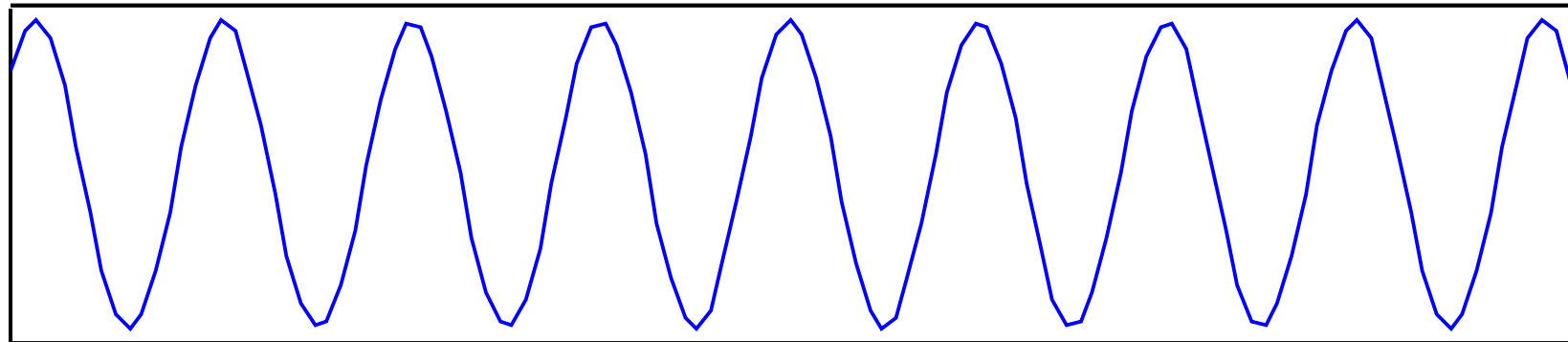
EMD ist ein numerisches Verfahren, um instantane Frequenzen zu bestimmen.

Referenz: Huang et al. (1998). ", *Proc. Royal Soc. London A* **454** (1971): 903–995. doi:[10.1098/rspa.1998.0193](https://doi.org/10.1098/rspa.1998.0193)

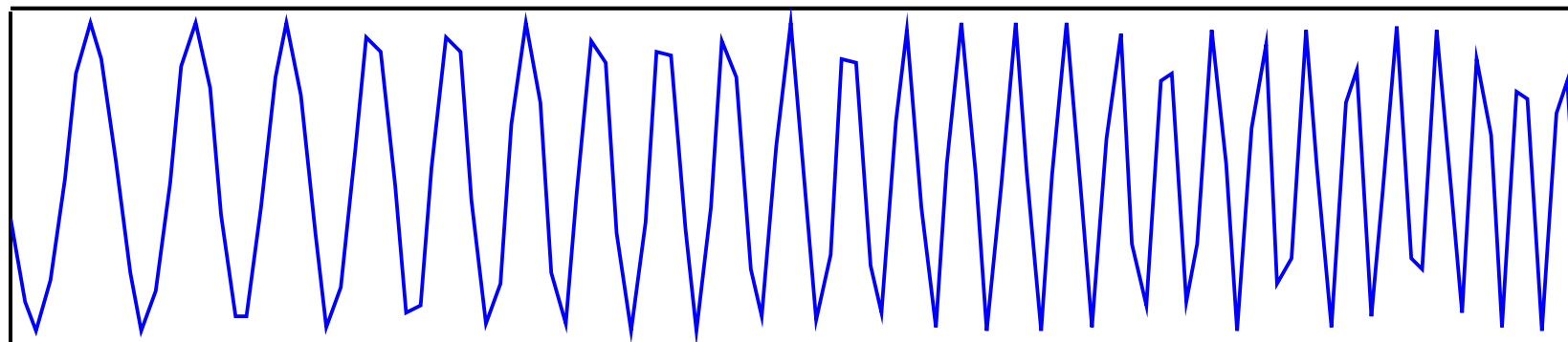
EMD - Schritt für Schritt

von Patrick Flandrin, ENS Lyon

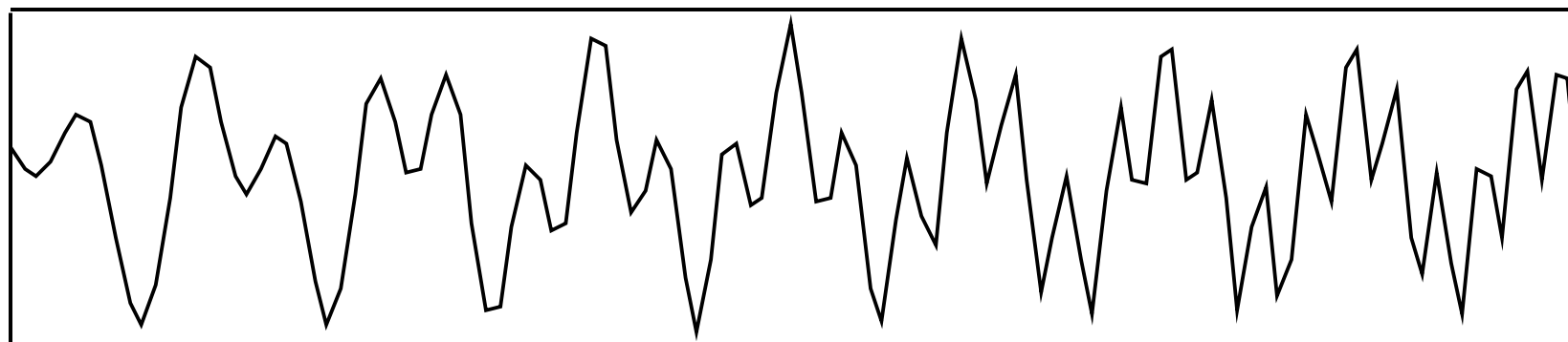
tone

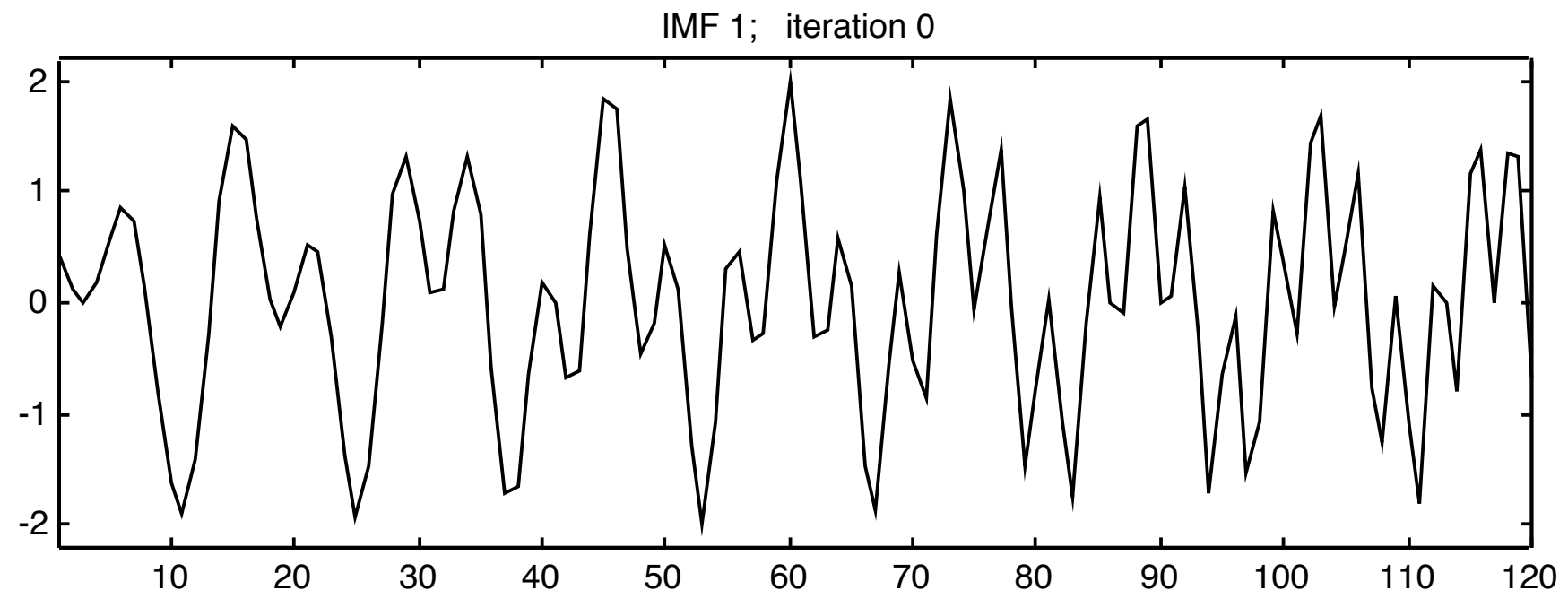


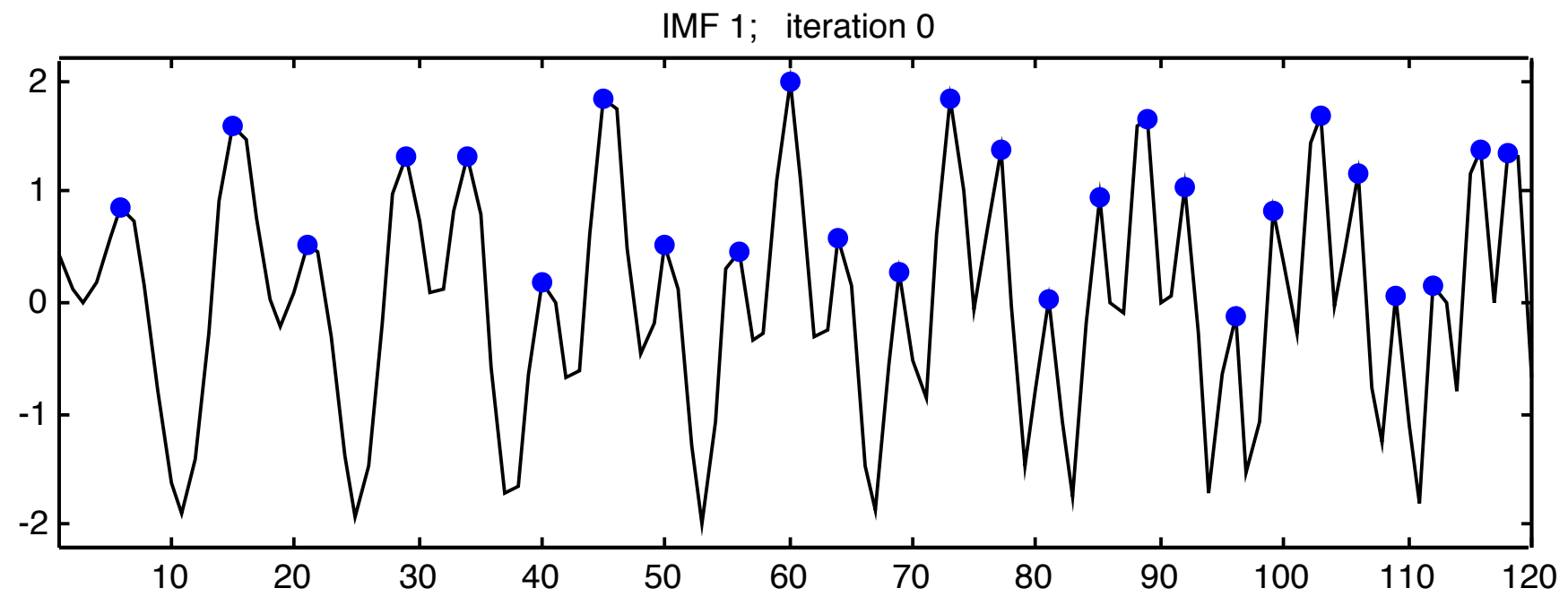
chirp

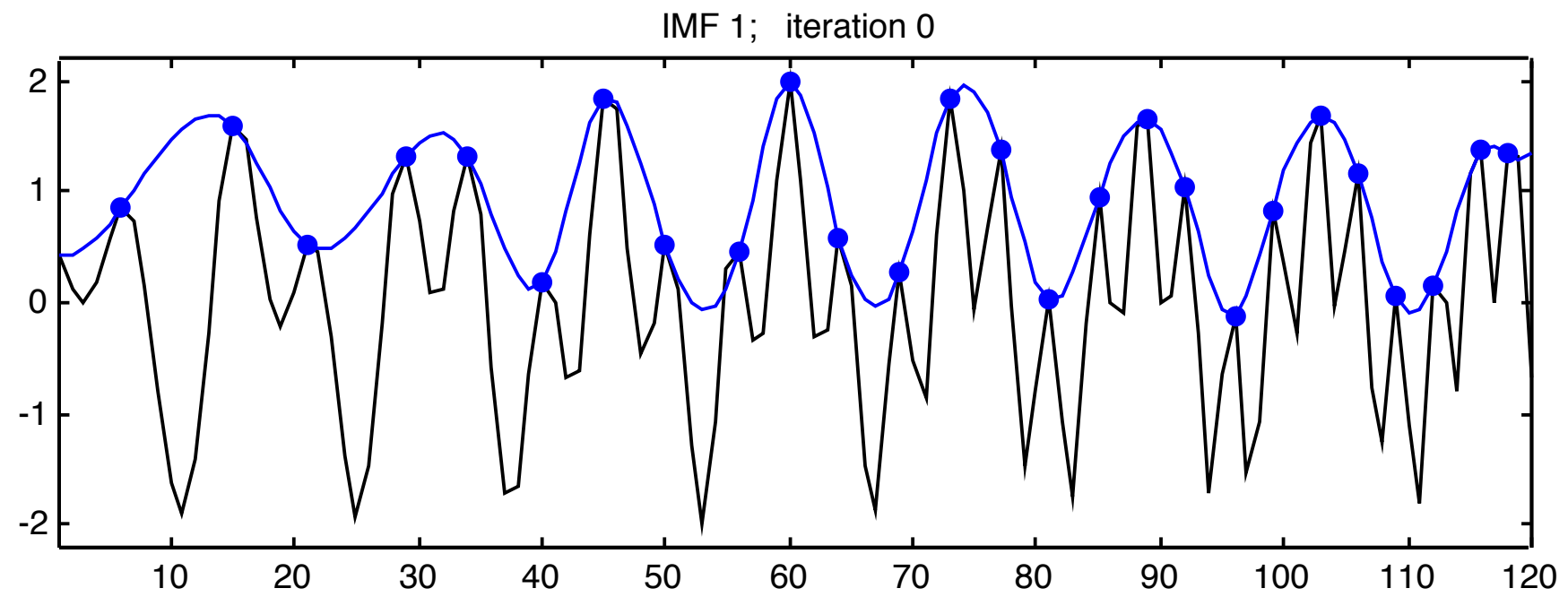


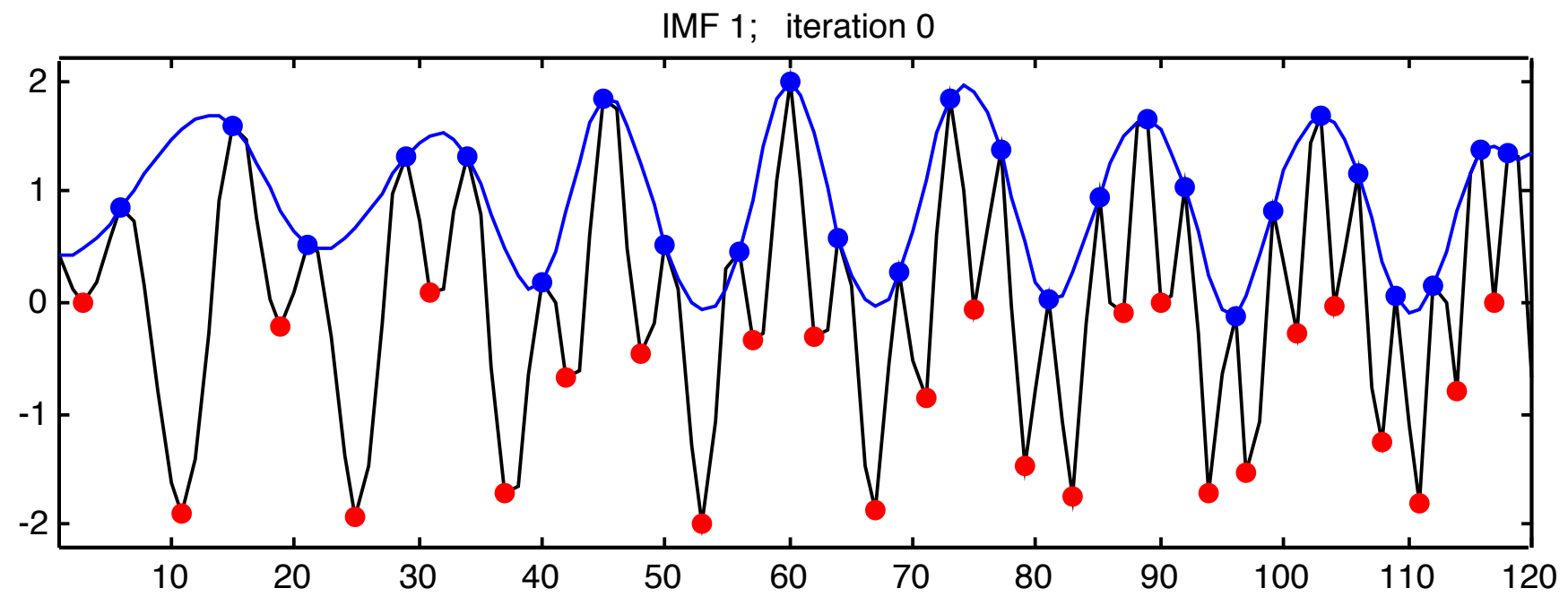
tone + chirp



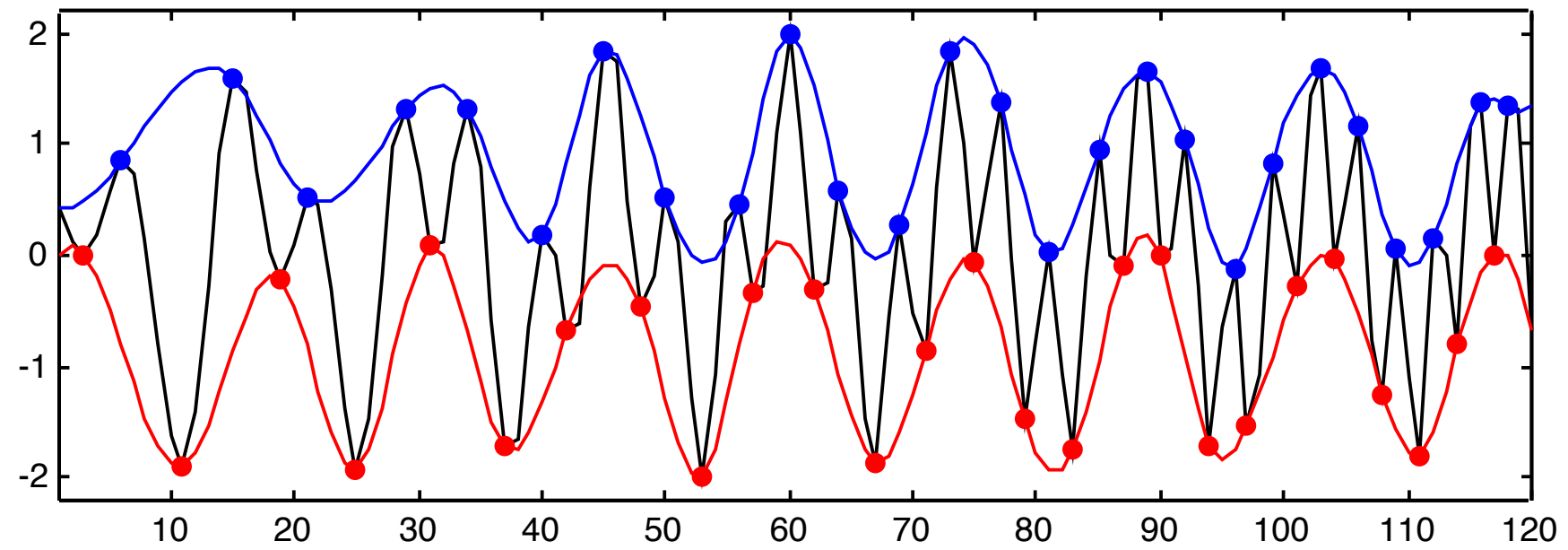




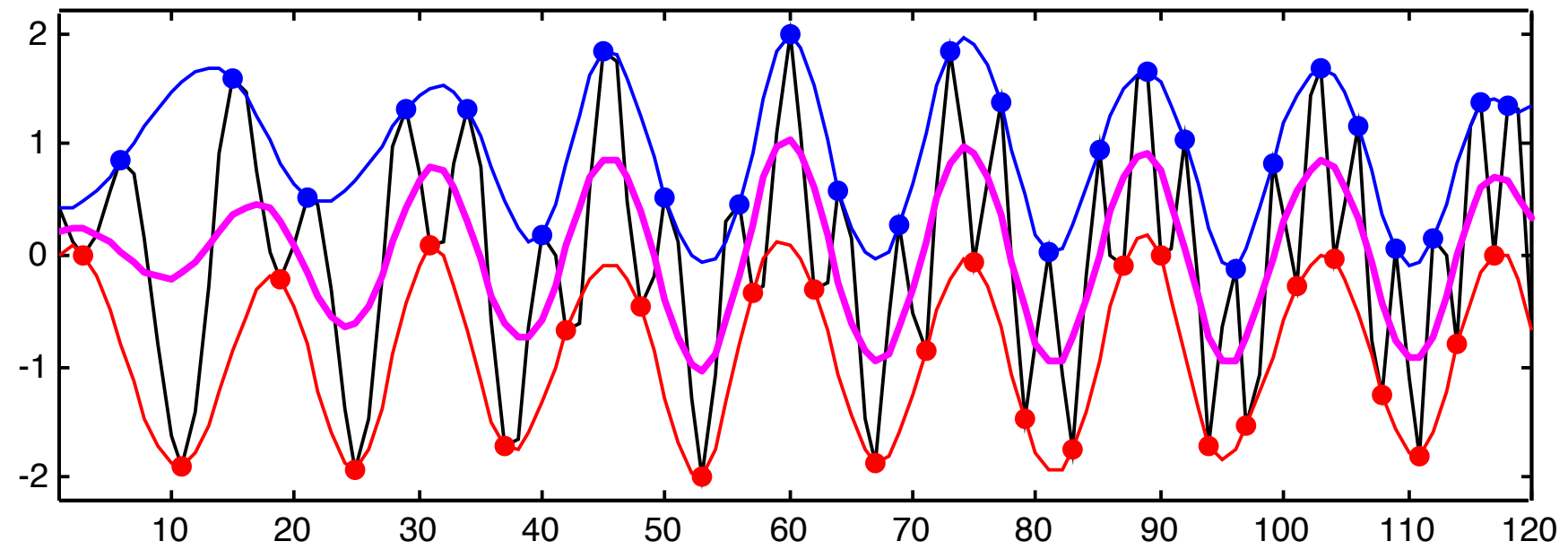




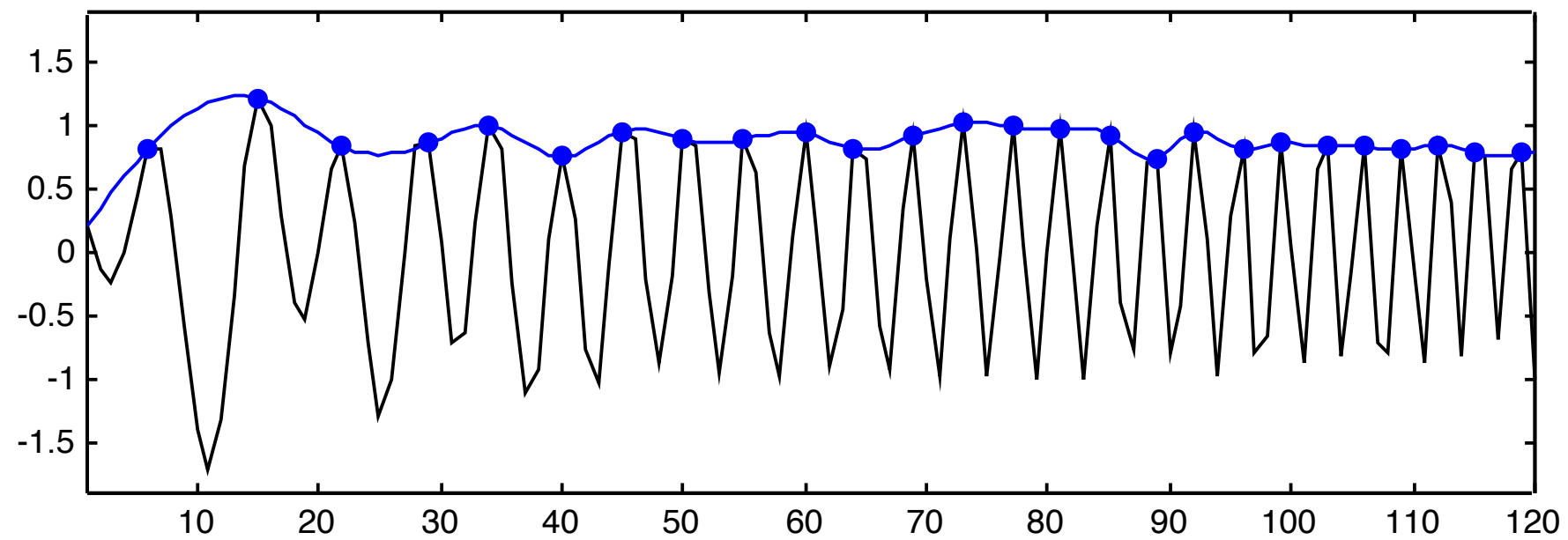
IMF 1; iteration 0



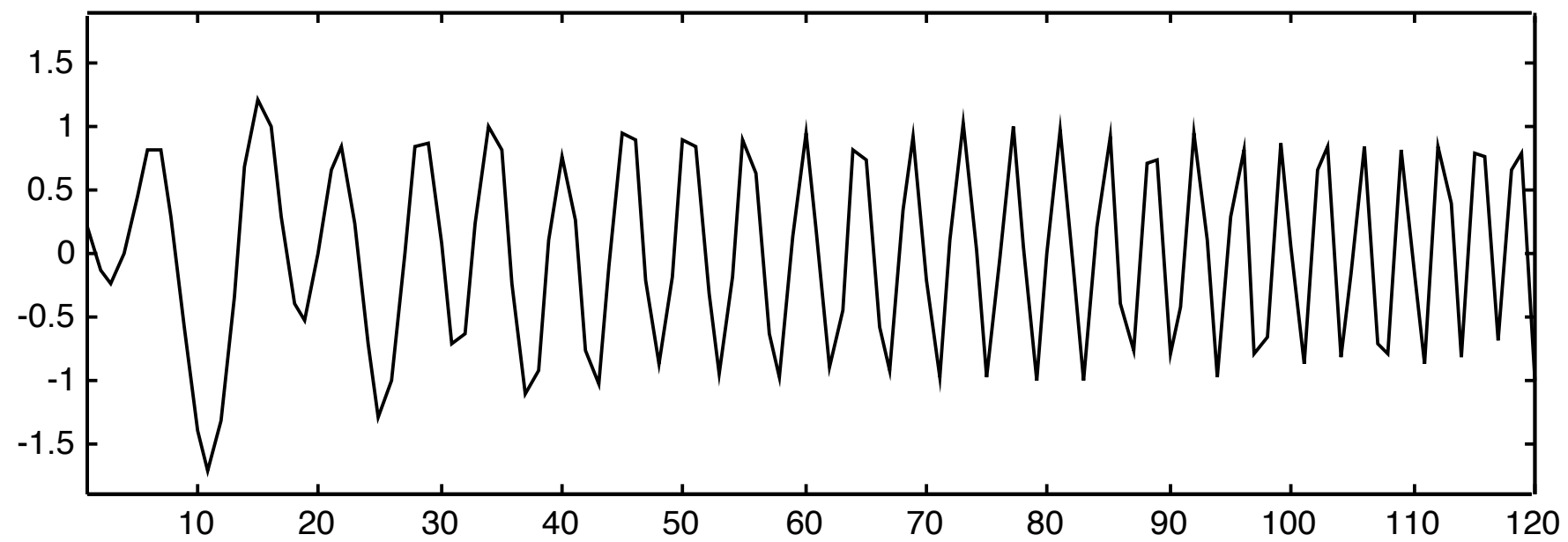
IMF 1; iteration 0



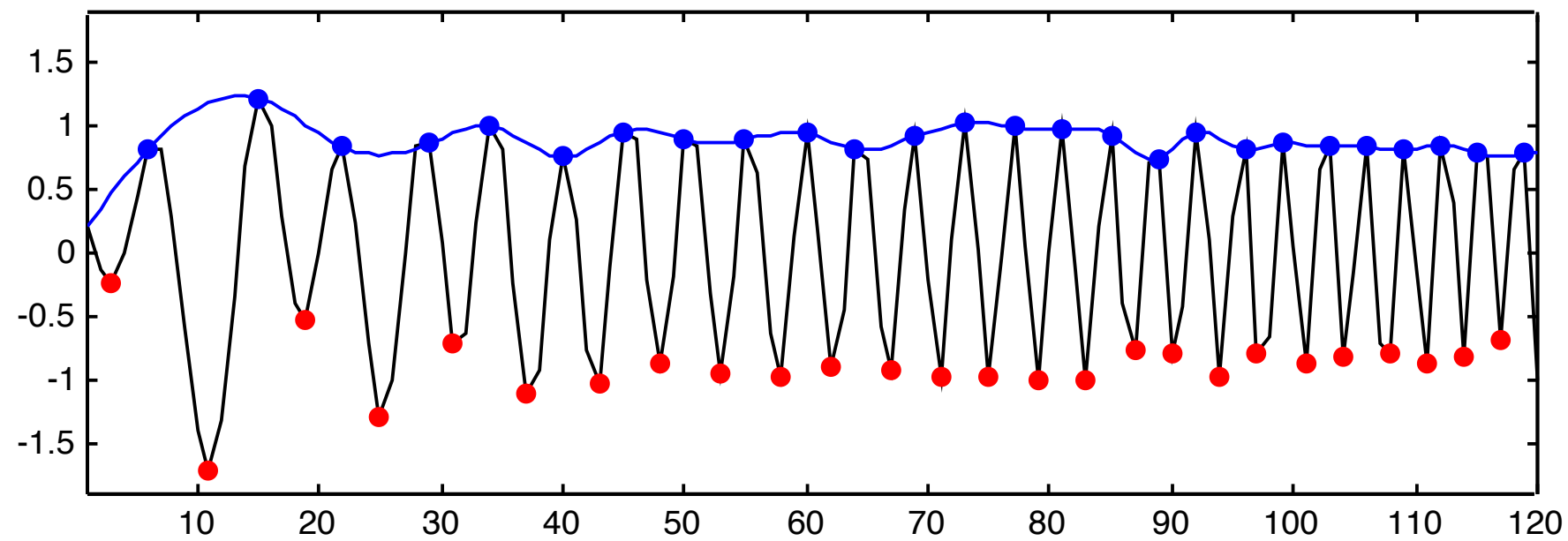
IMF 1; iteration 1



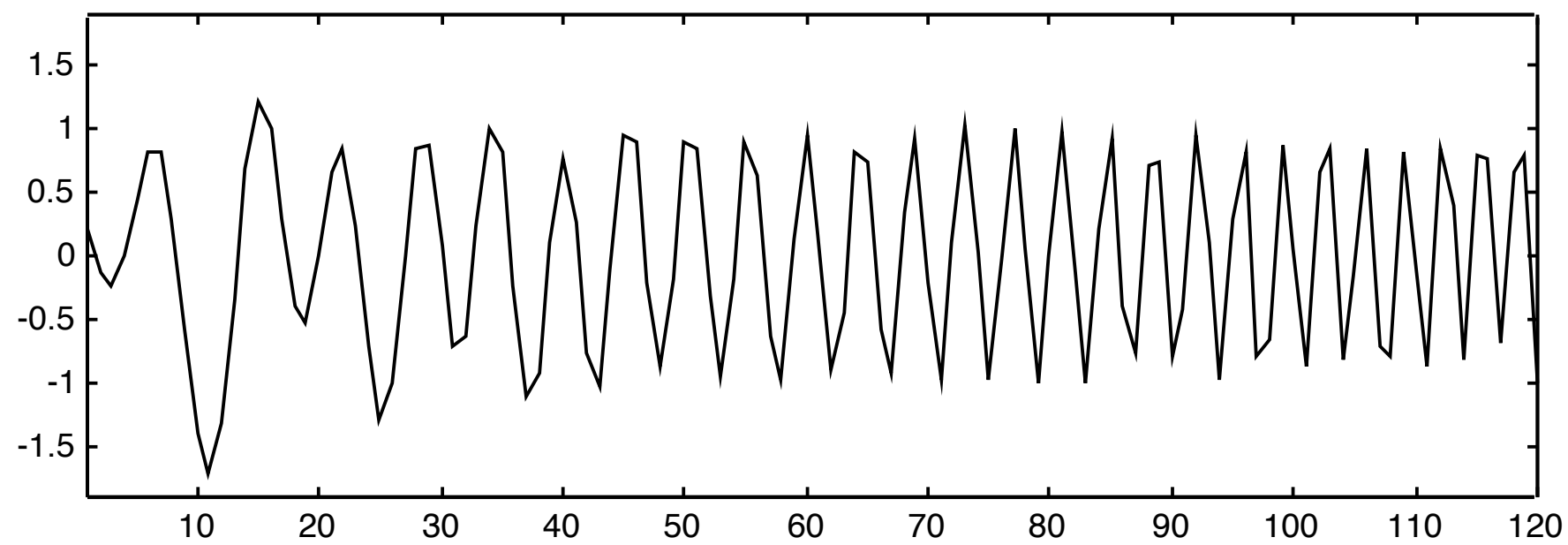
residue



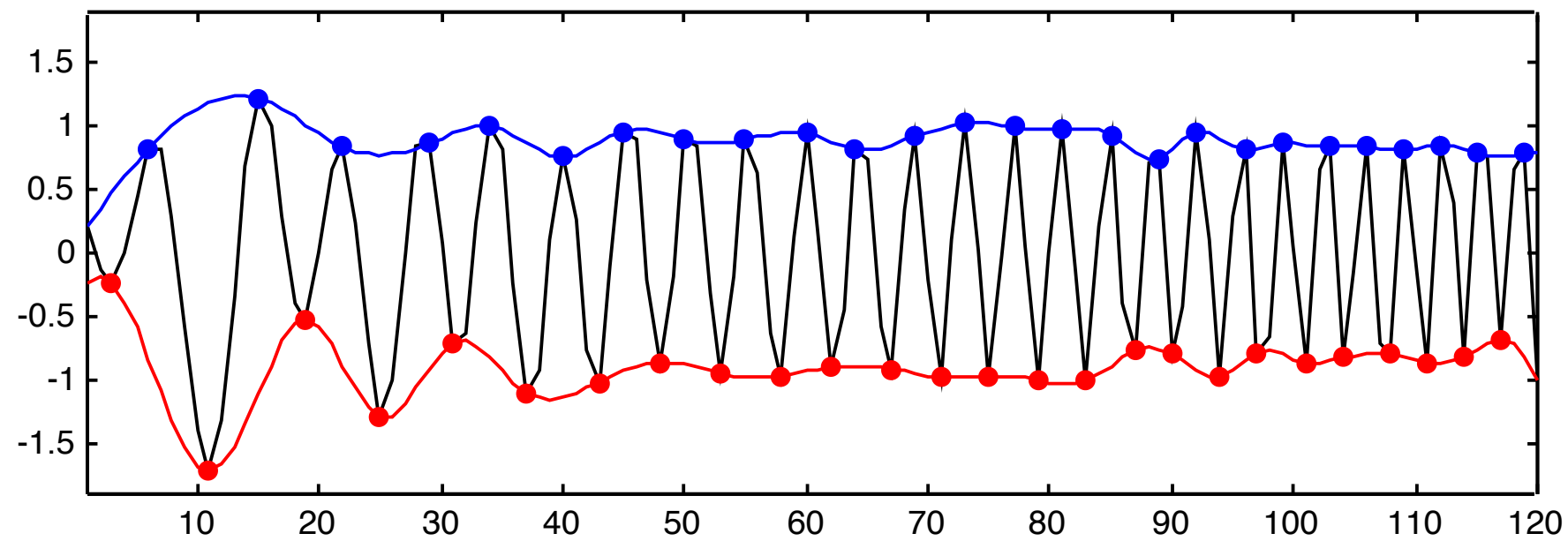
IMF 1; iteration 1



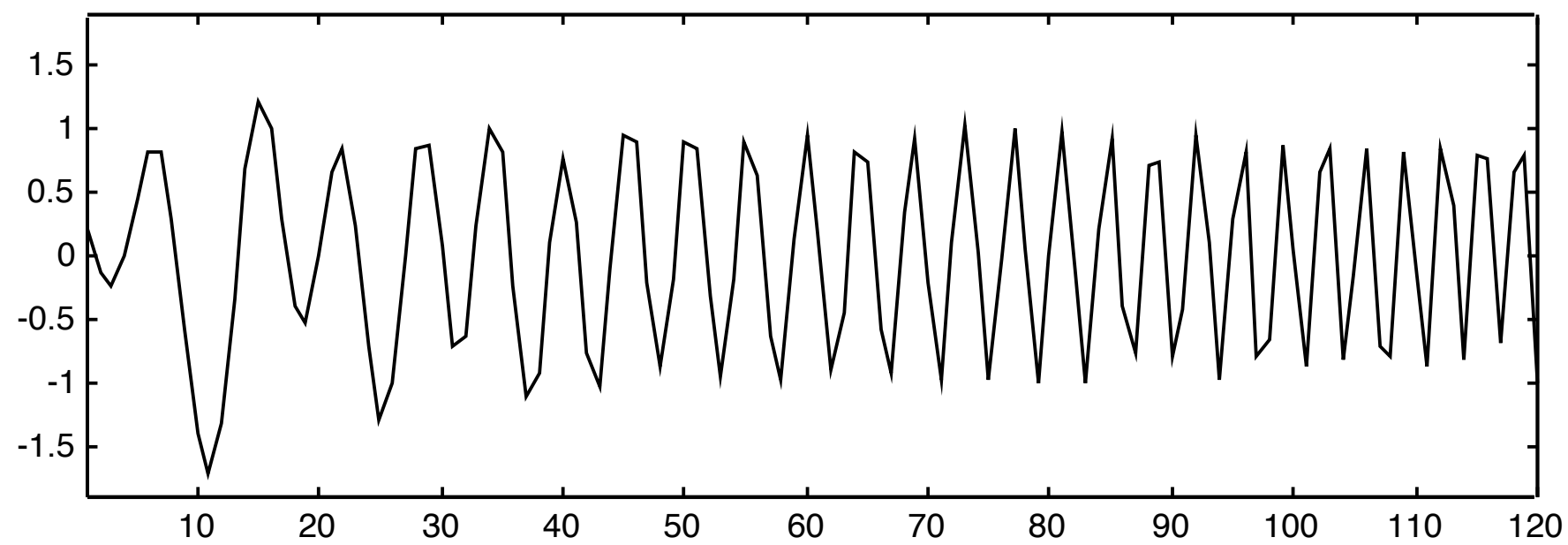
residue



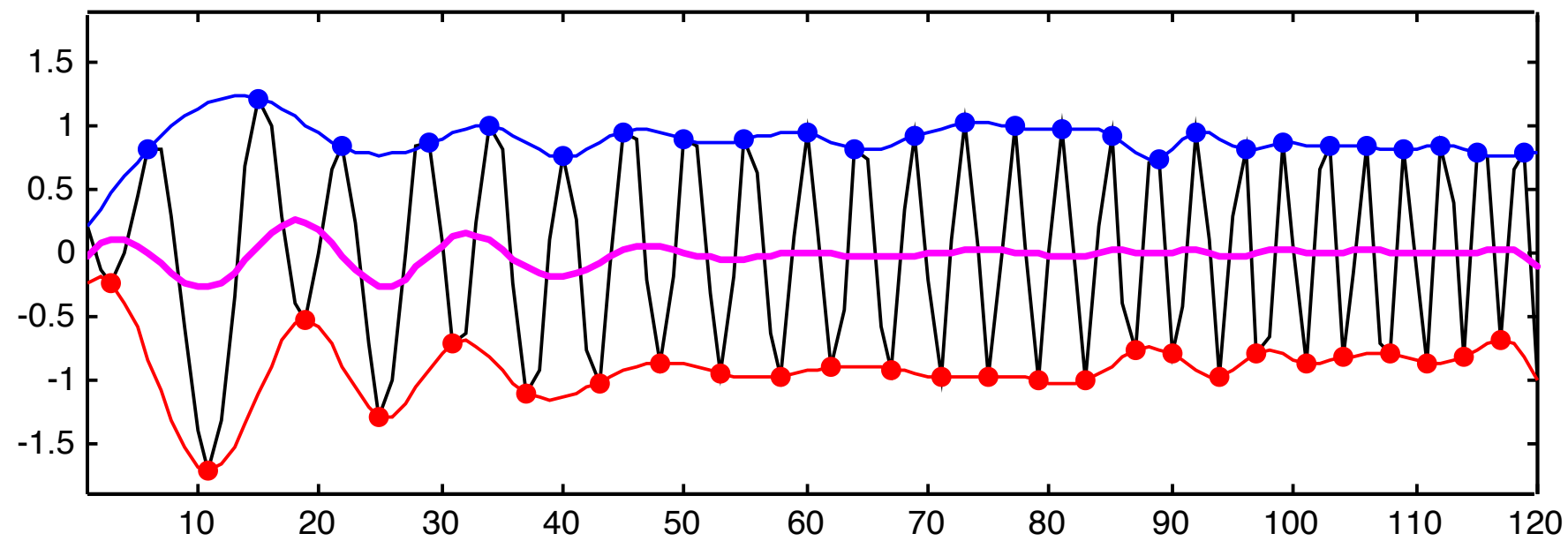
IMF 1; iteration 1



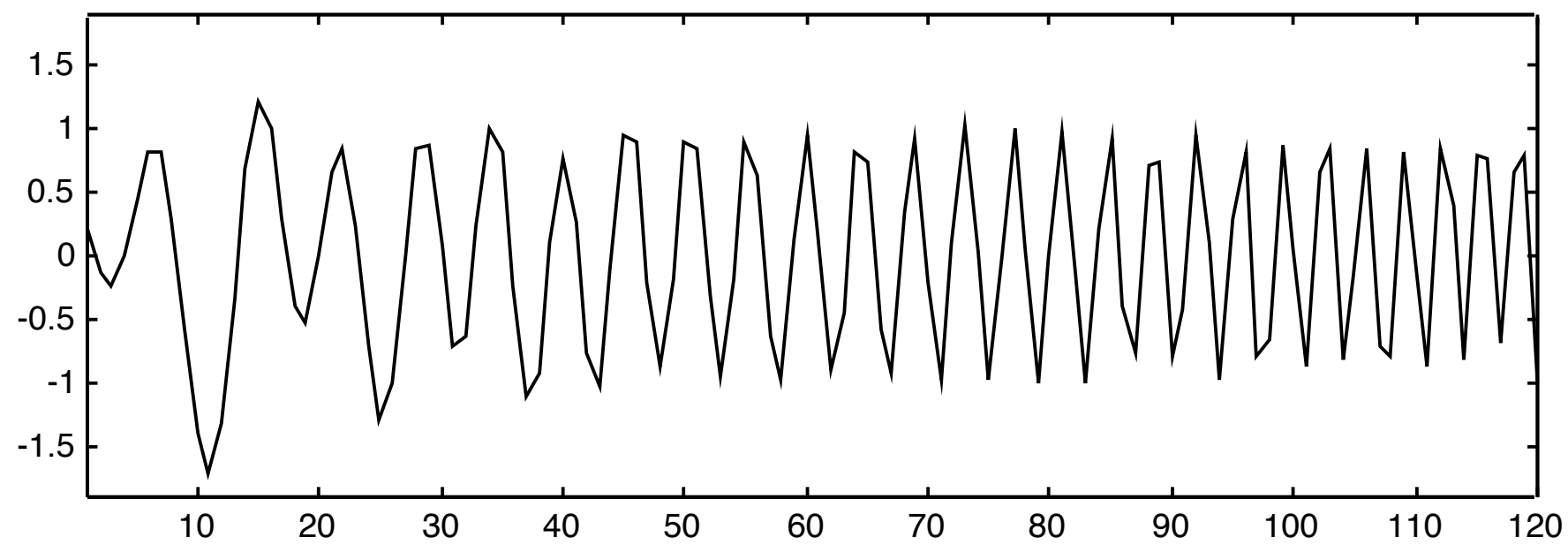
residue



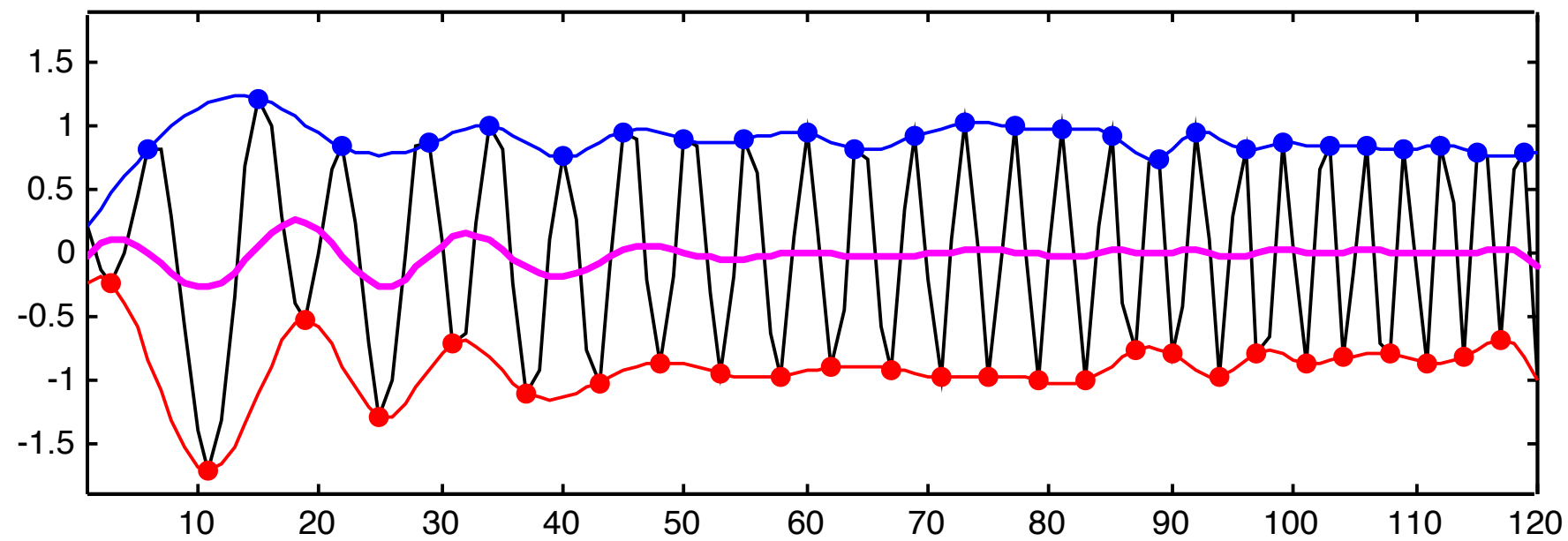
IMF 1; iteration 1



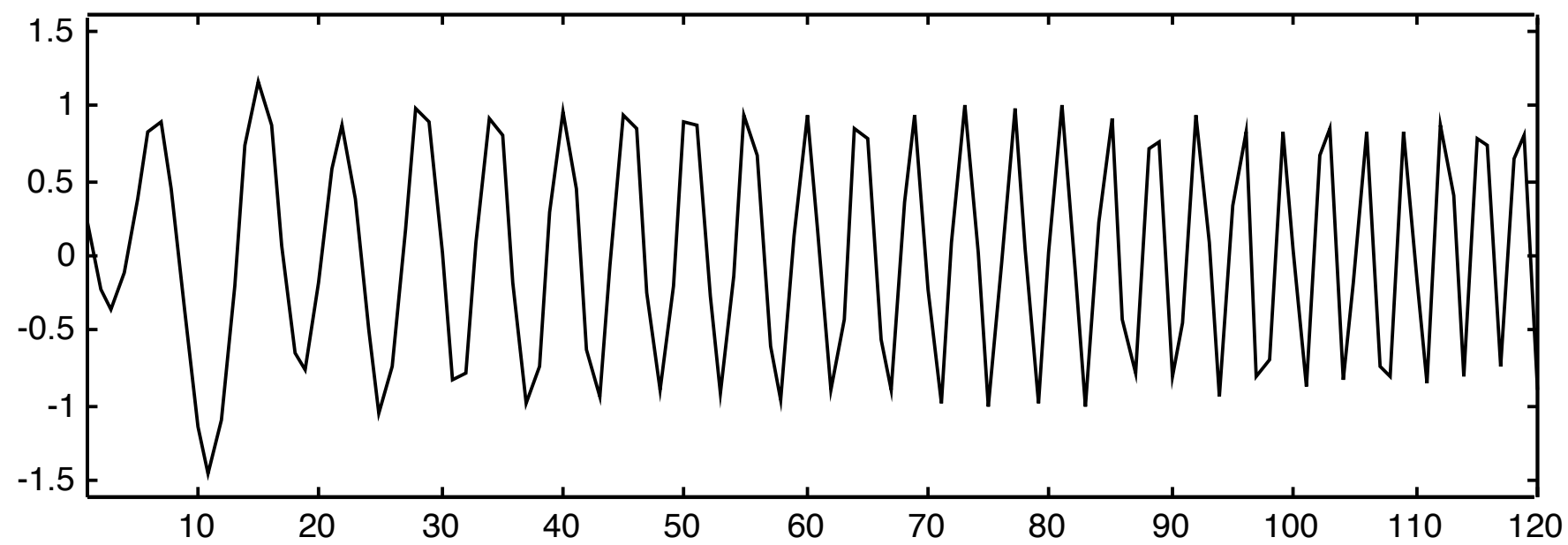
residue

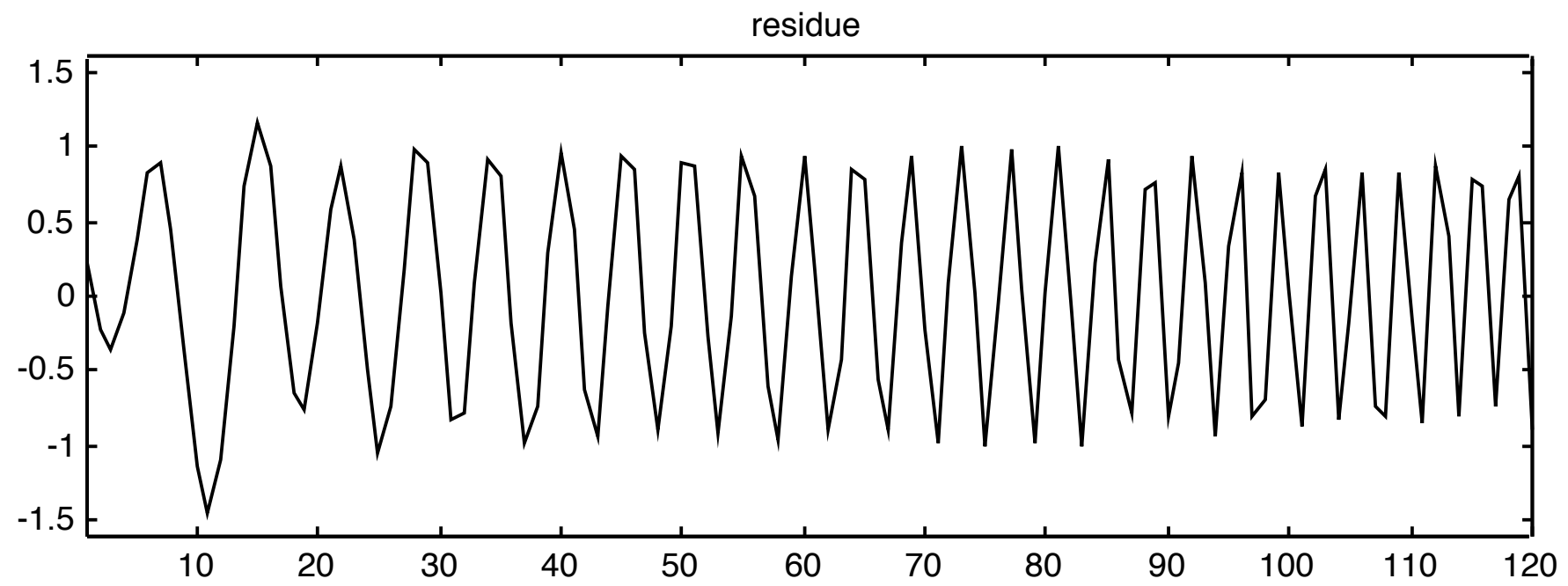
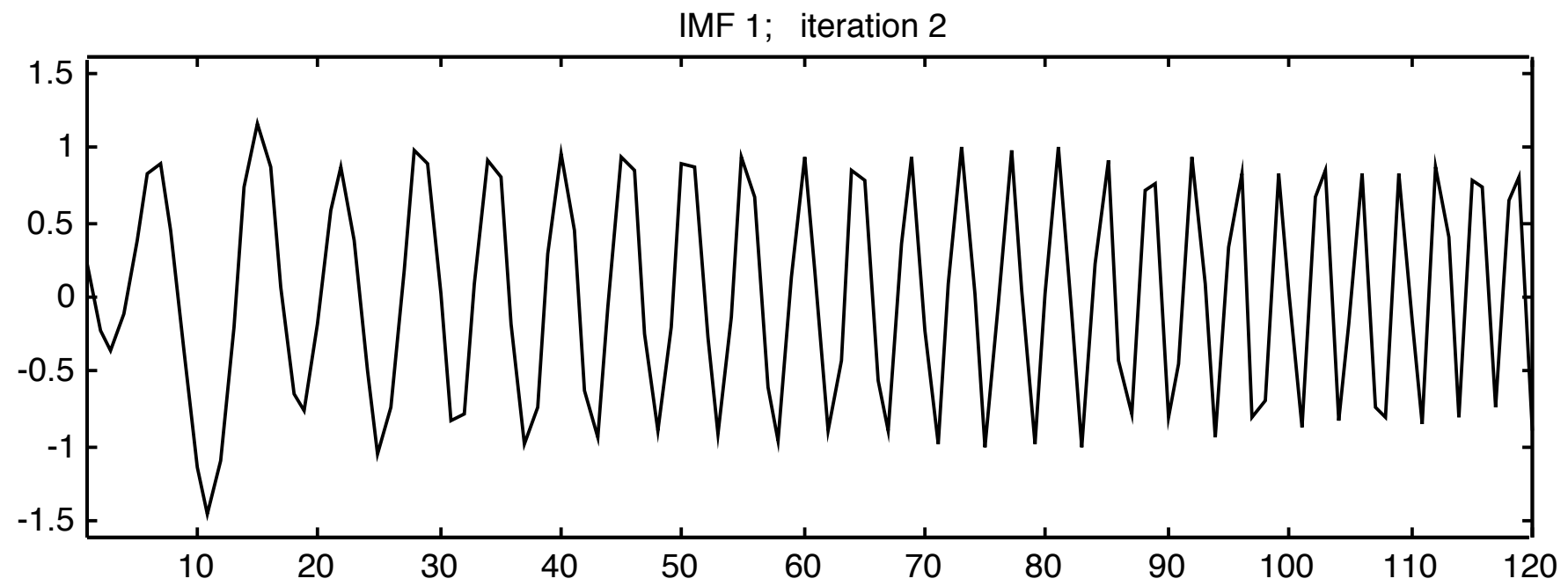


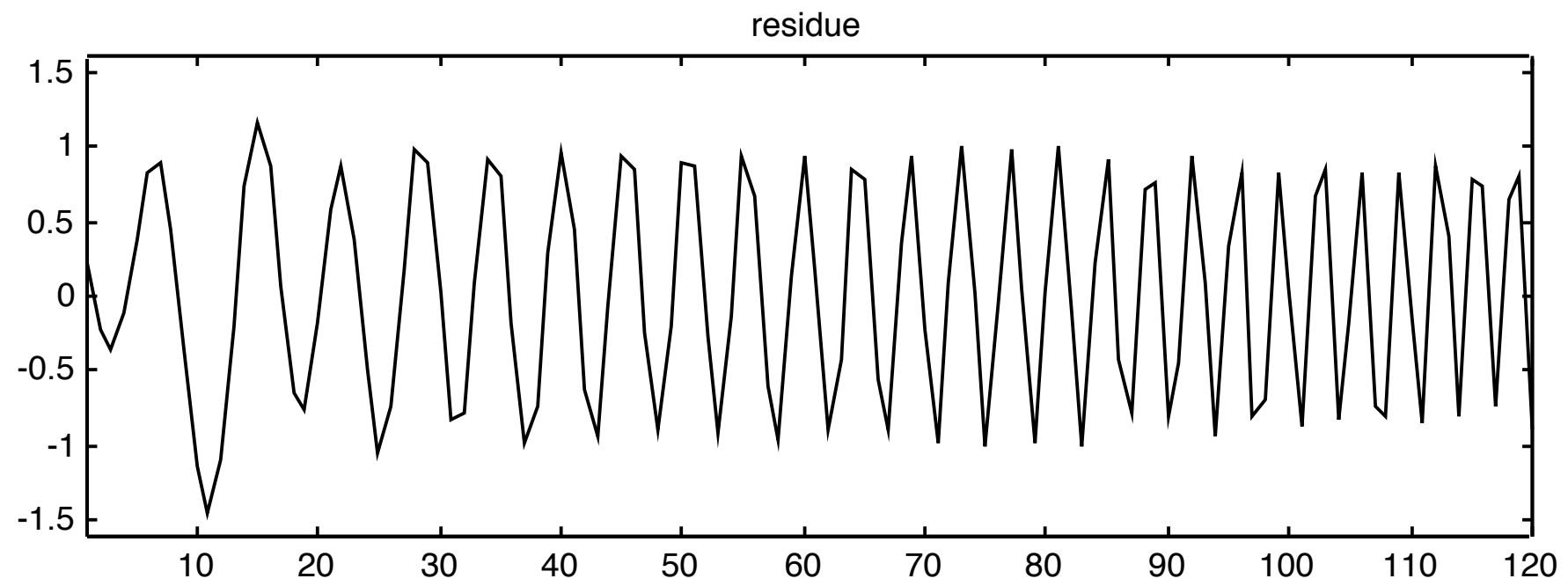
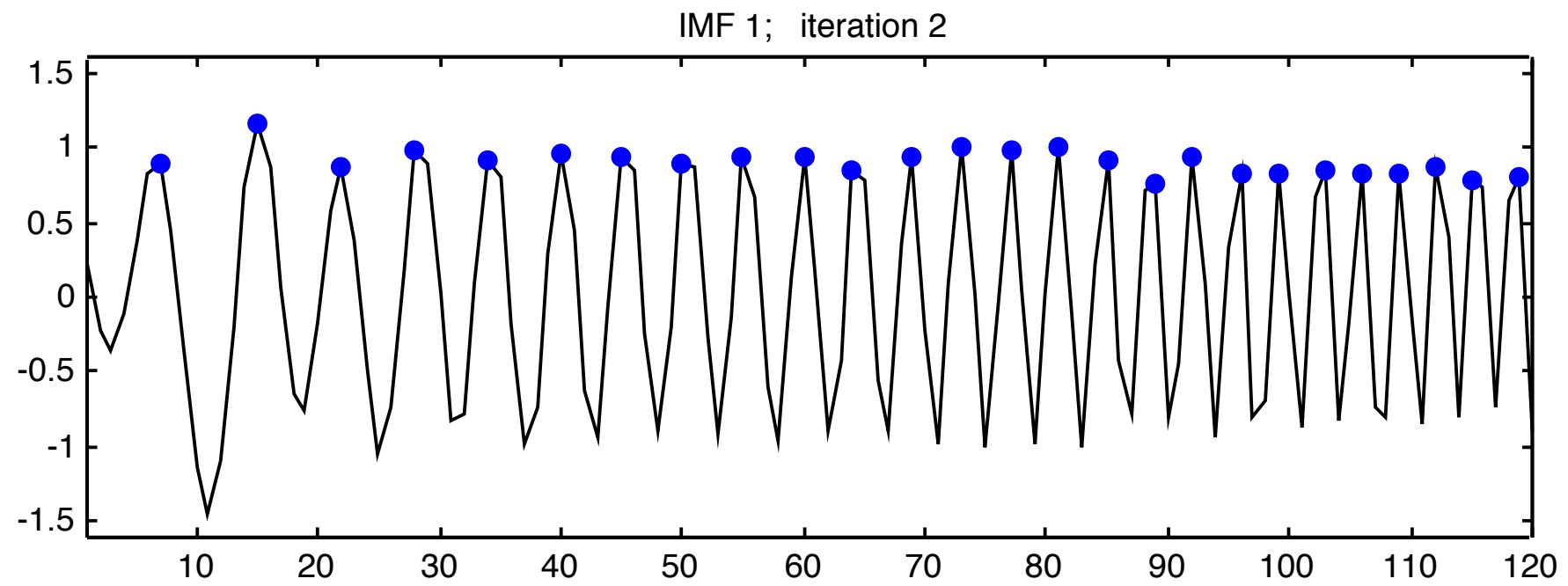
IMF 1; iteration 1

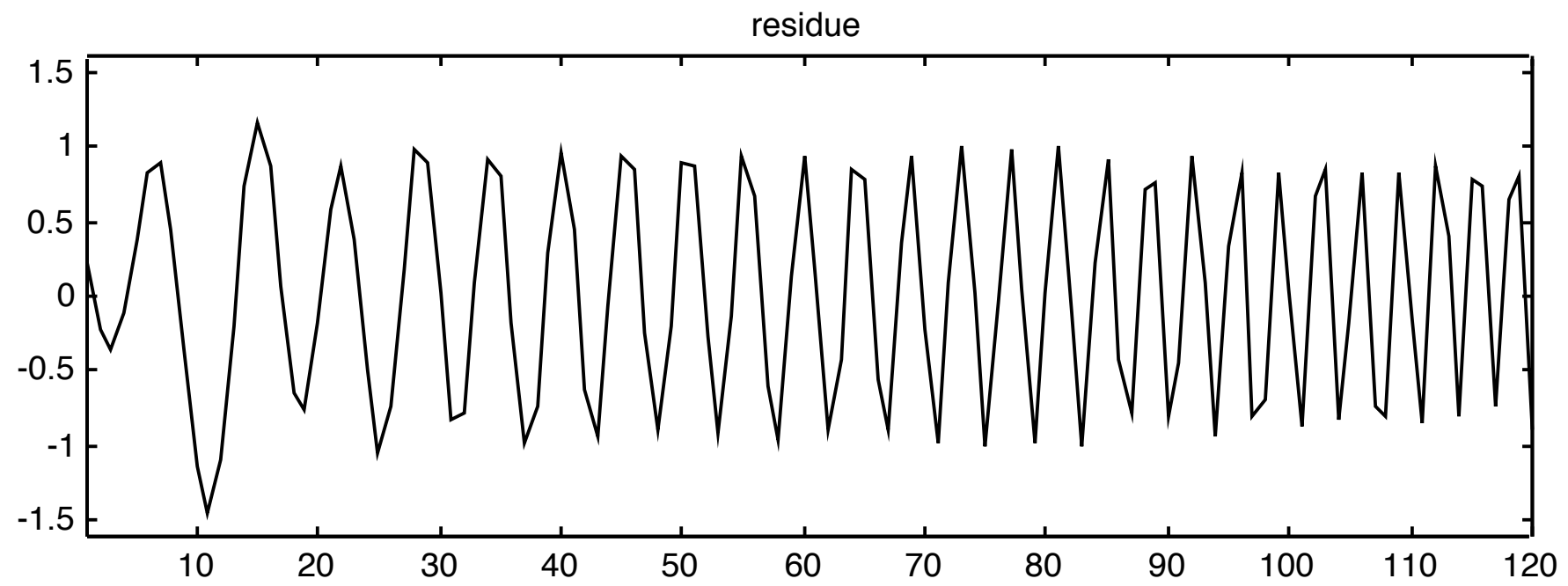
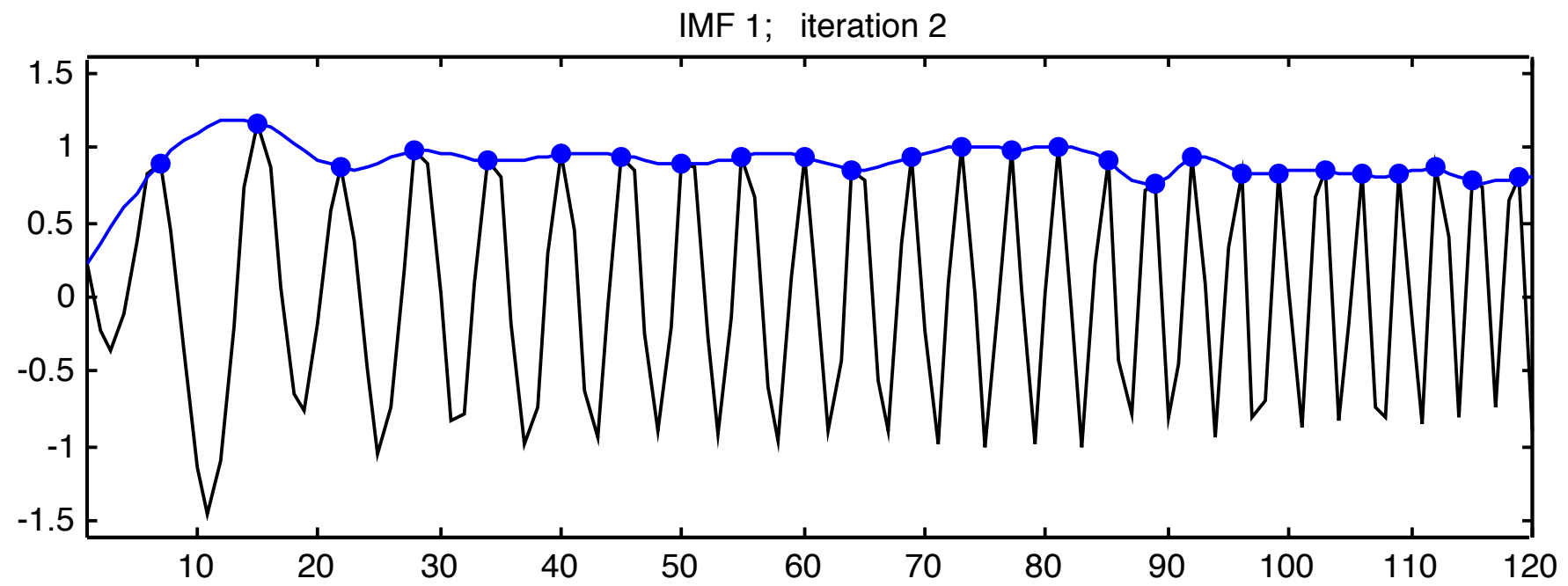


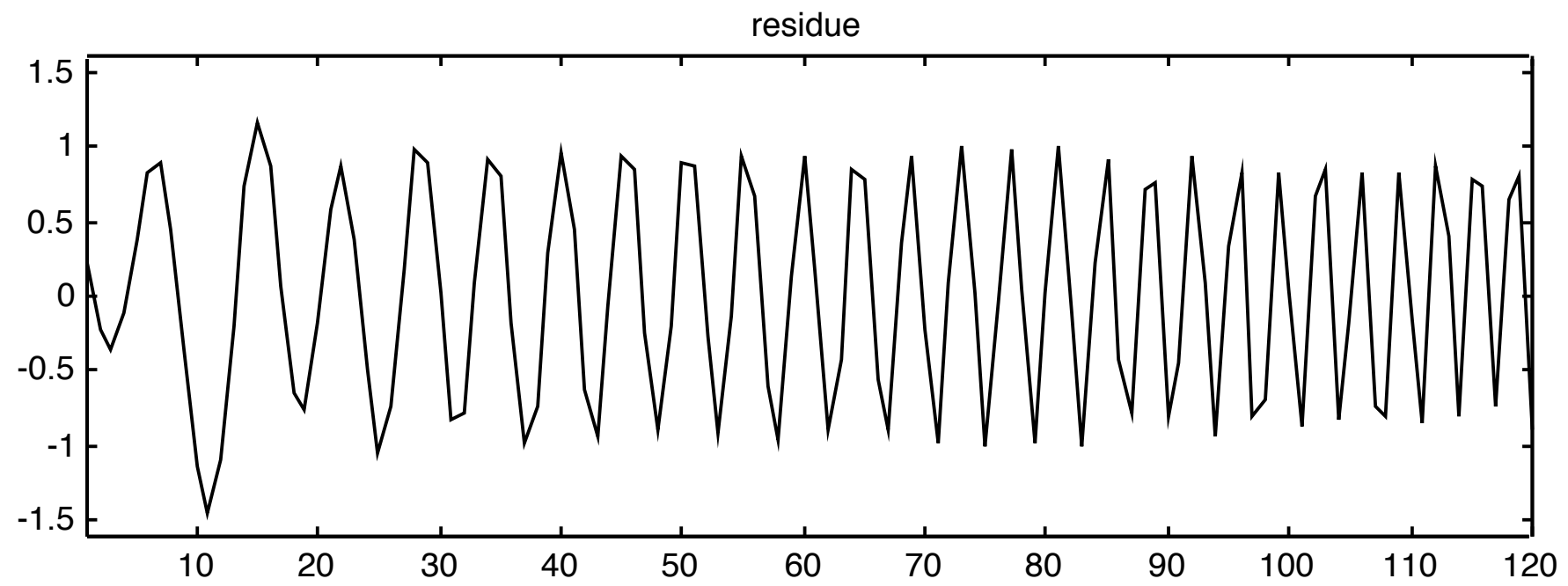
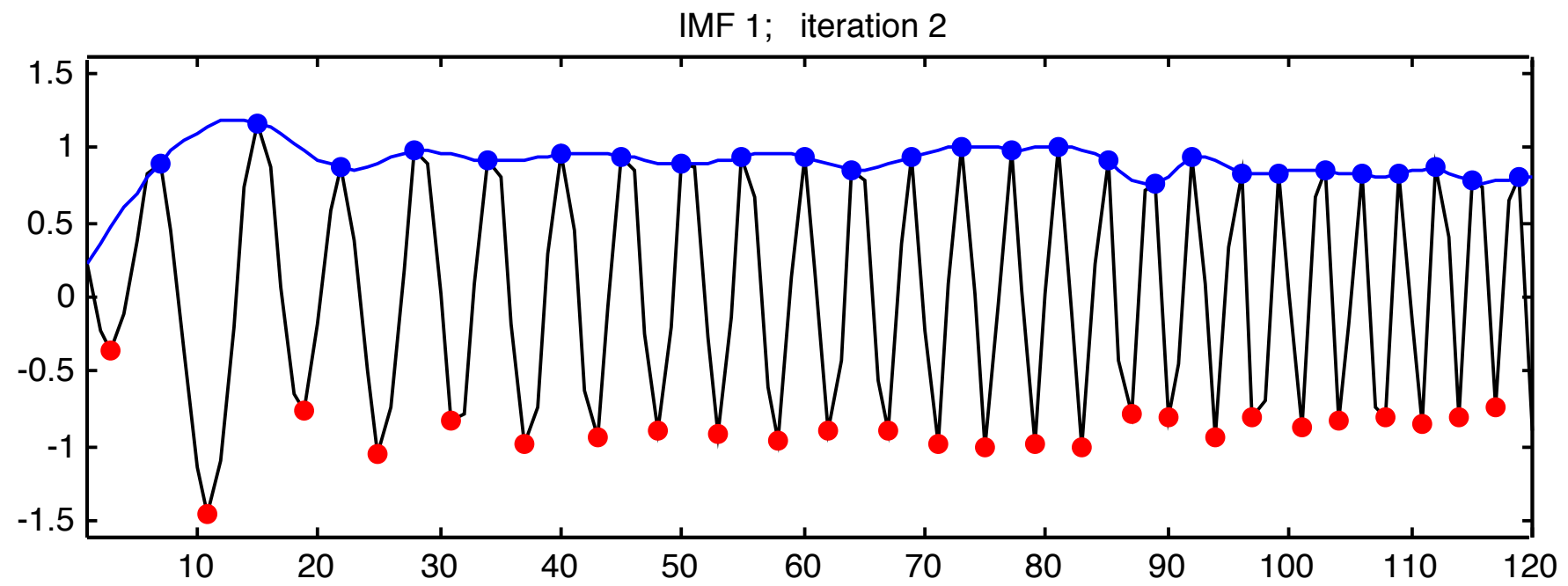
residue

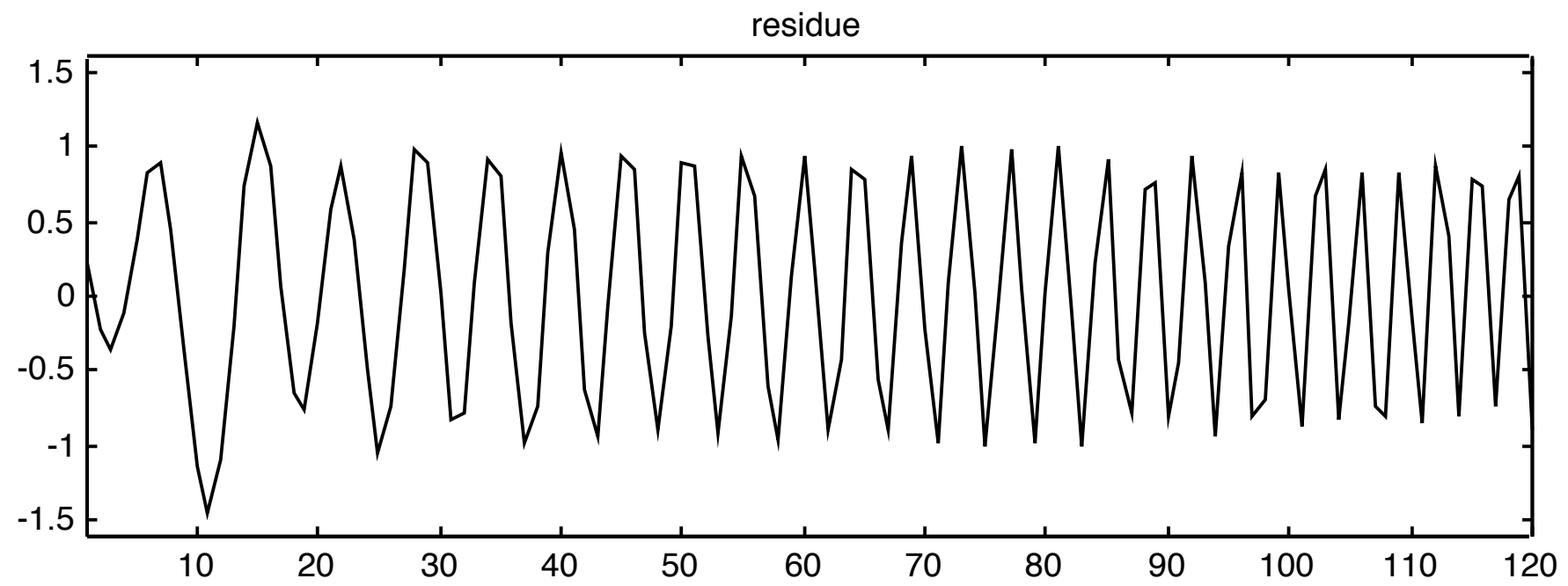
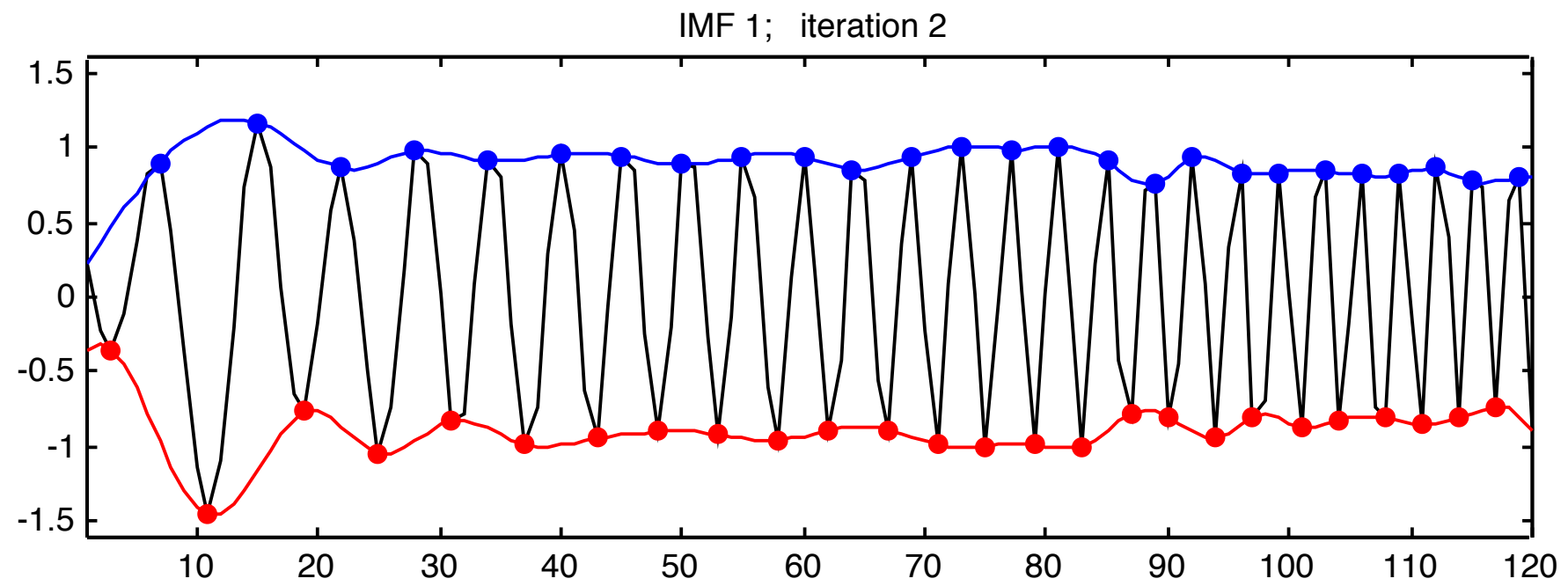


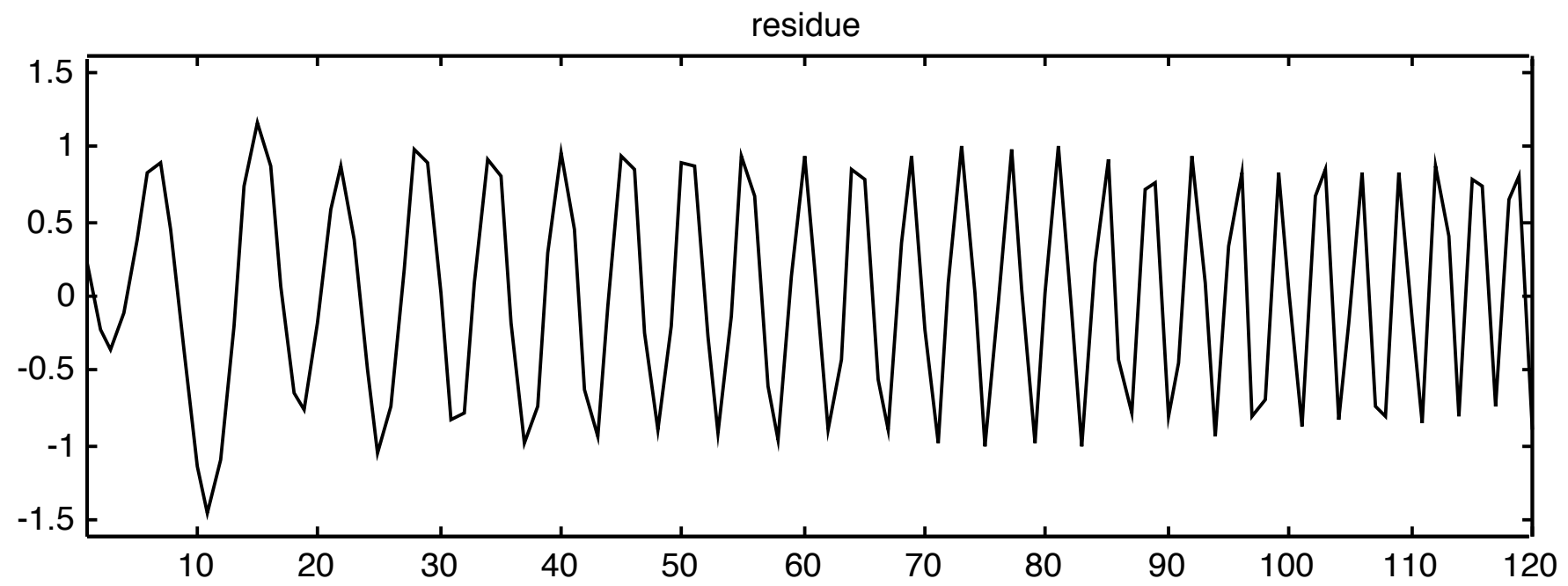
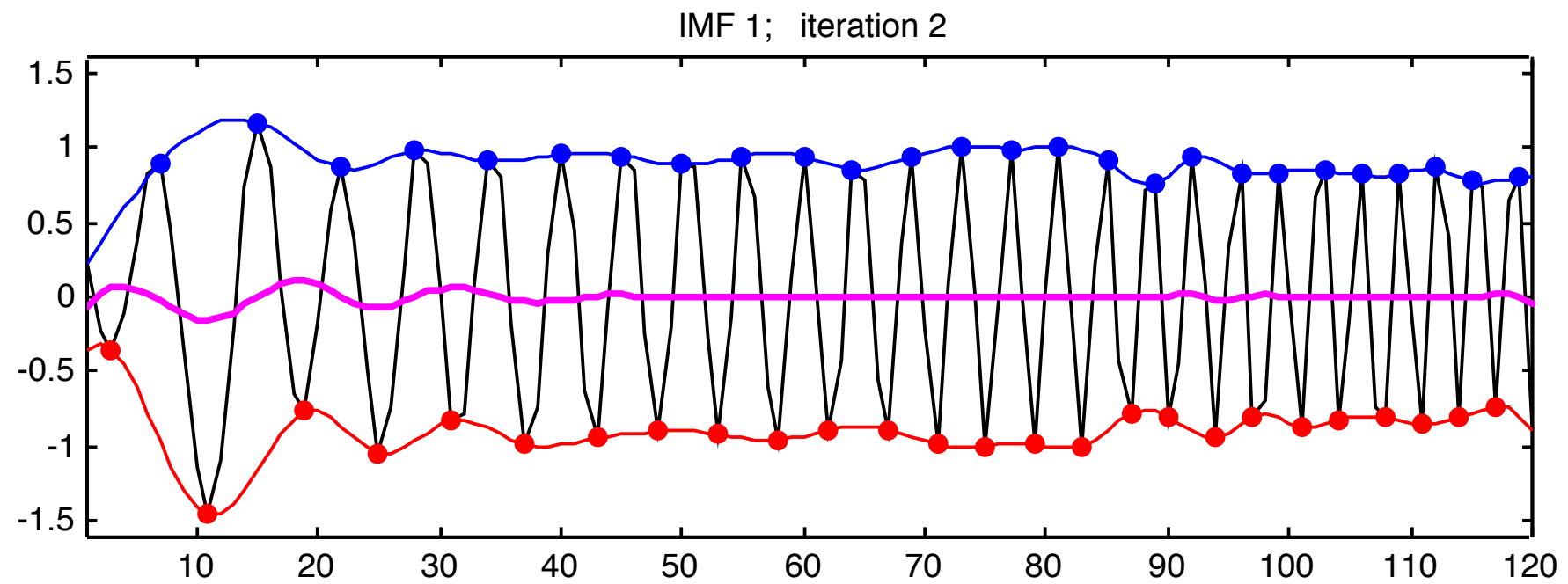


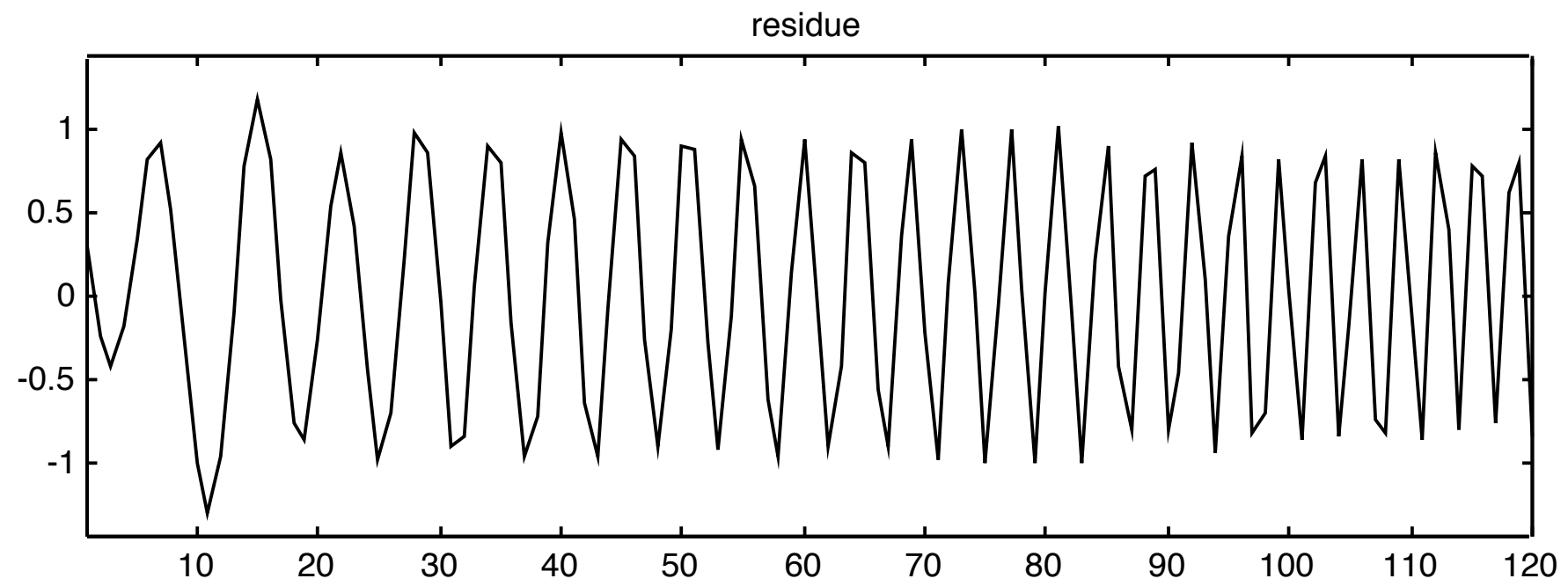
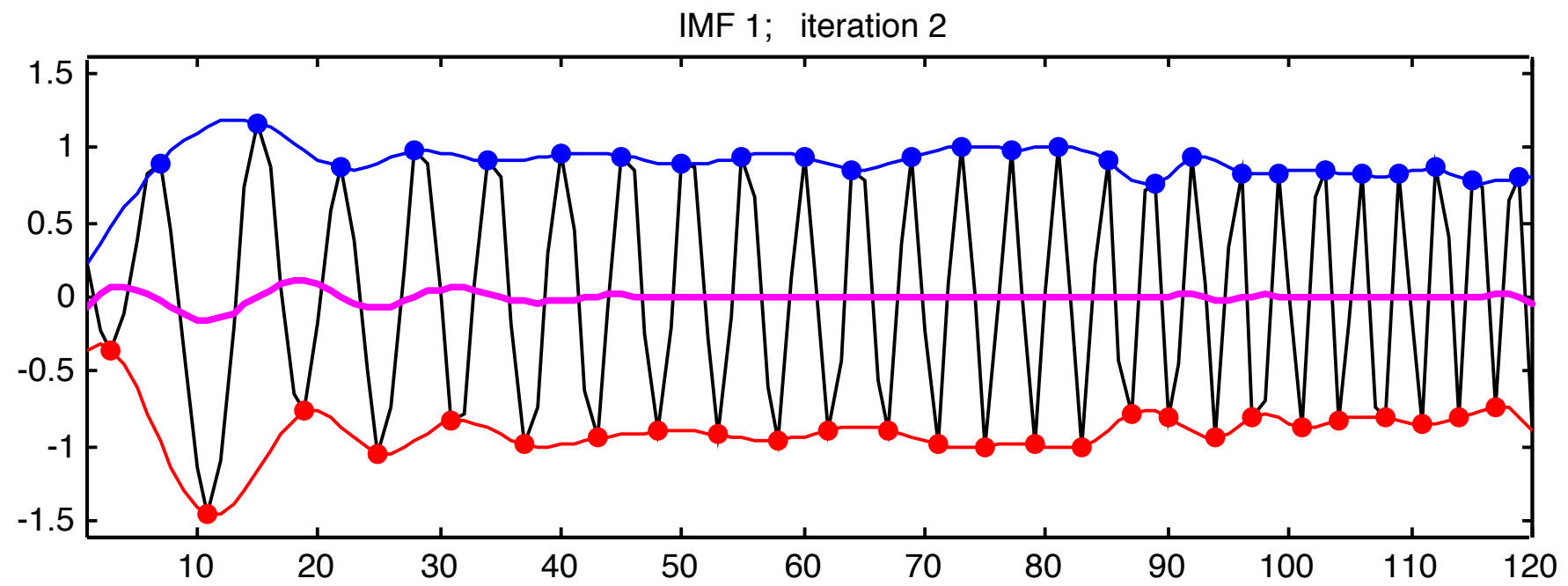




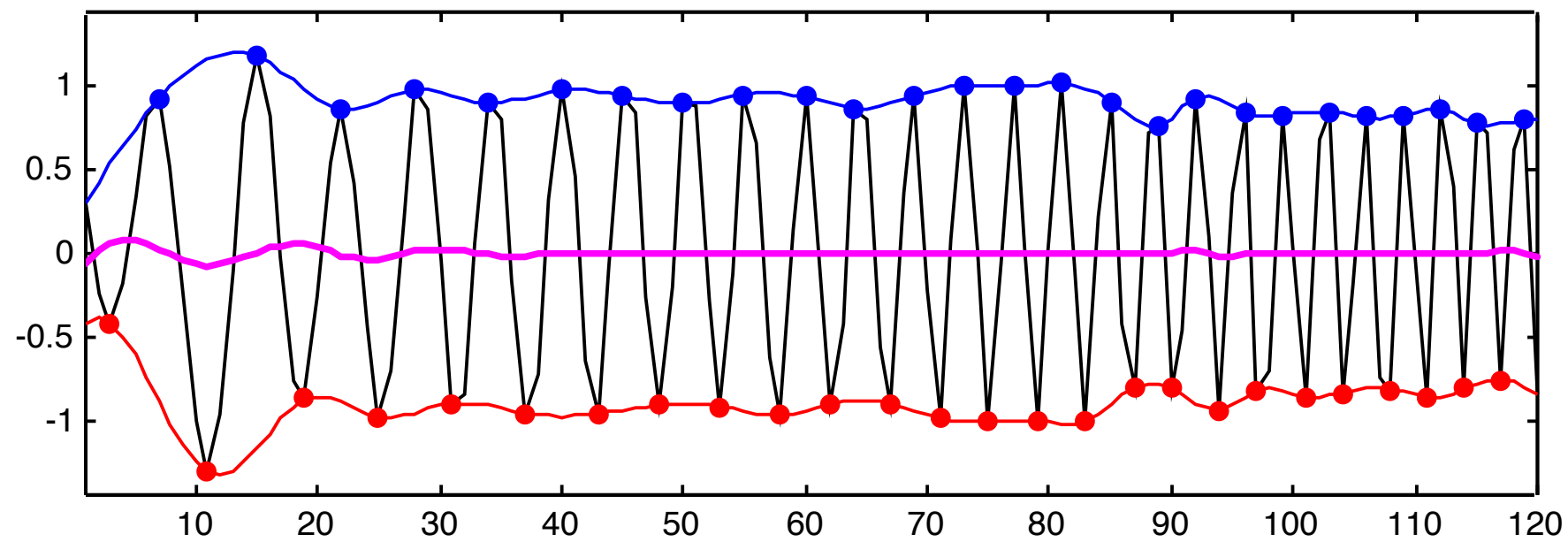




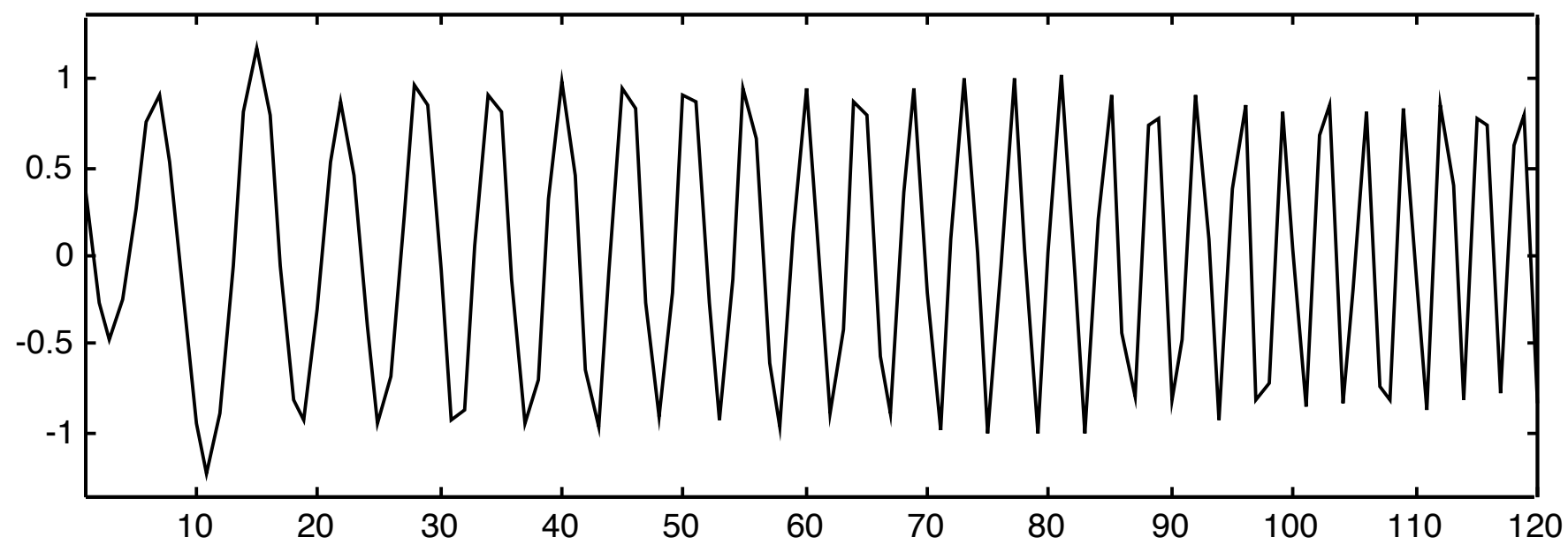


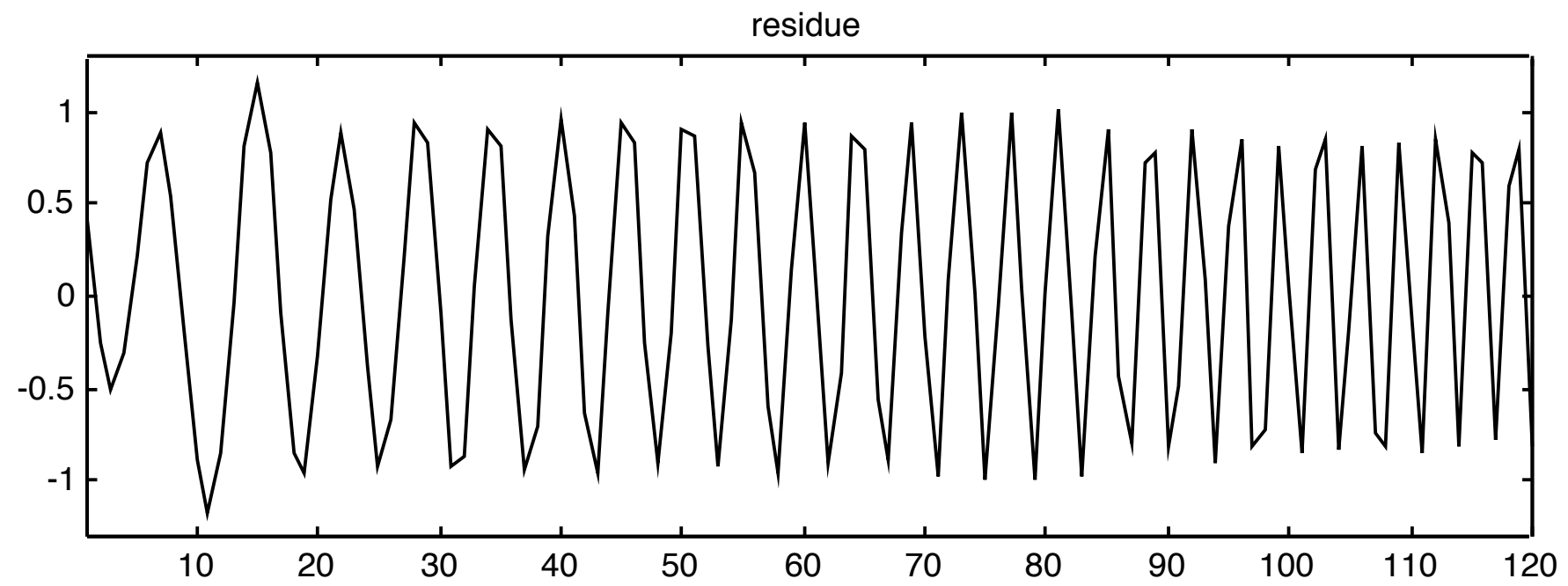
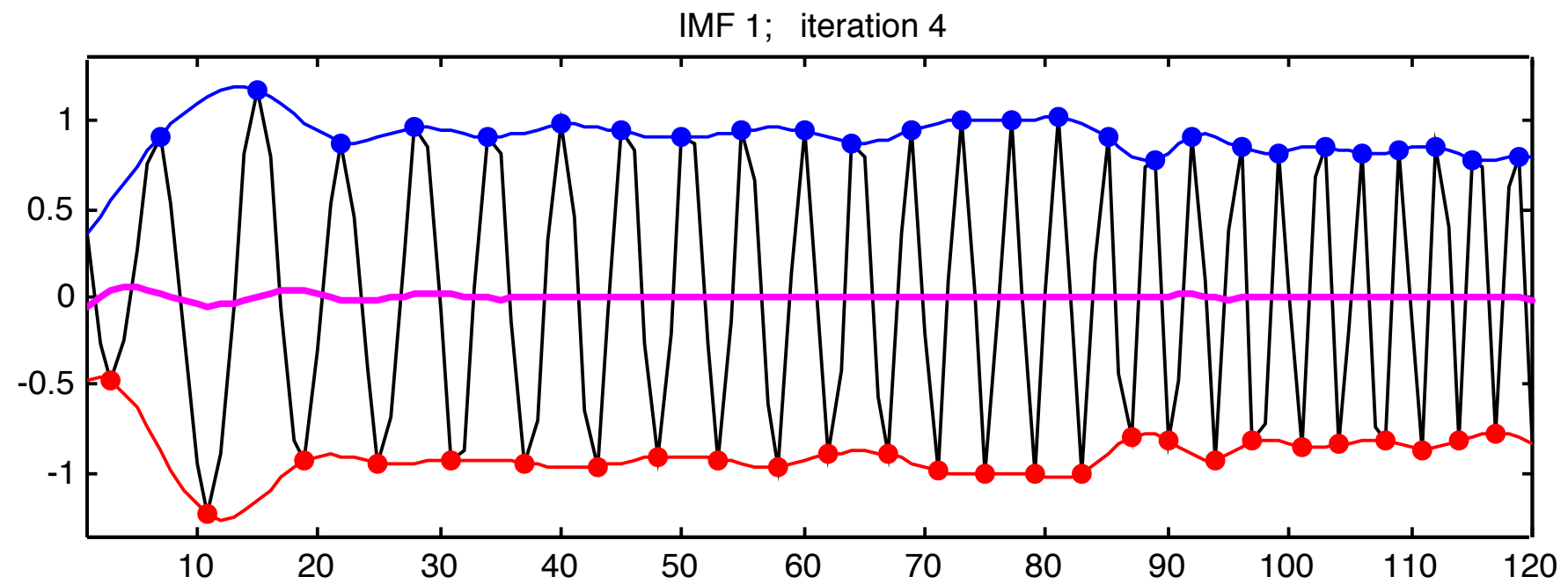


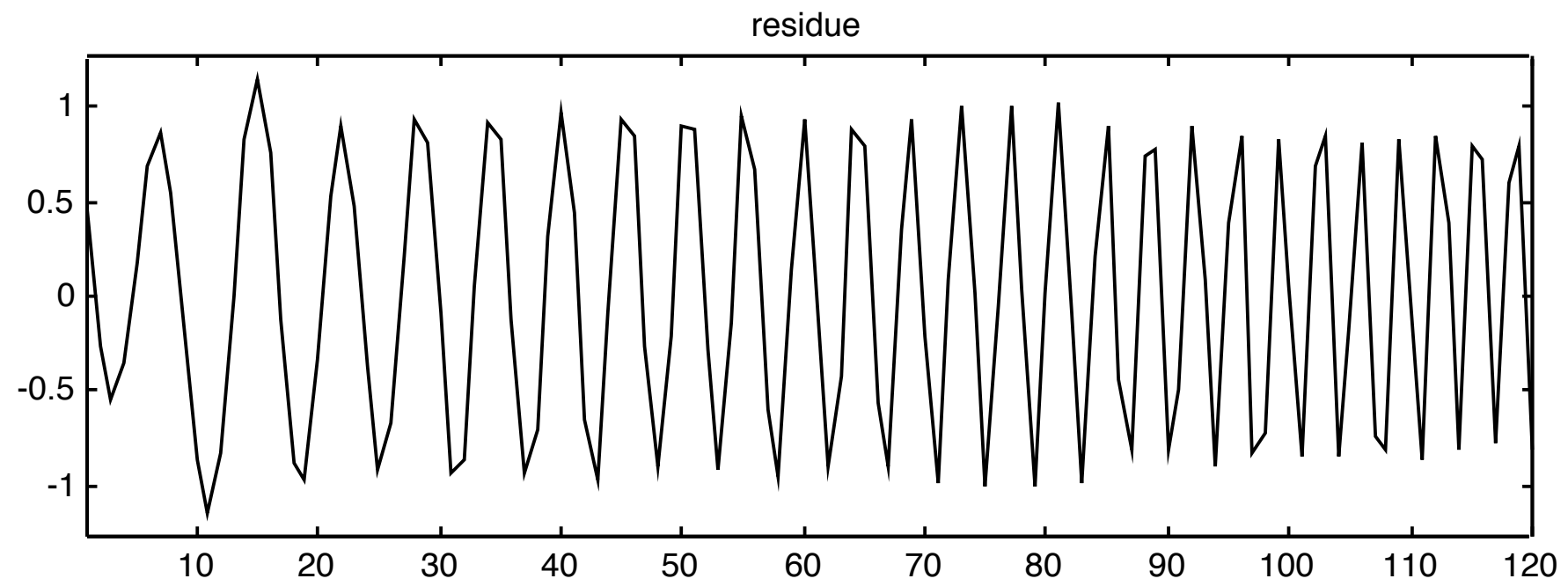
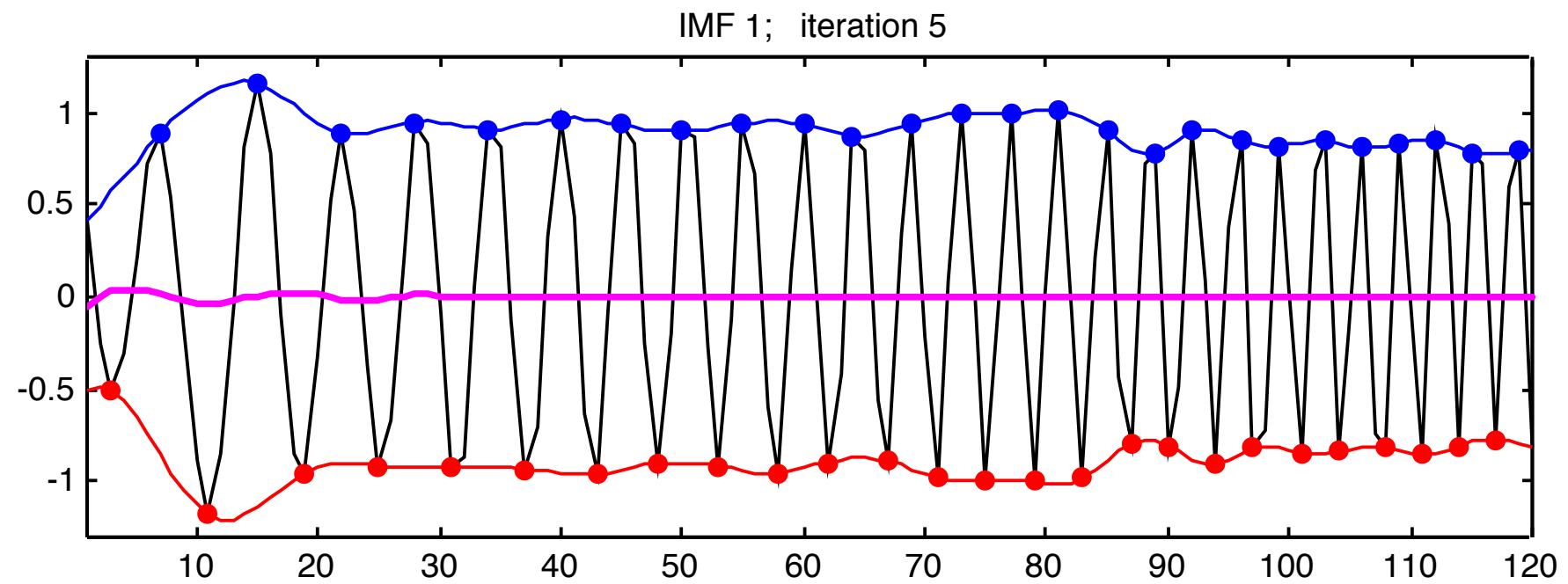
IMF 1; iteration 3

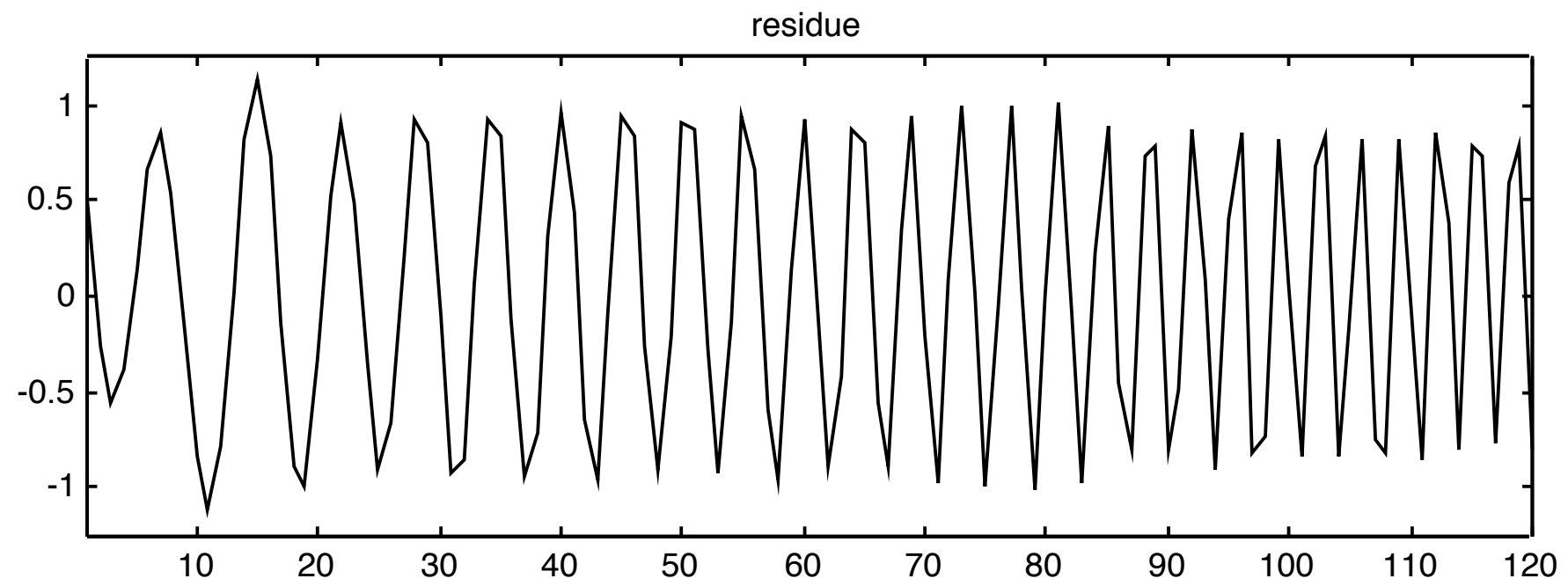
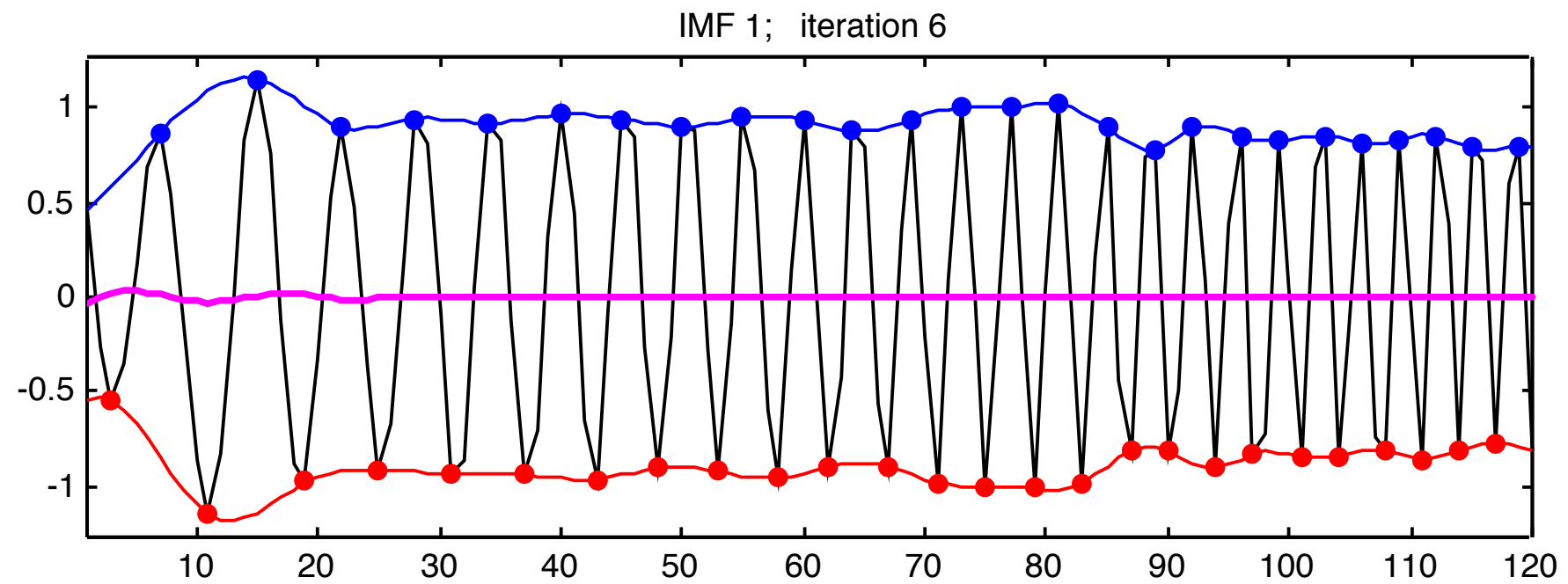


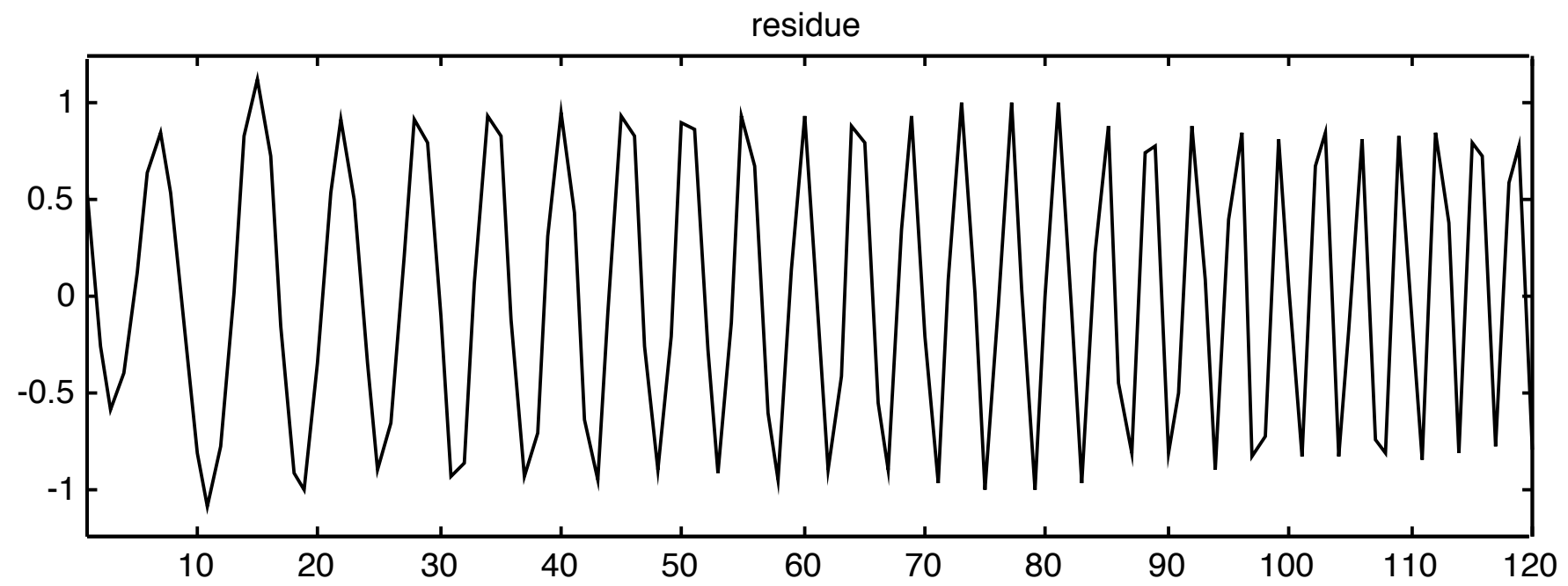
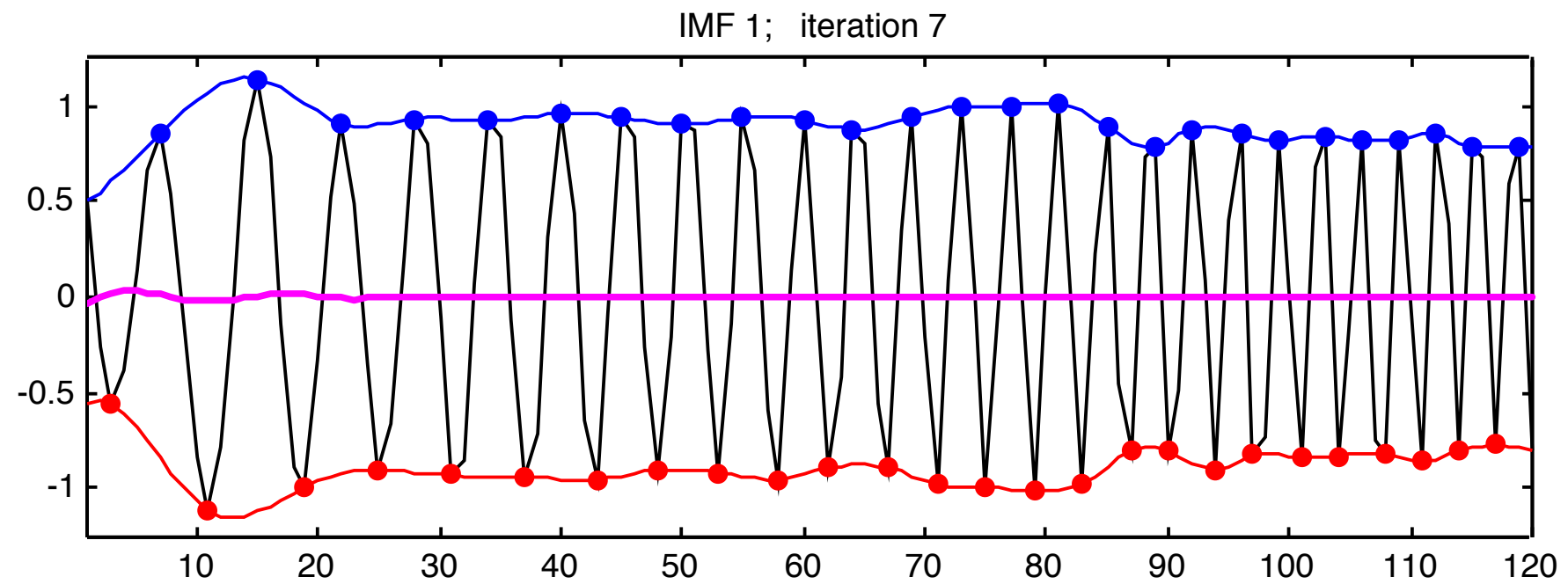
residue

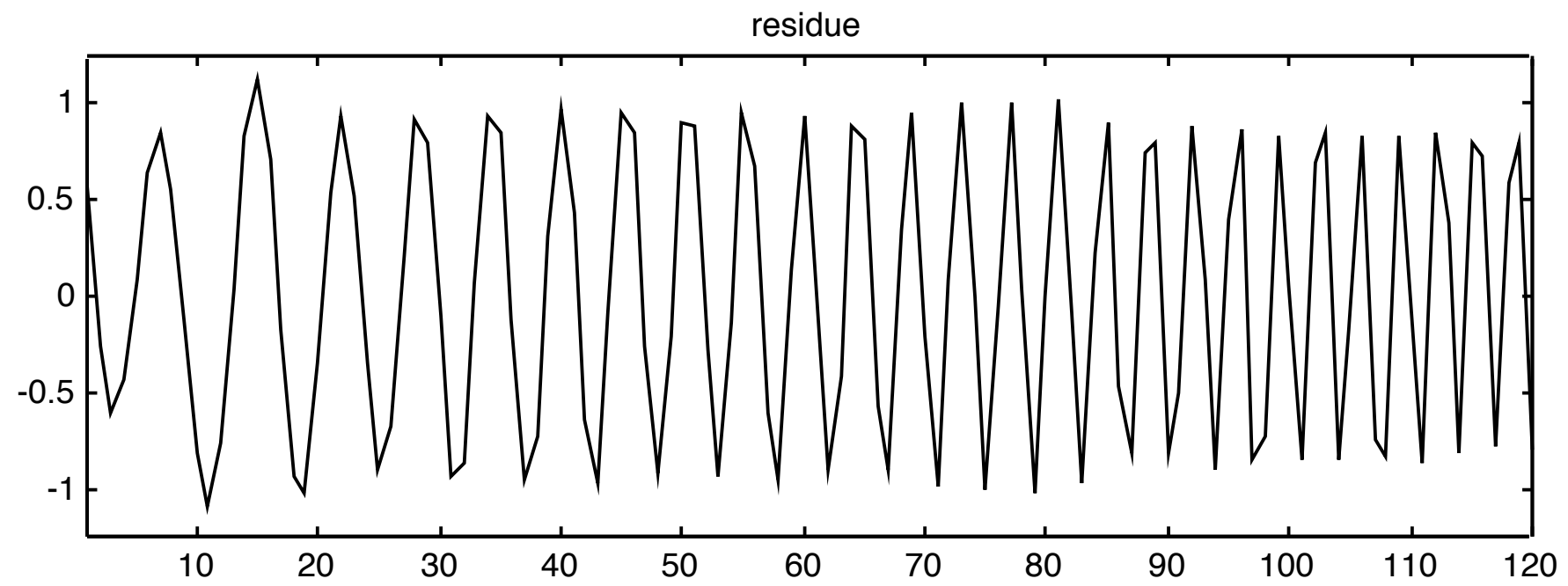
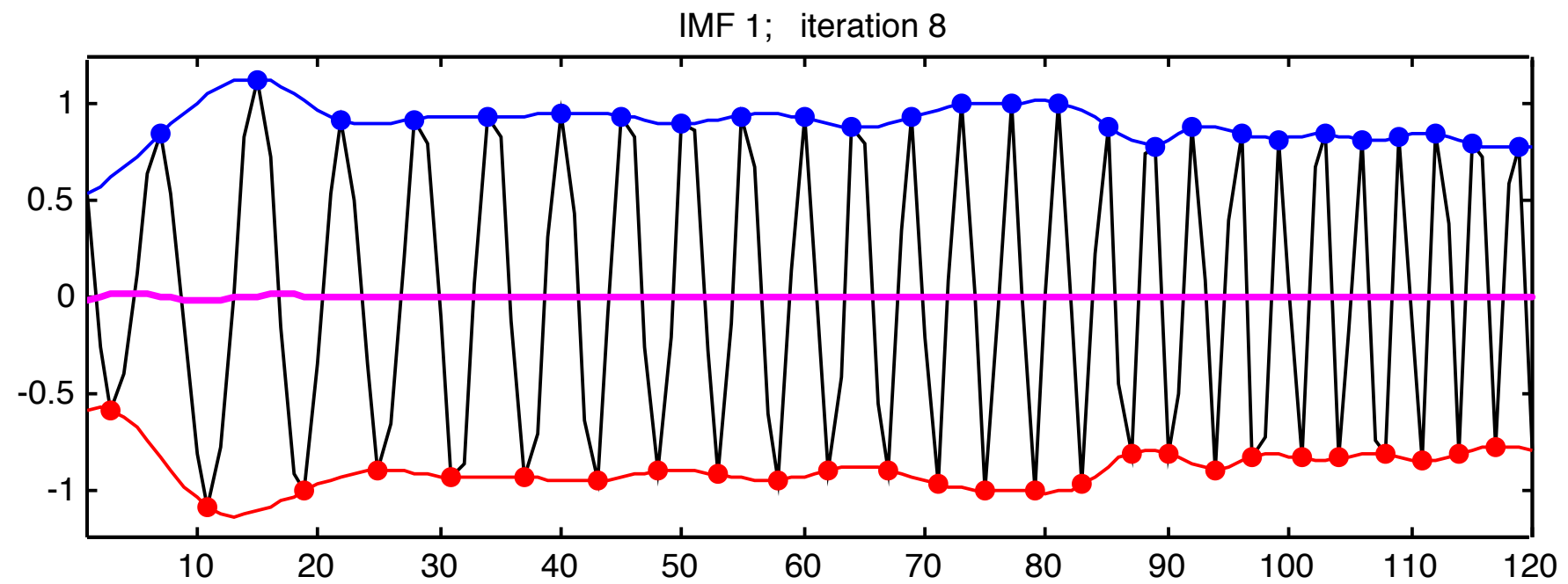


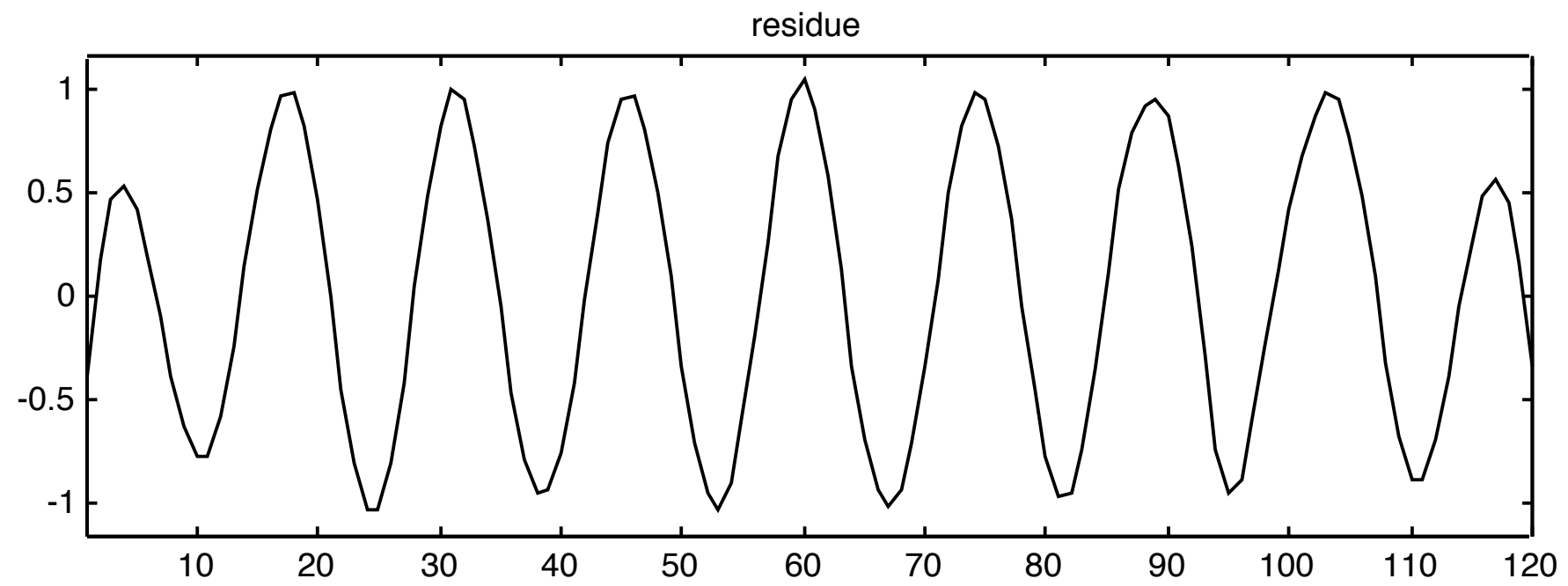
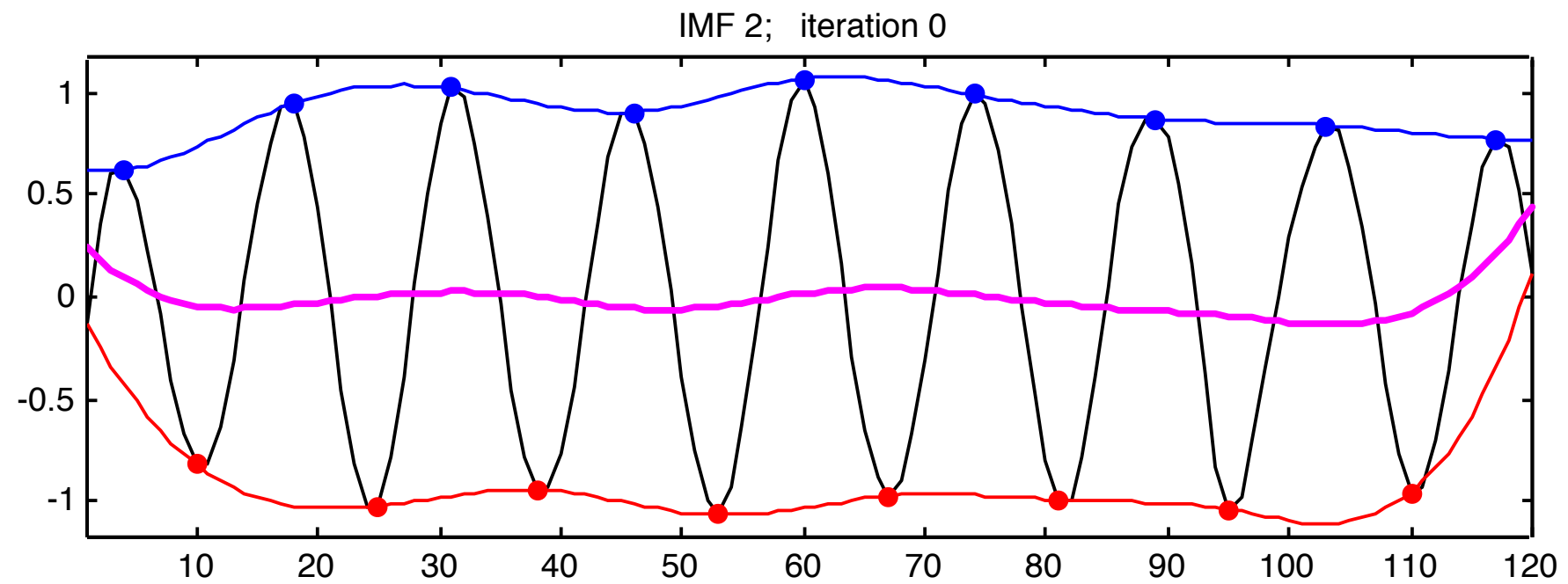


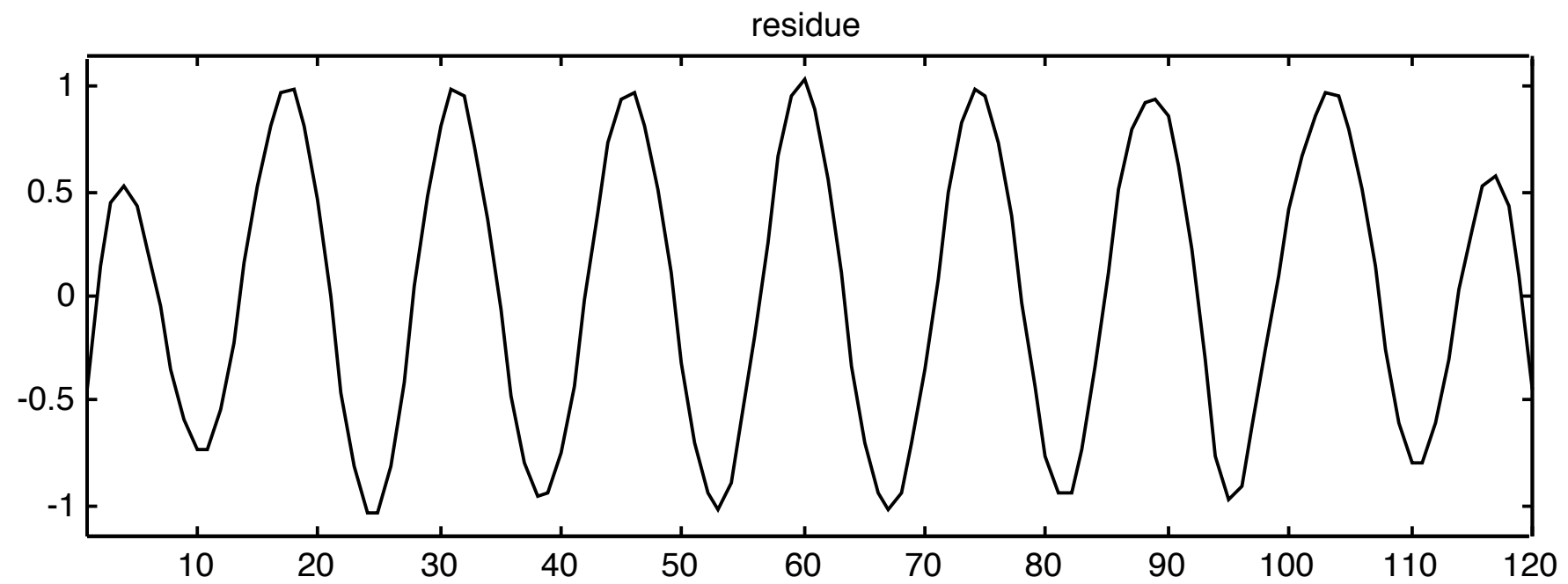
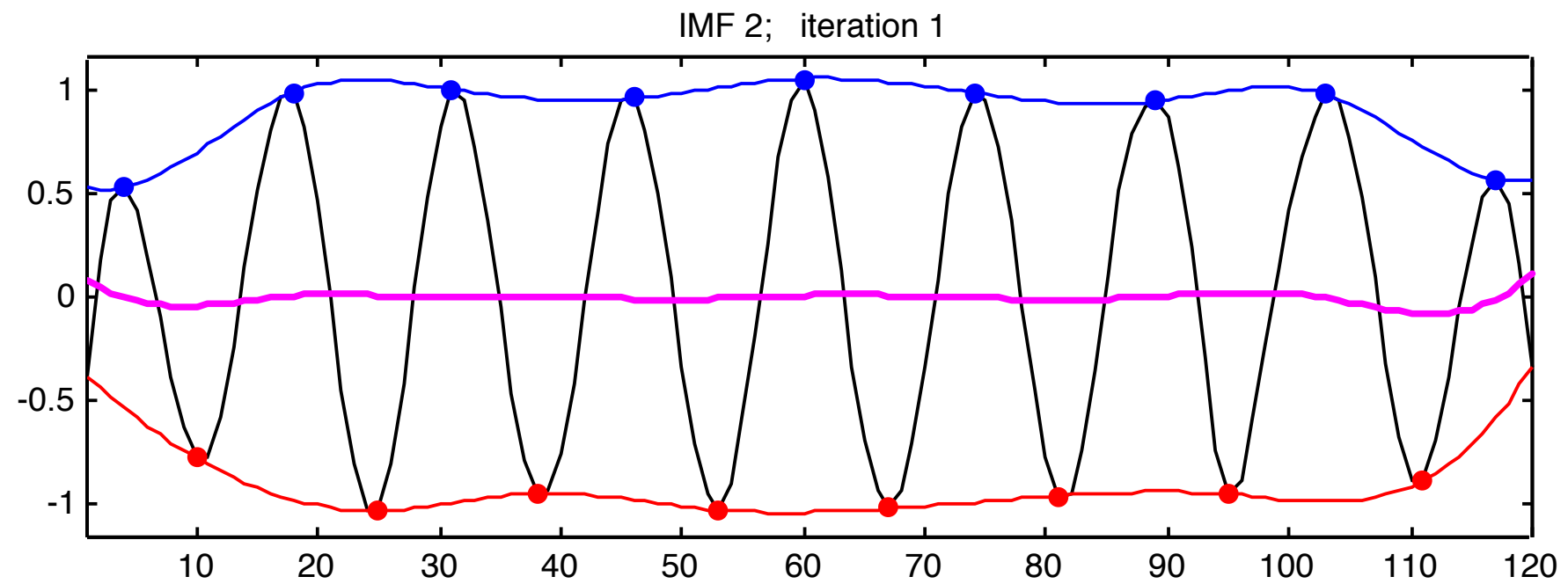


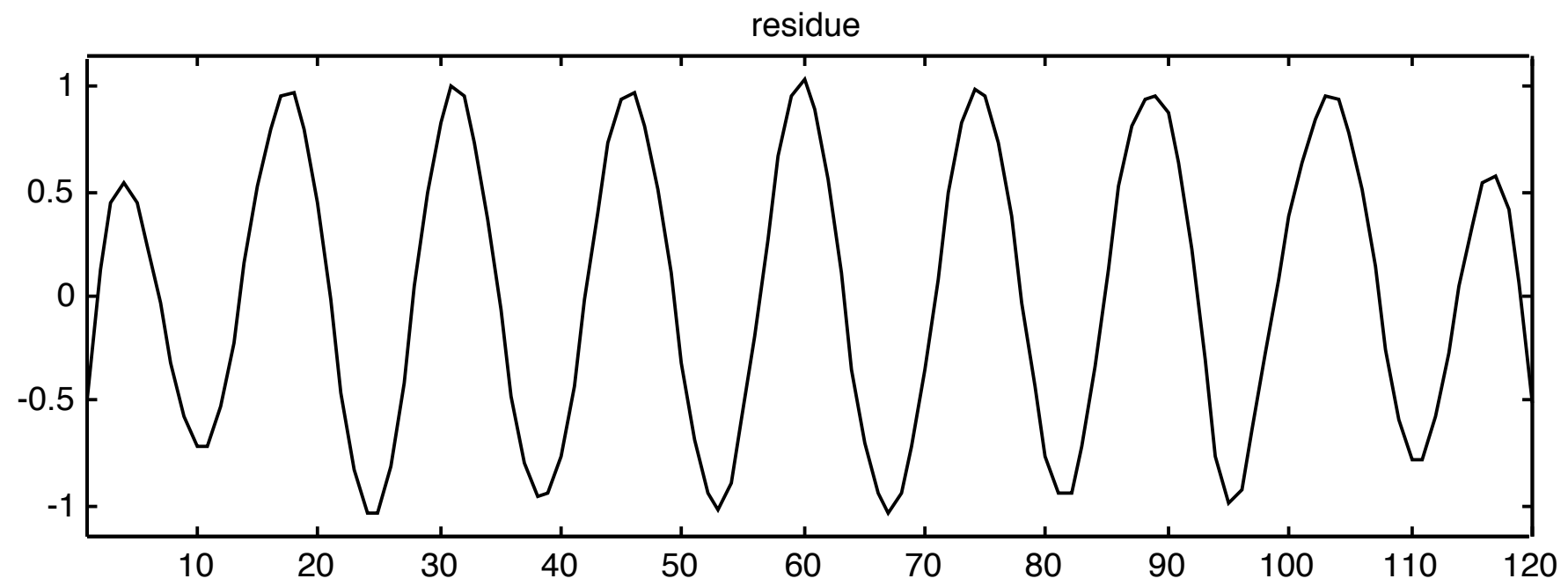
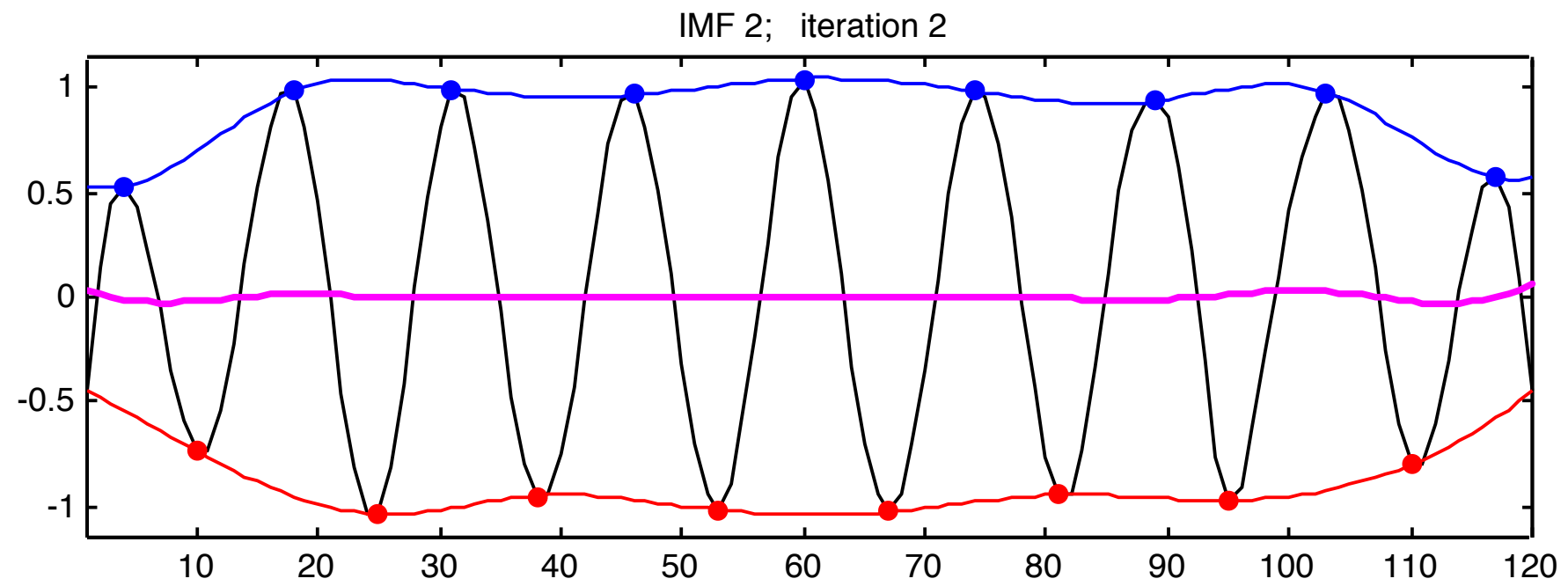


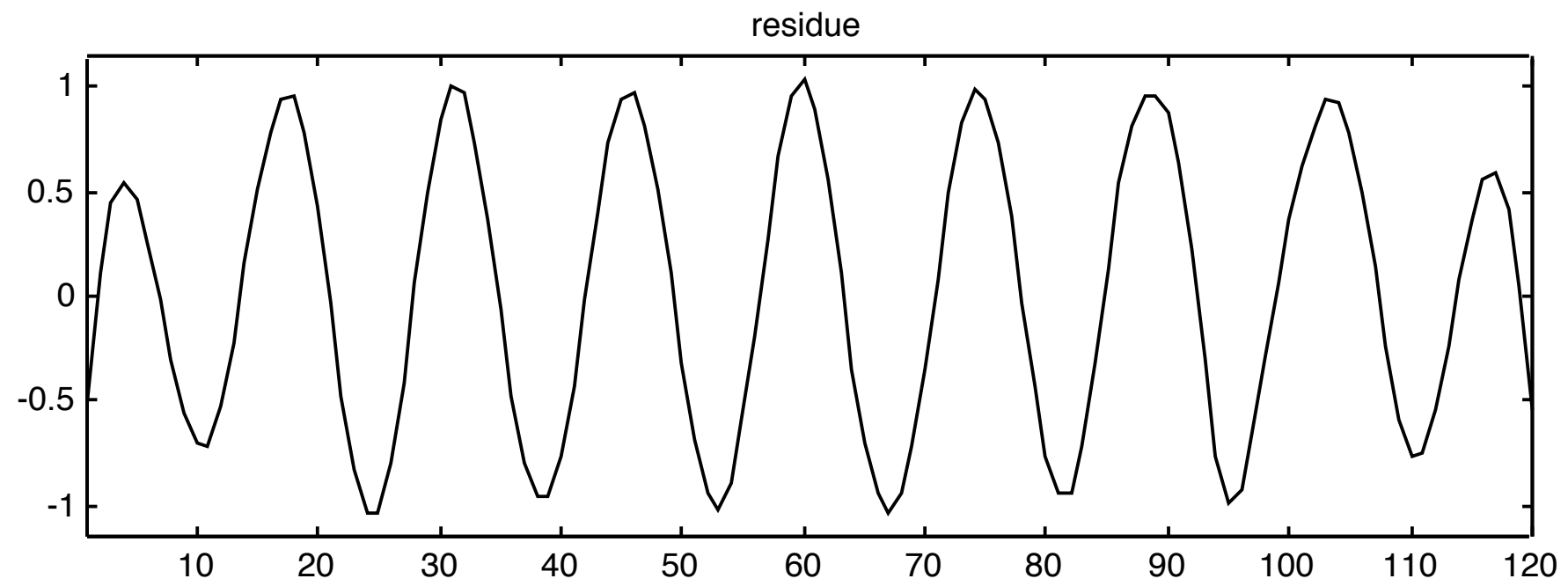
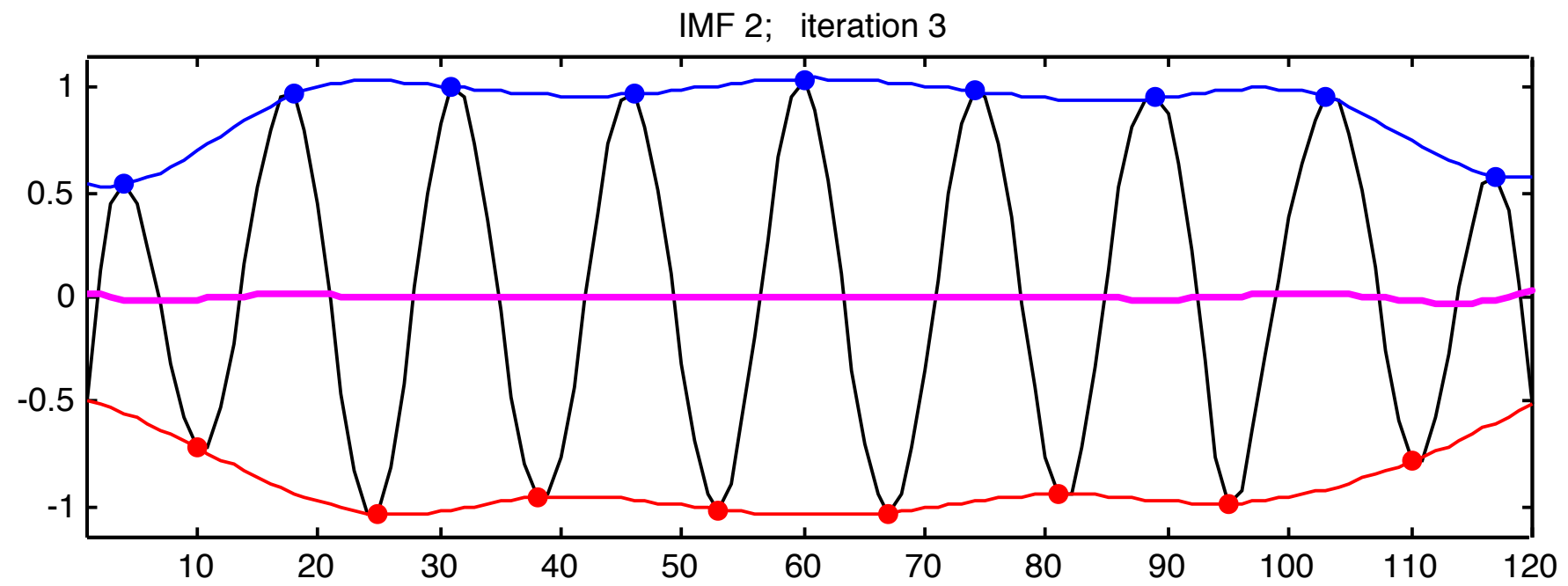


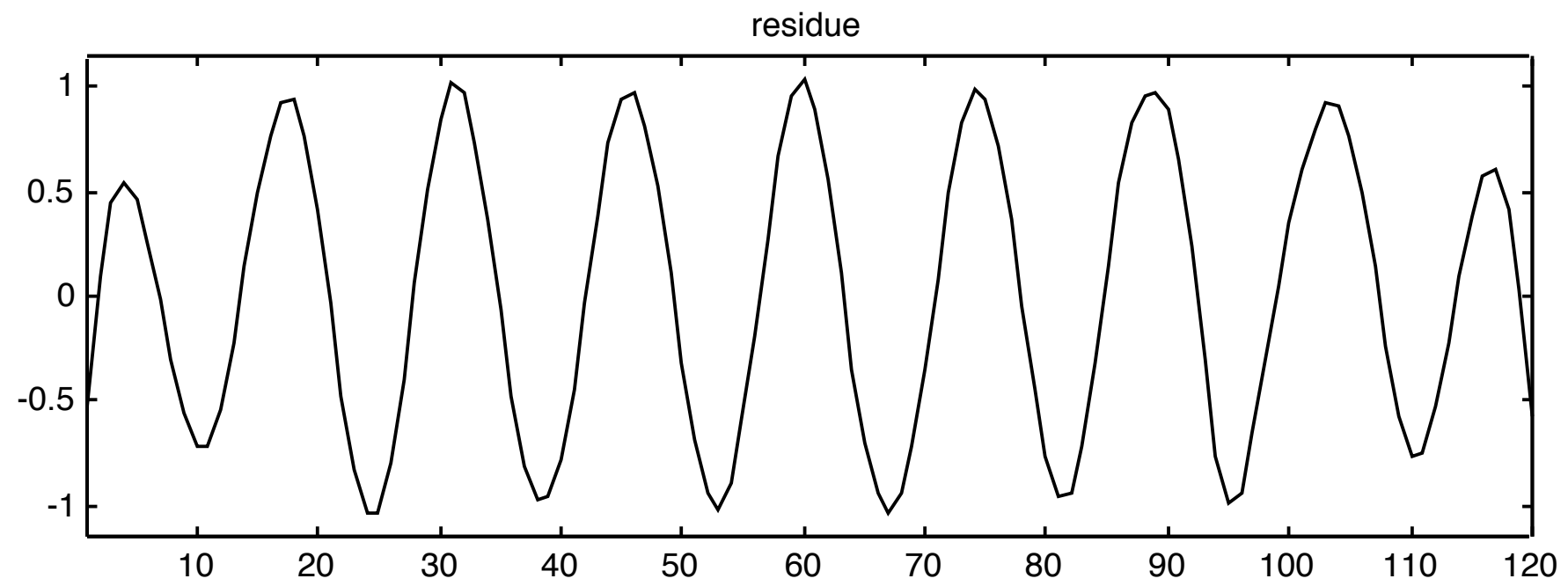
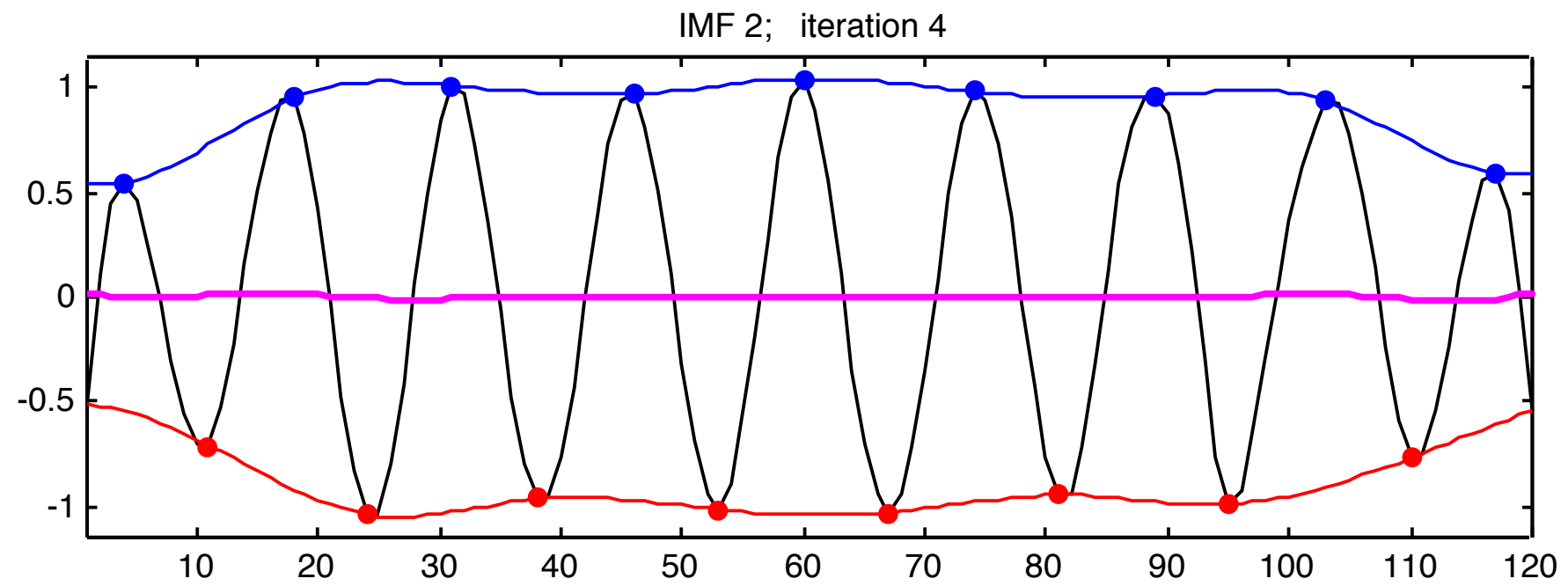


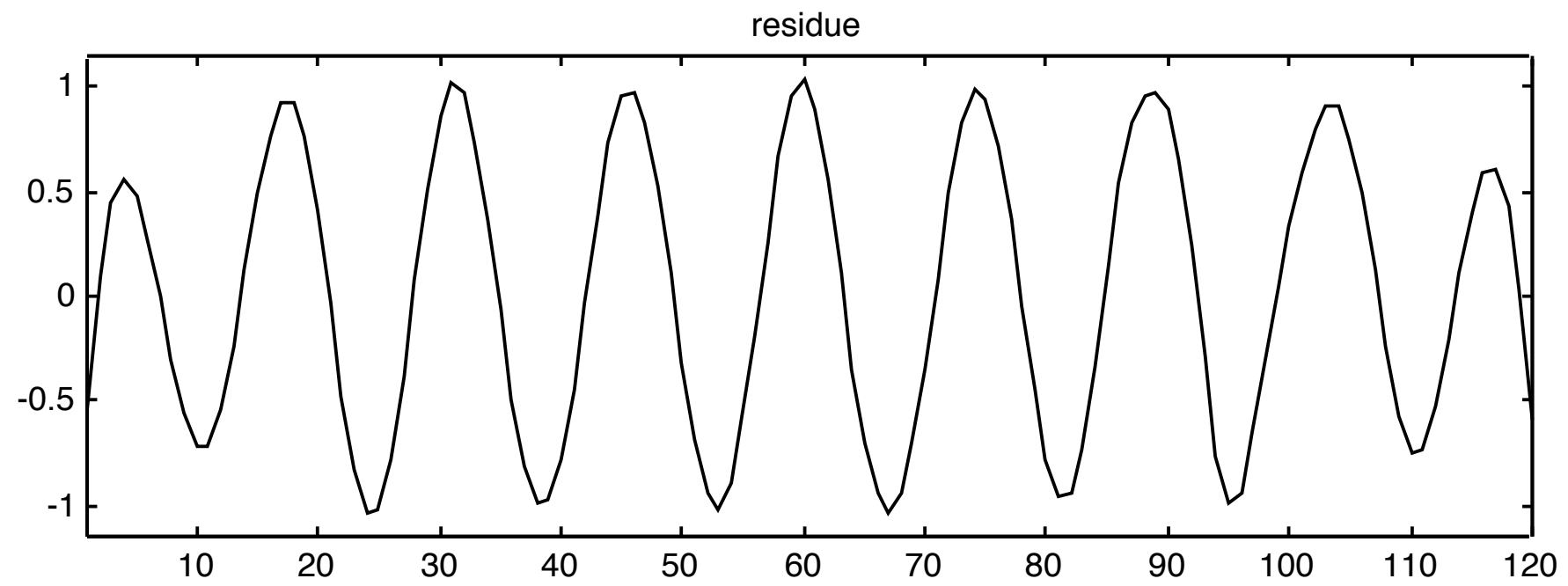
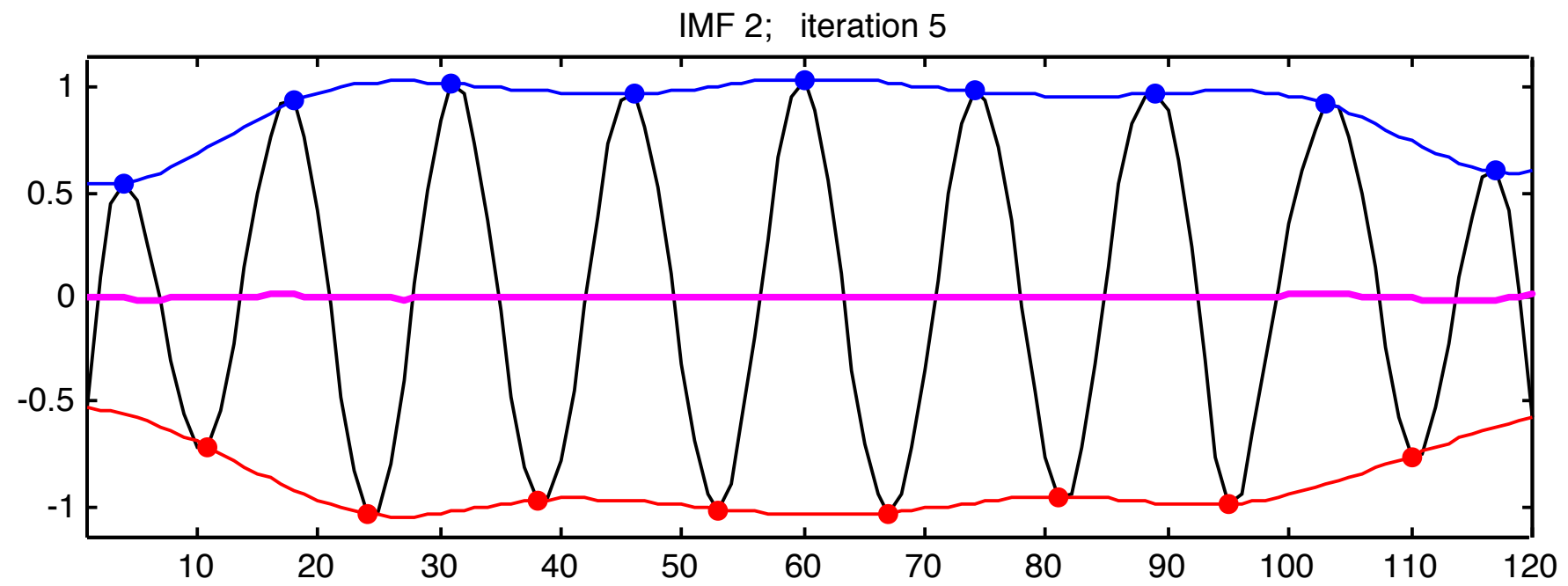


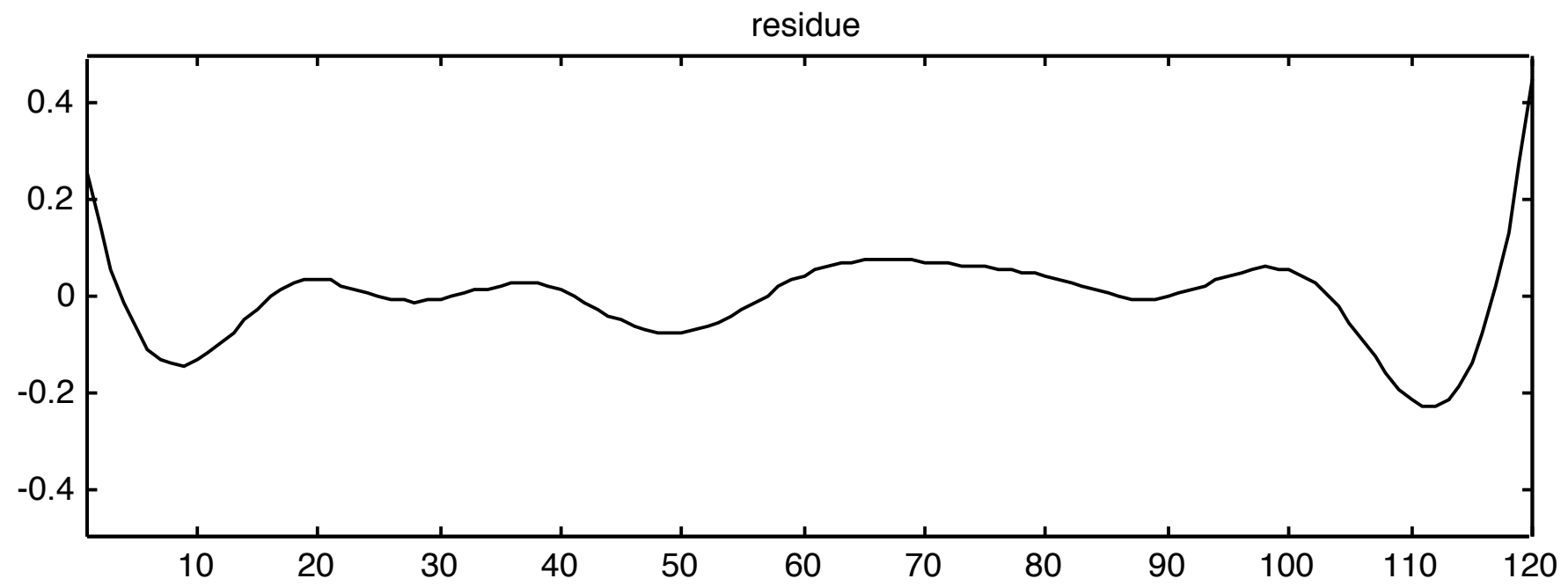
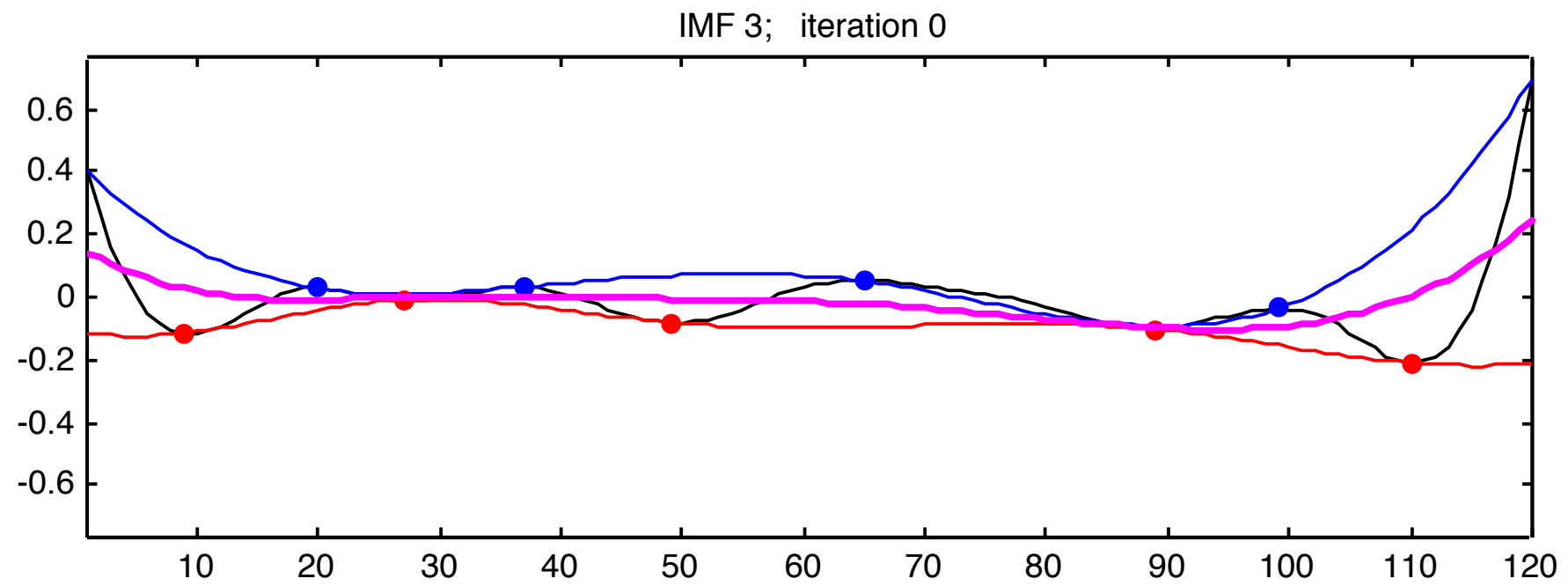


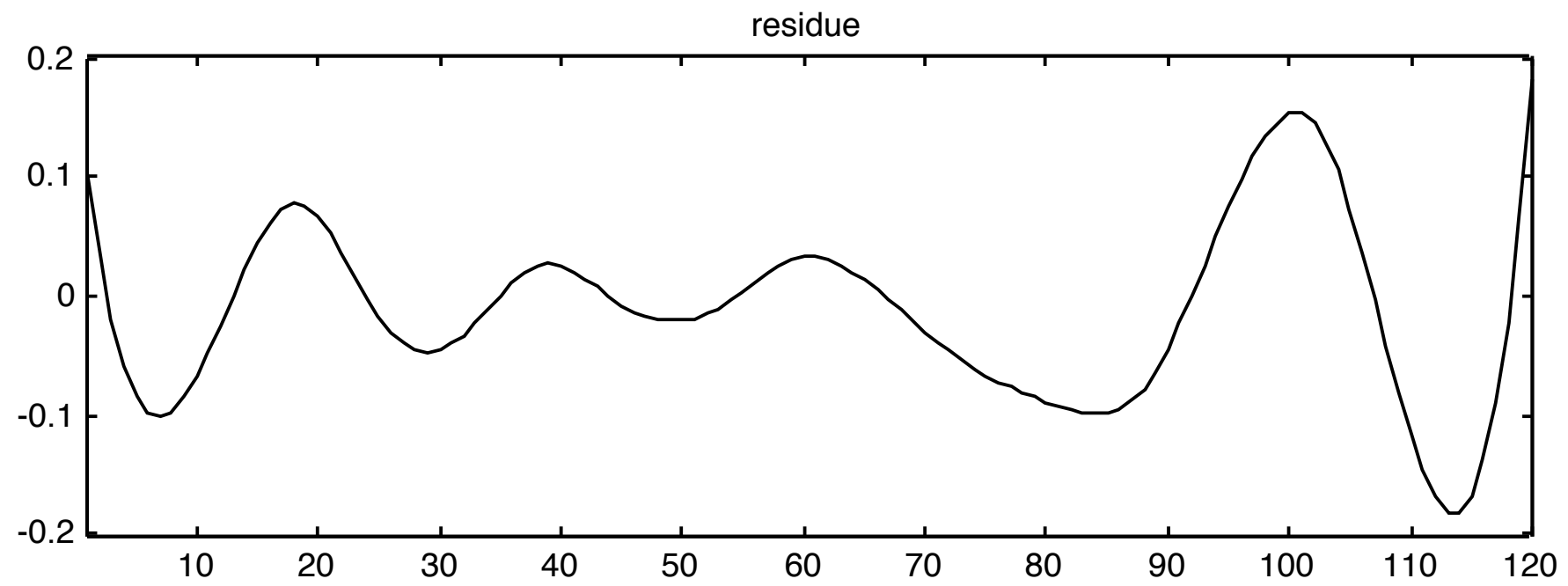
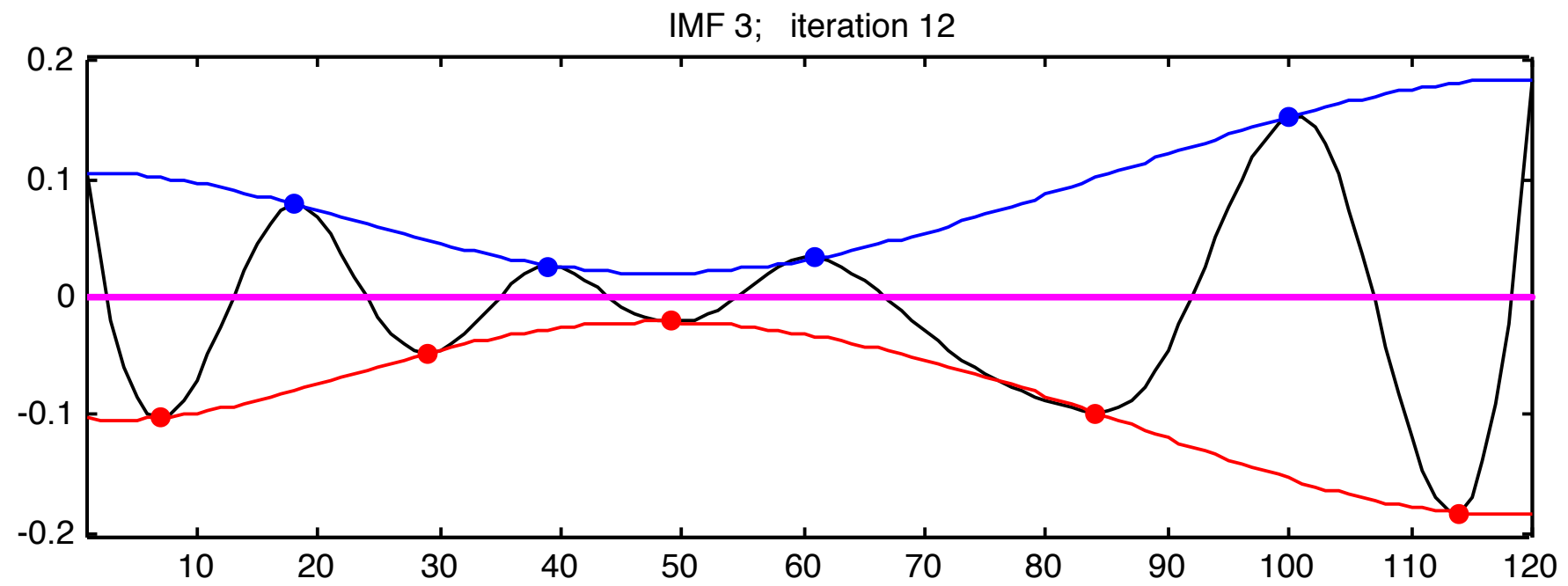


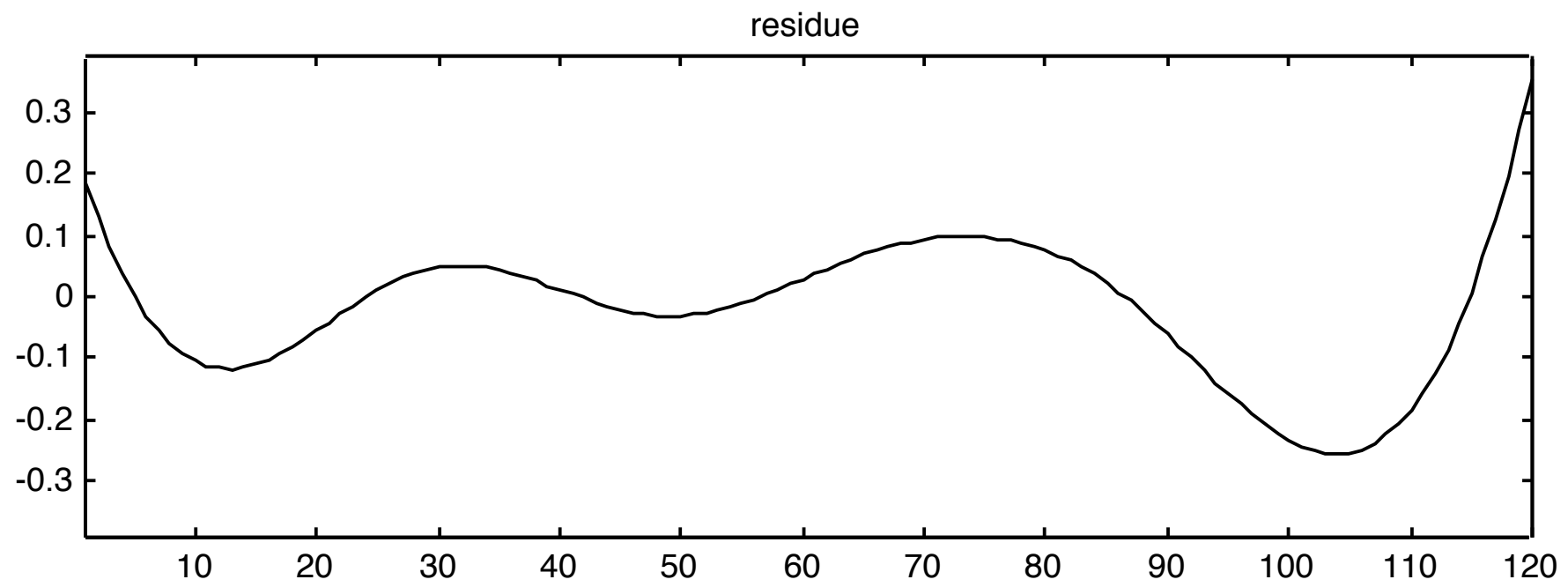
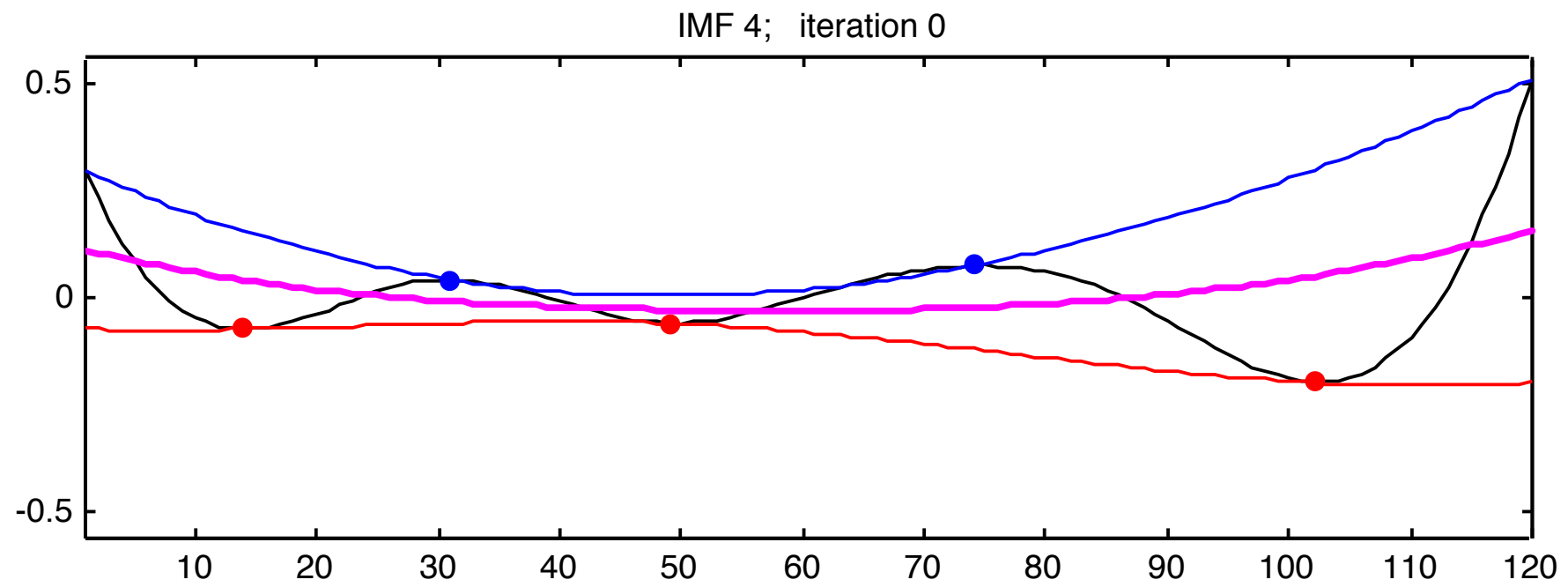


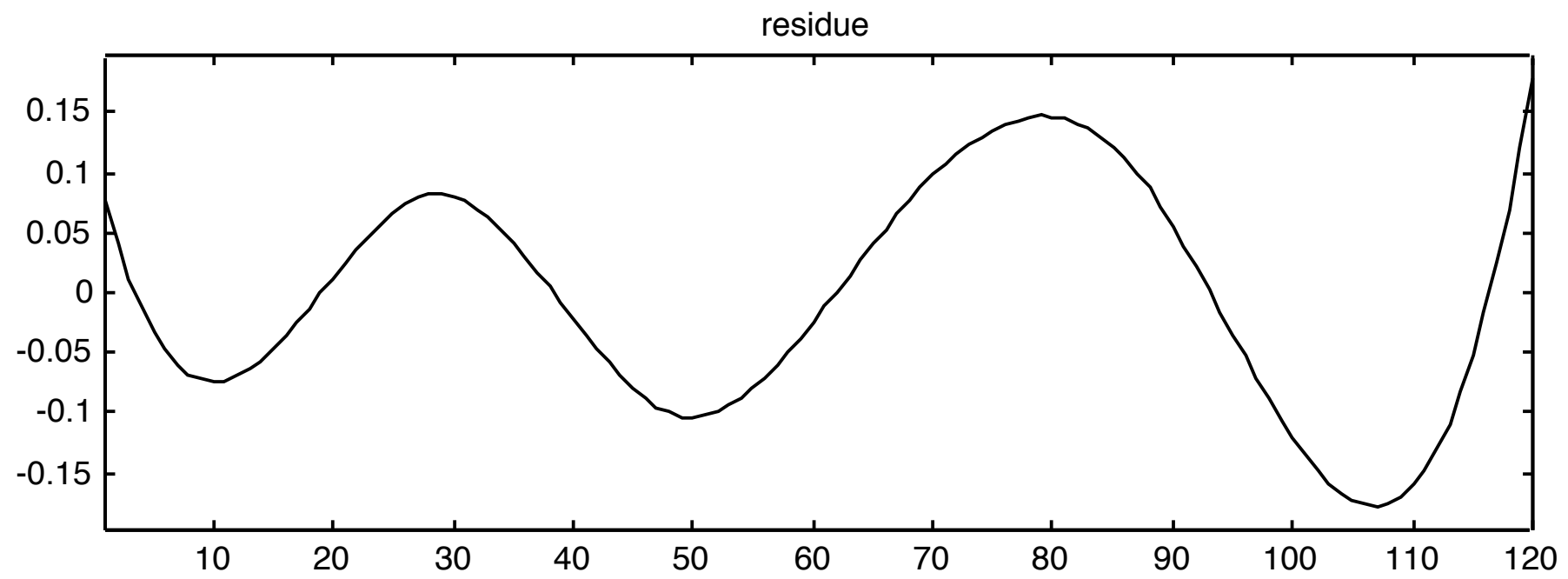
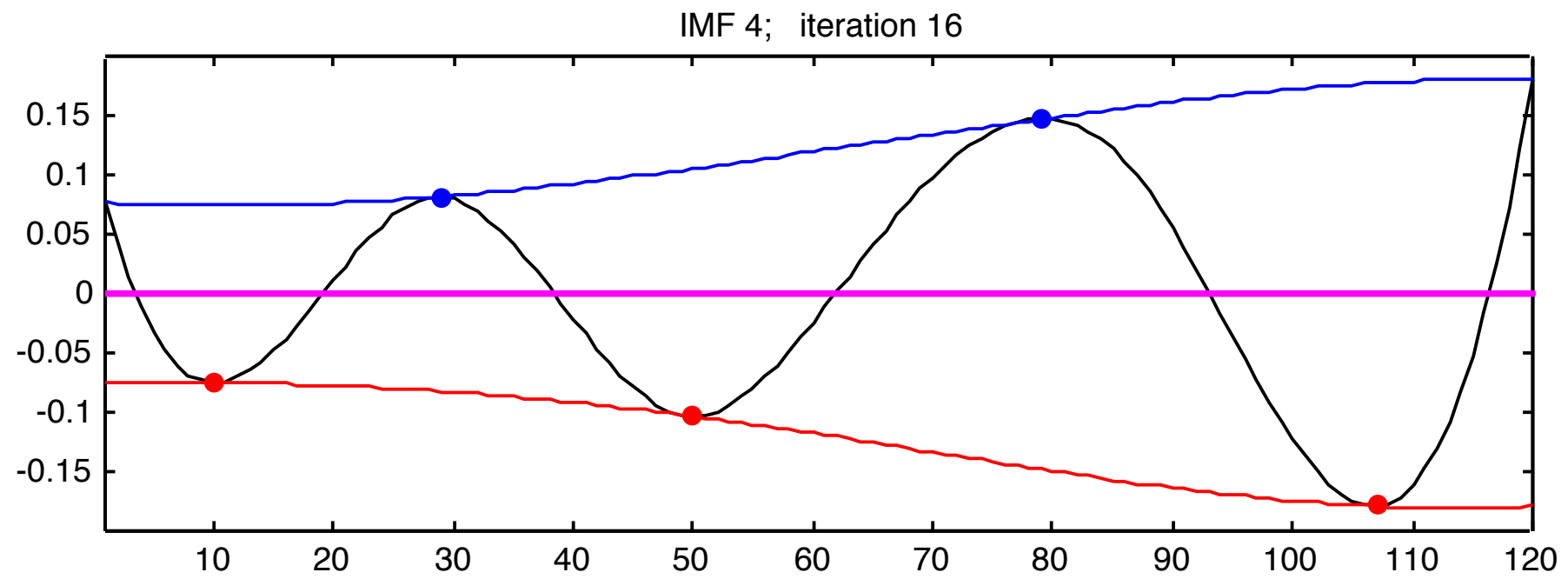


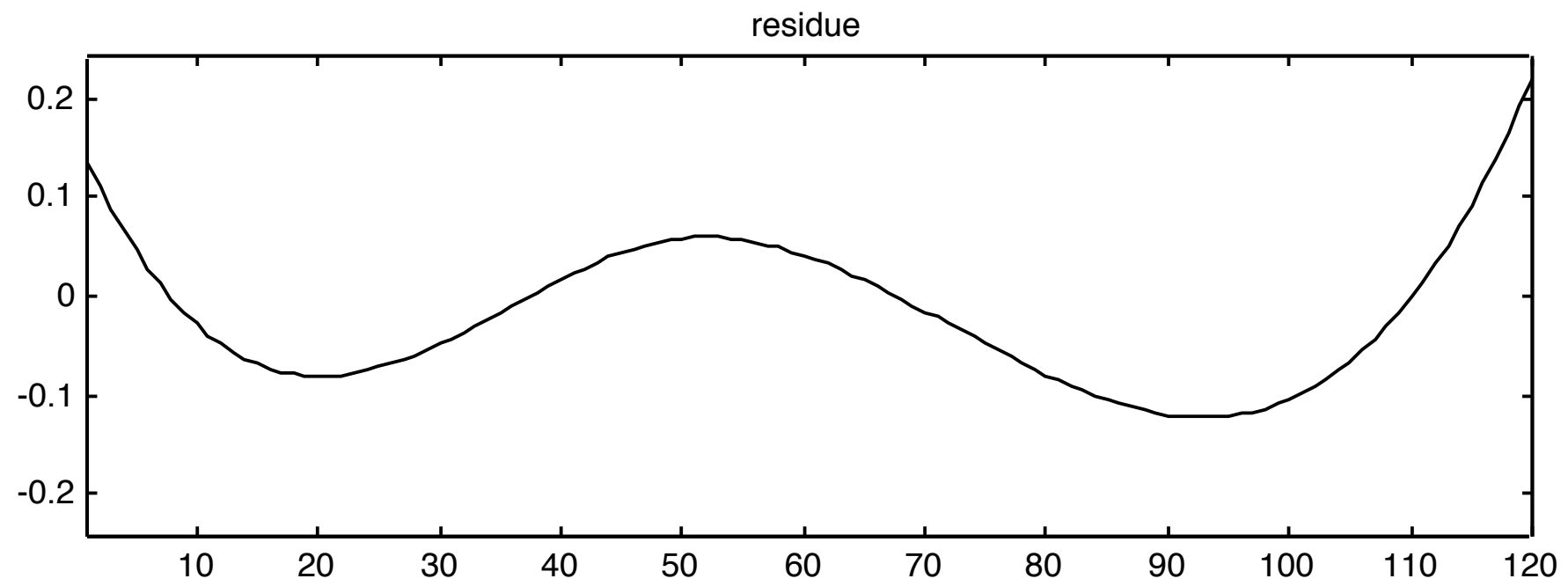
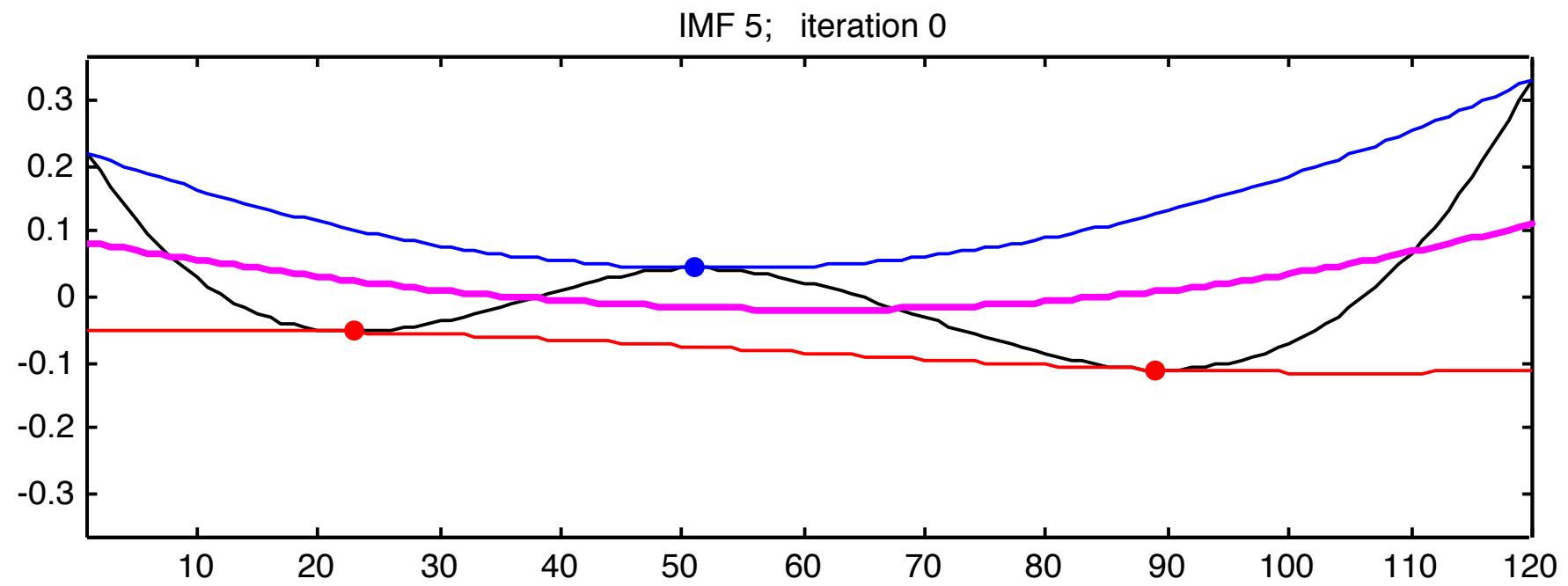


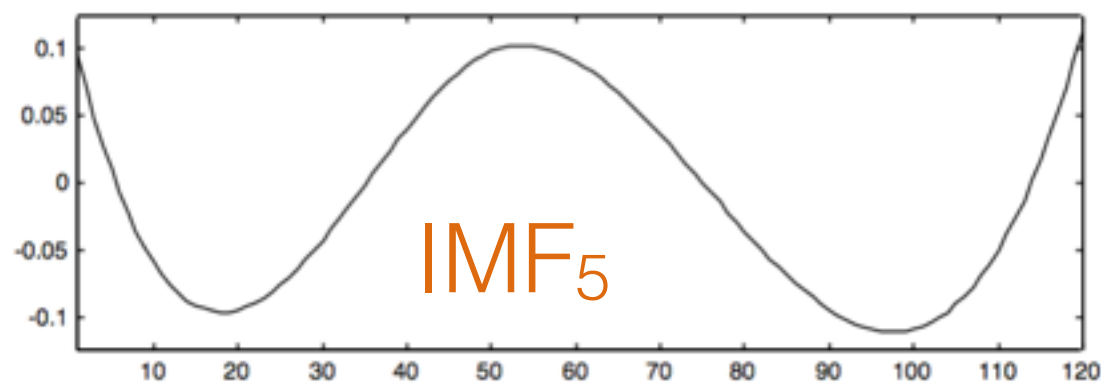
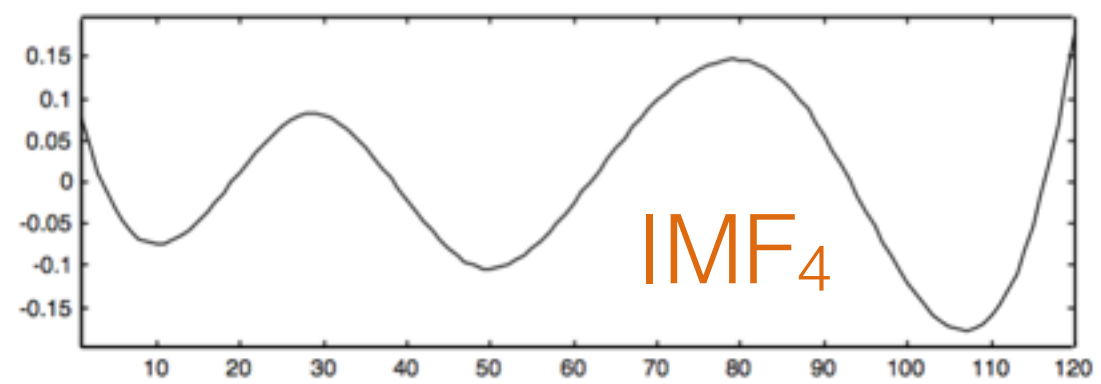
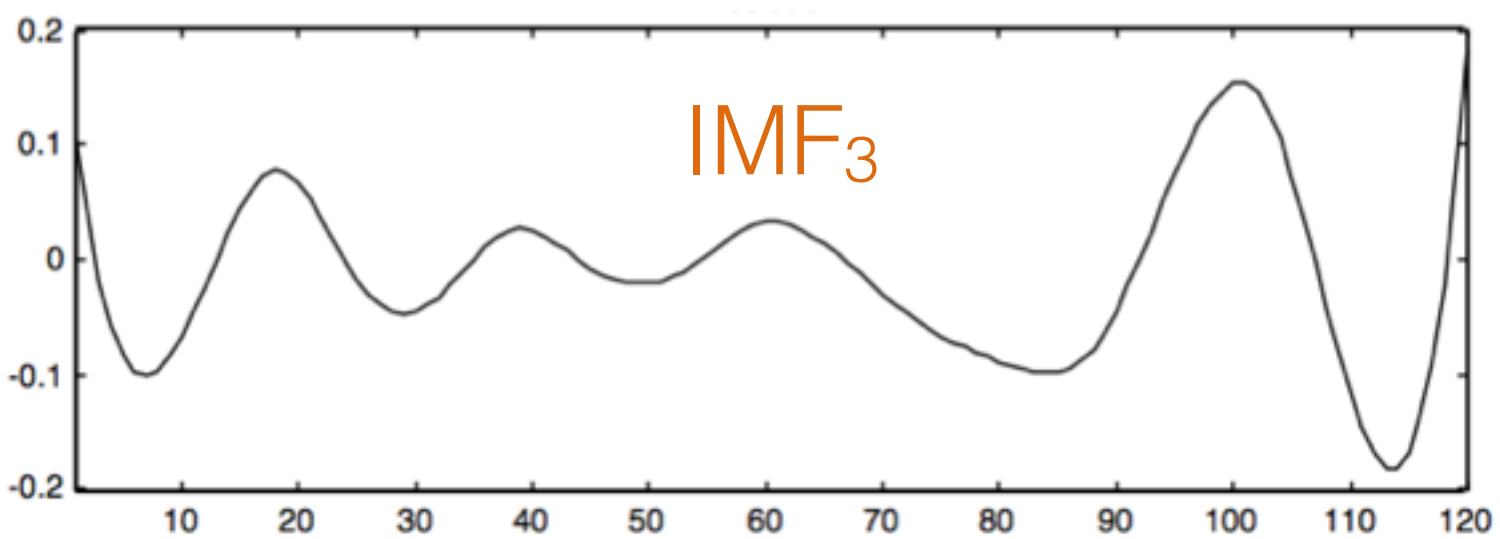
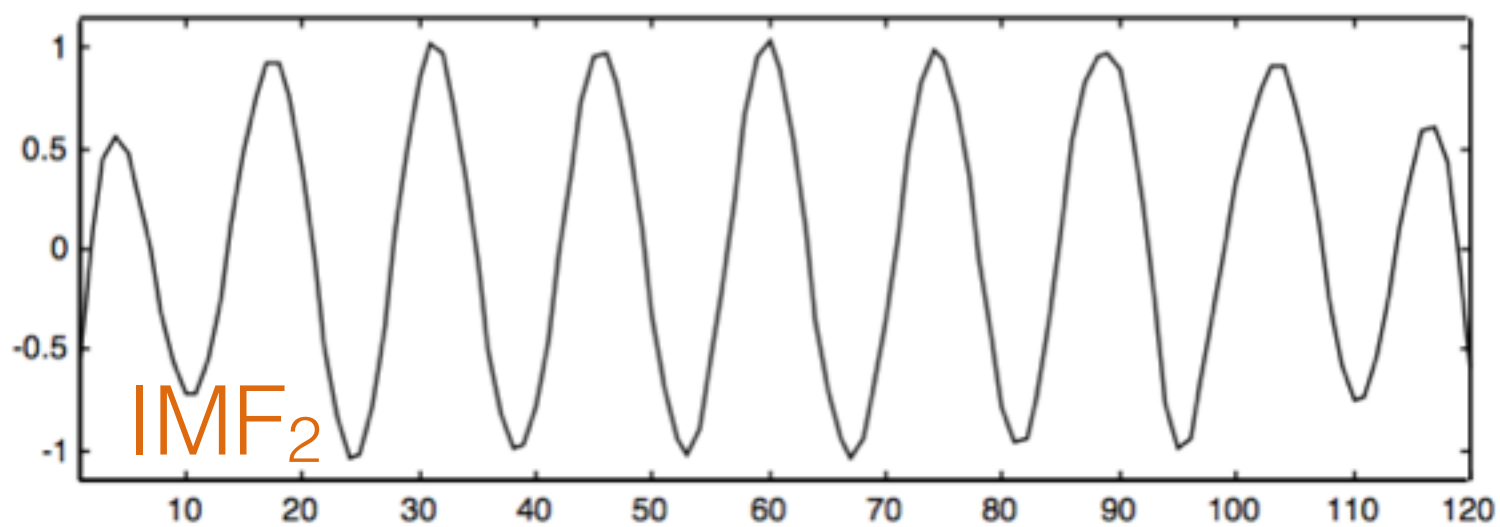
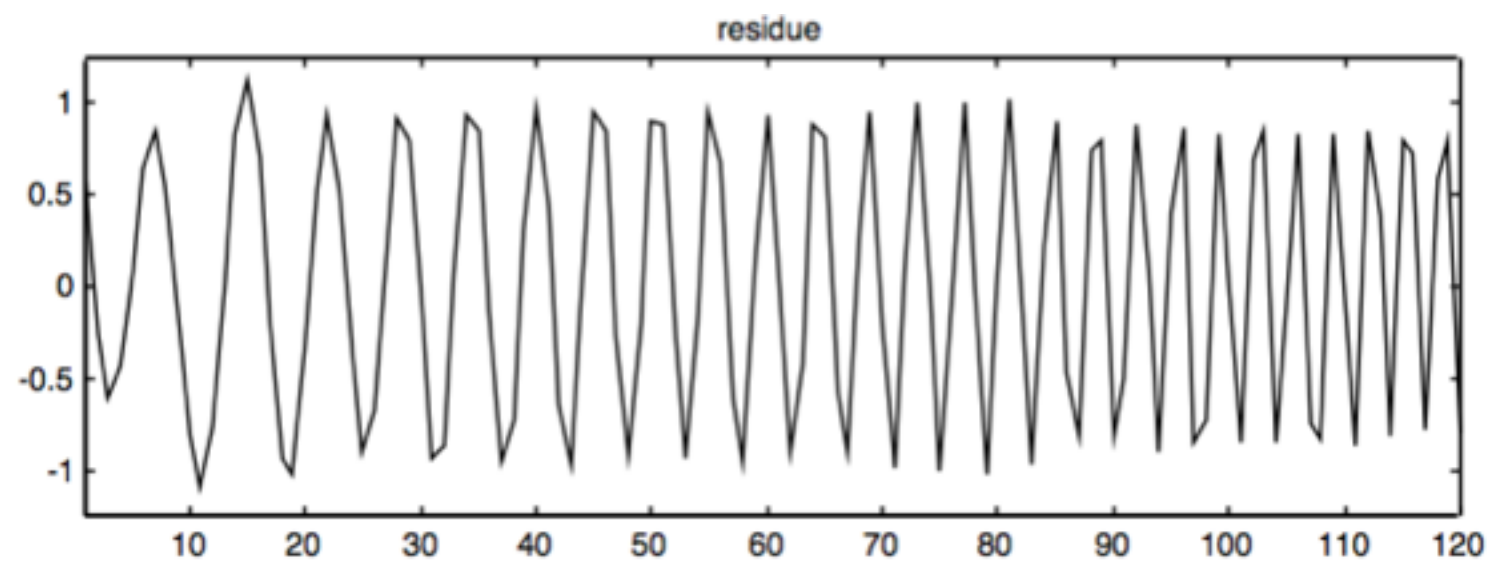




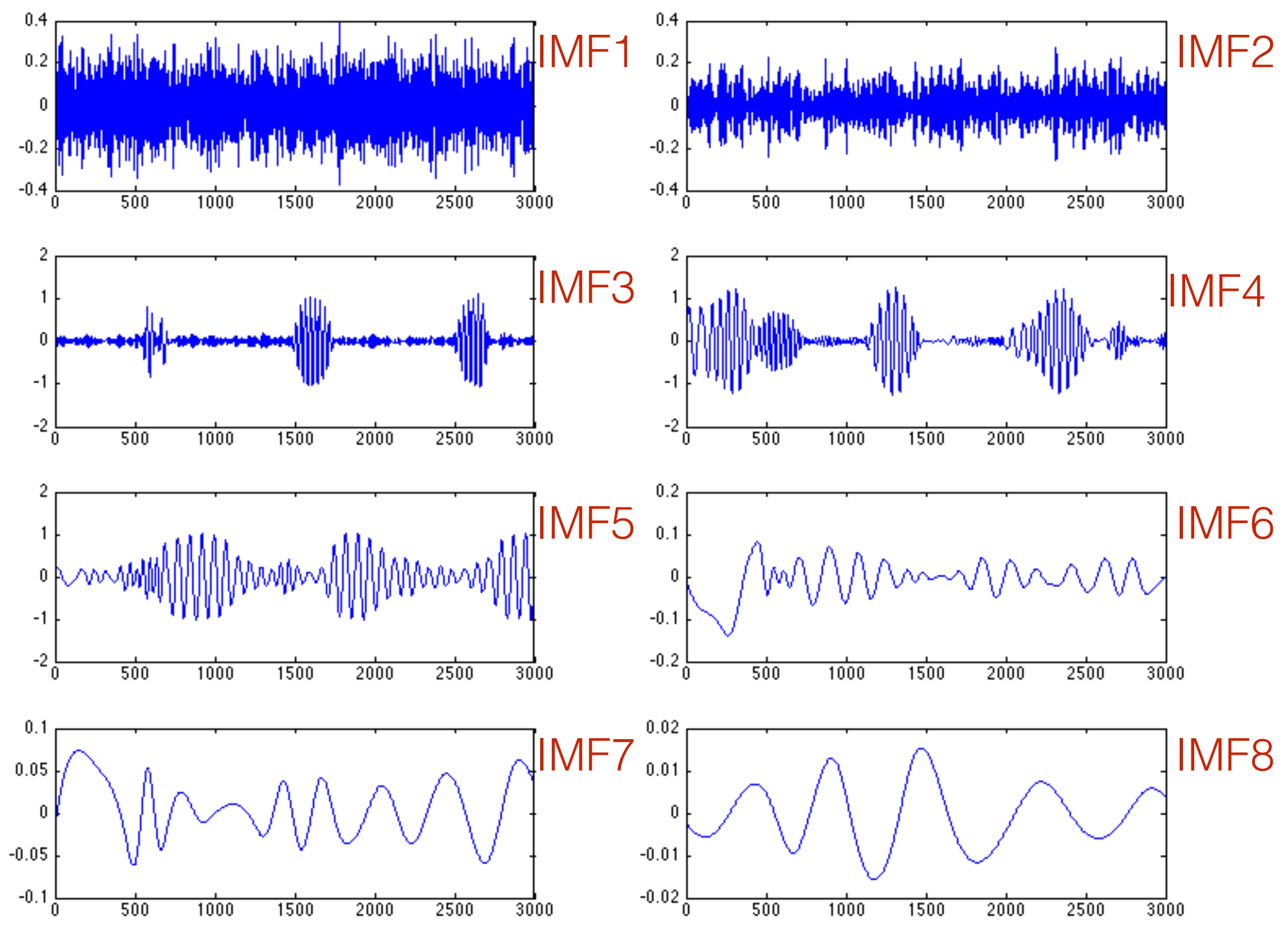






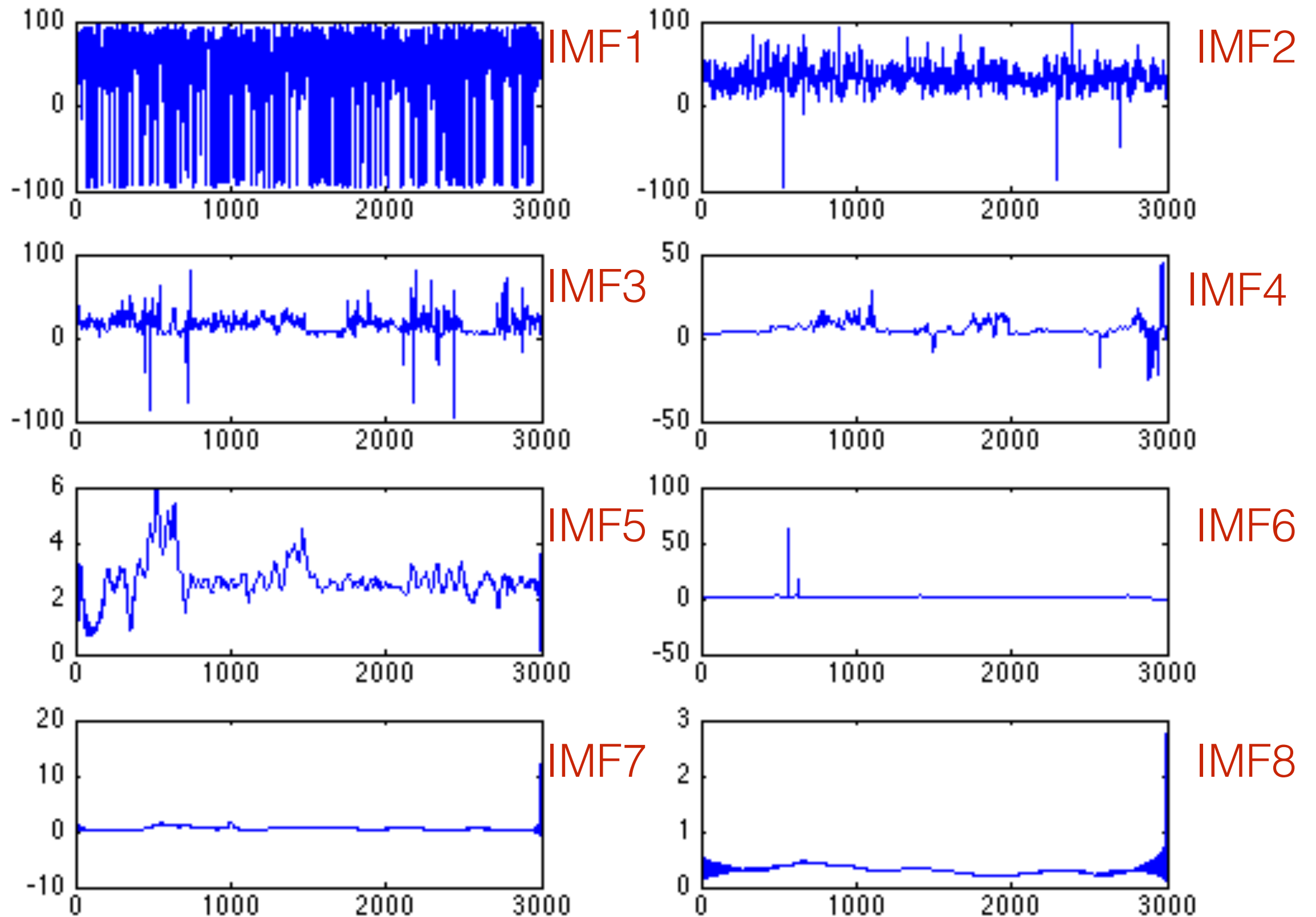


Beispiel: Transiente Oszillationen



(11 IMF insgesamt)

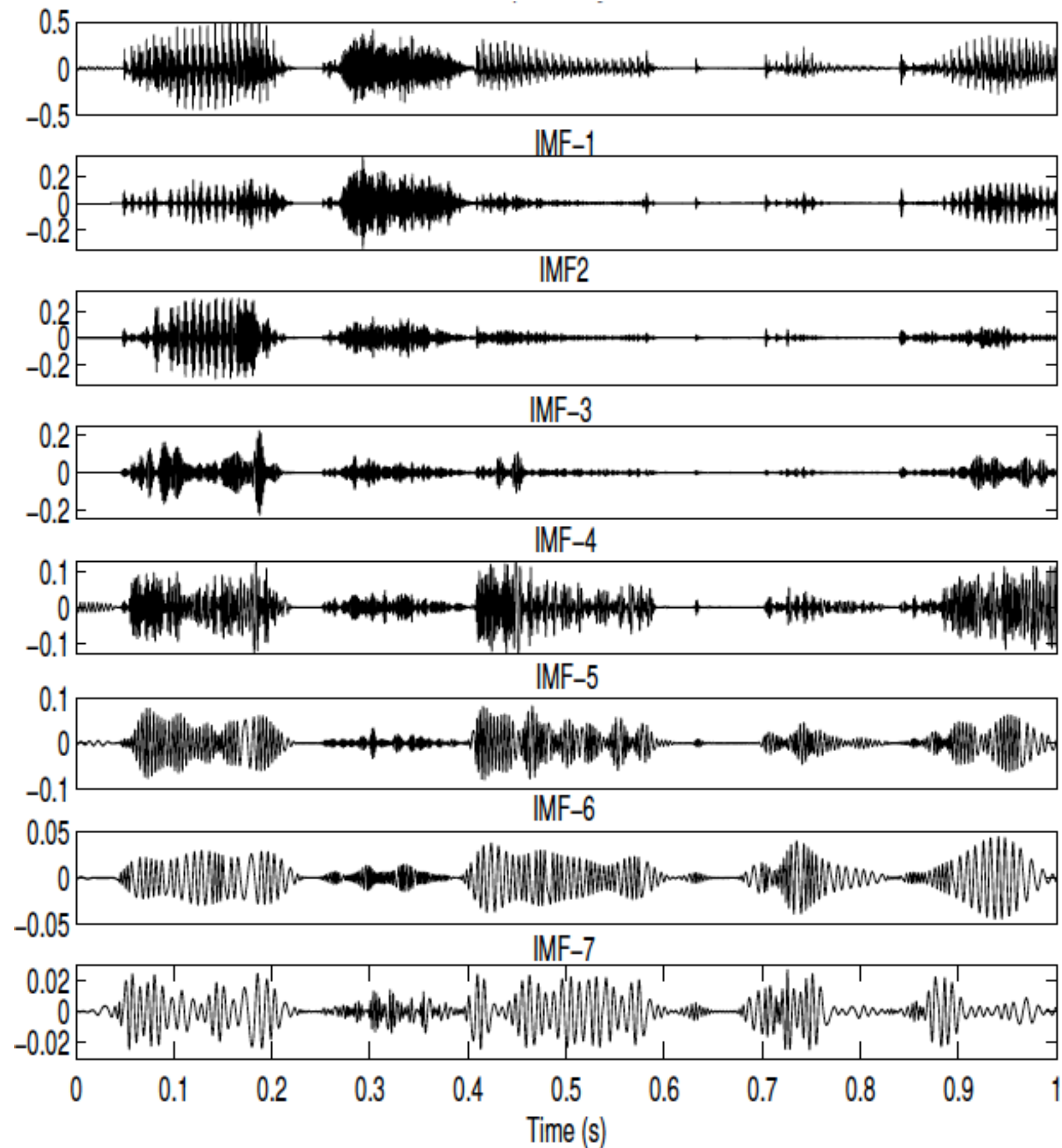
instantane Frequenzen



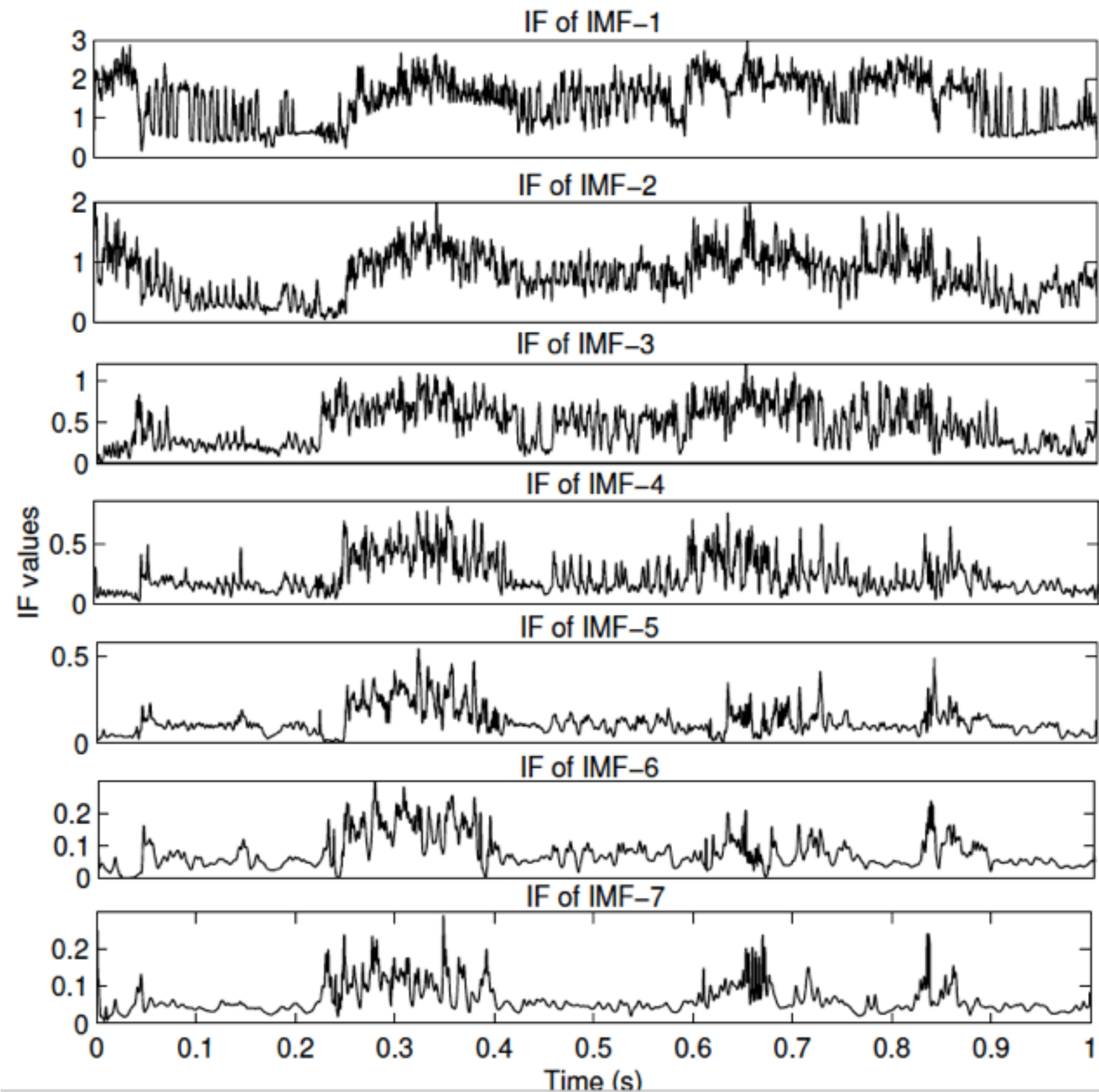
(11 IMF insgesamt)

Beispiel: Spracheaufnahme

Originalsignal



Instantane Frequenzen basierend auf Hilbert-Transformation:



I. Einleitung

II. Fourier Analyse

III. Zeit-Frequenz Analyse

IV. Synchronisation

IV. Synchronisation

1. Historie und Definition
2. Statistische Analyse von verschiedenen Datentypen
3. Vollständige und partielle Synchronisation
4. Amplituden- und Phasensynchronisation

IV. Synchronisation

1. Historie und Definition

2. Statistische Analyse von verschiedenen Datentypen

3. Vollständige und partielle Synchronisation

4. Amplituden- und Phasensynchronisation

1. Historie und Definition

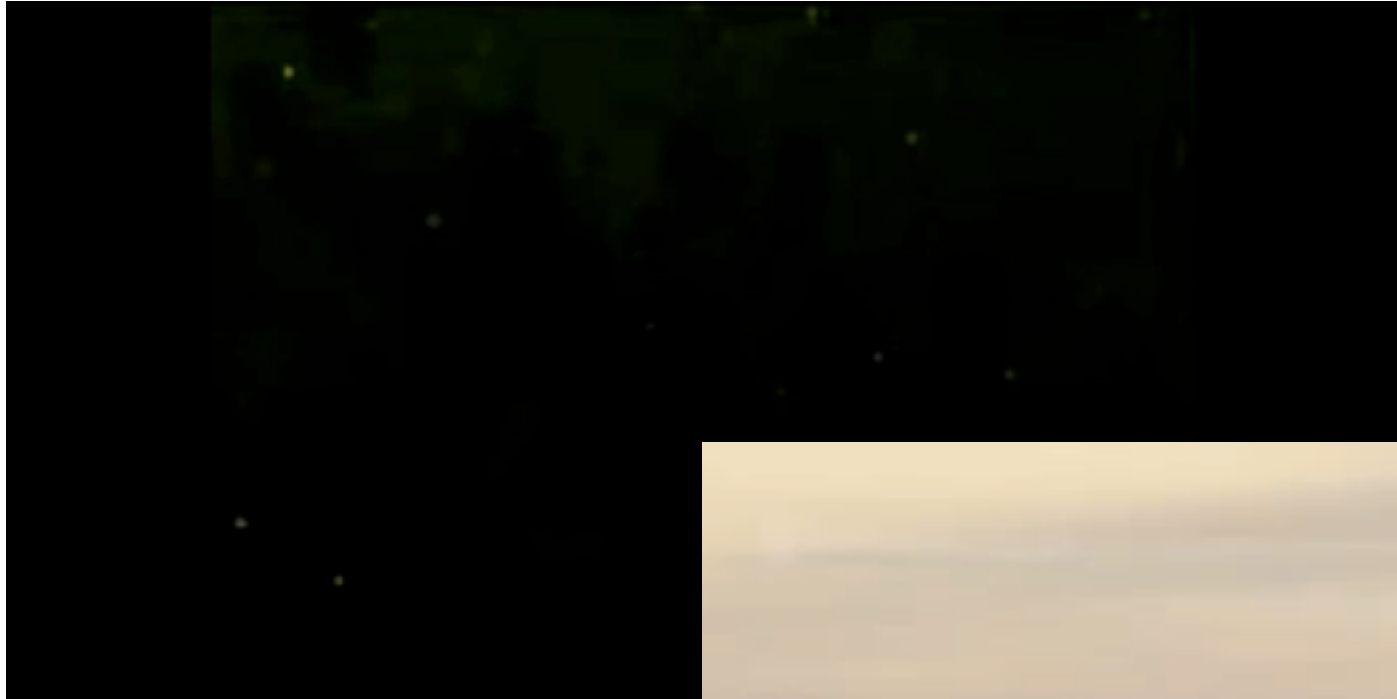
Beispiele von Synchronisation



Glühwürmchen

1. Historie und Definition

Beispiele von Synchronisation



Vogelschwarm

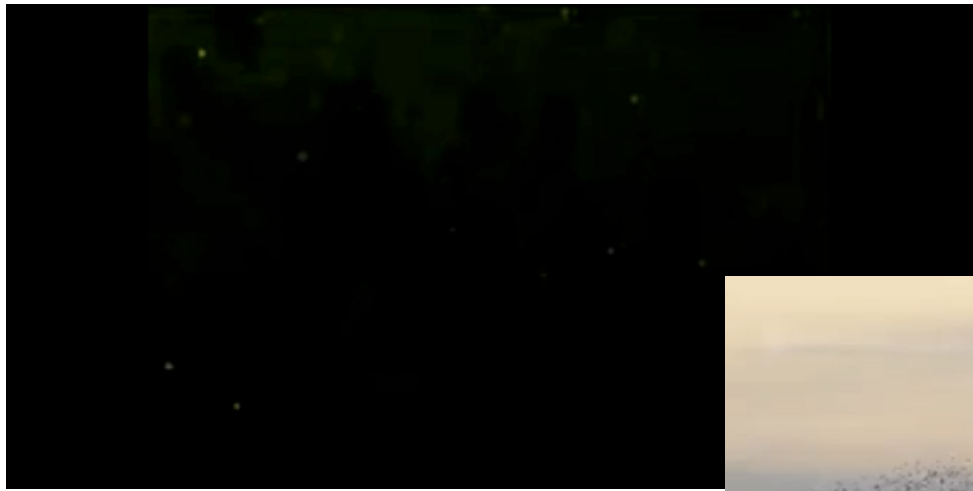


Was steckt dahinter ?

Was steckt dahinter ?

Gut zu sehen an Metronomen:





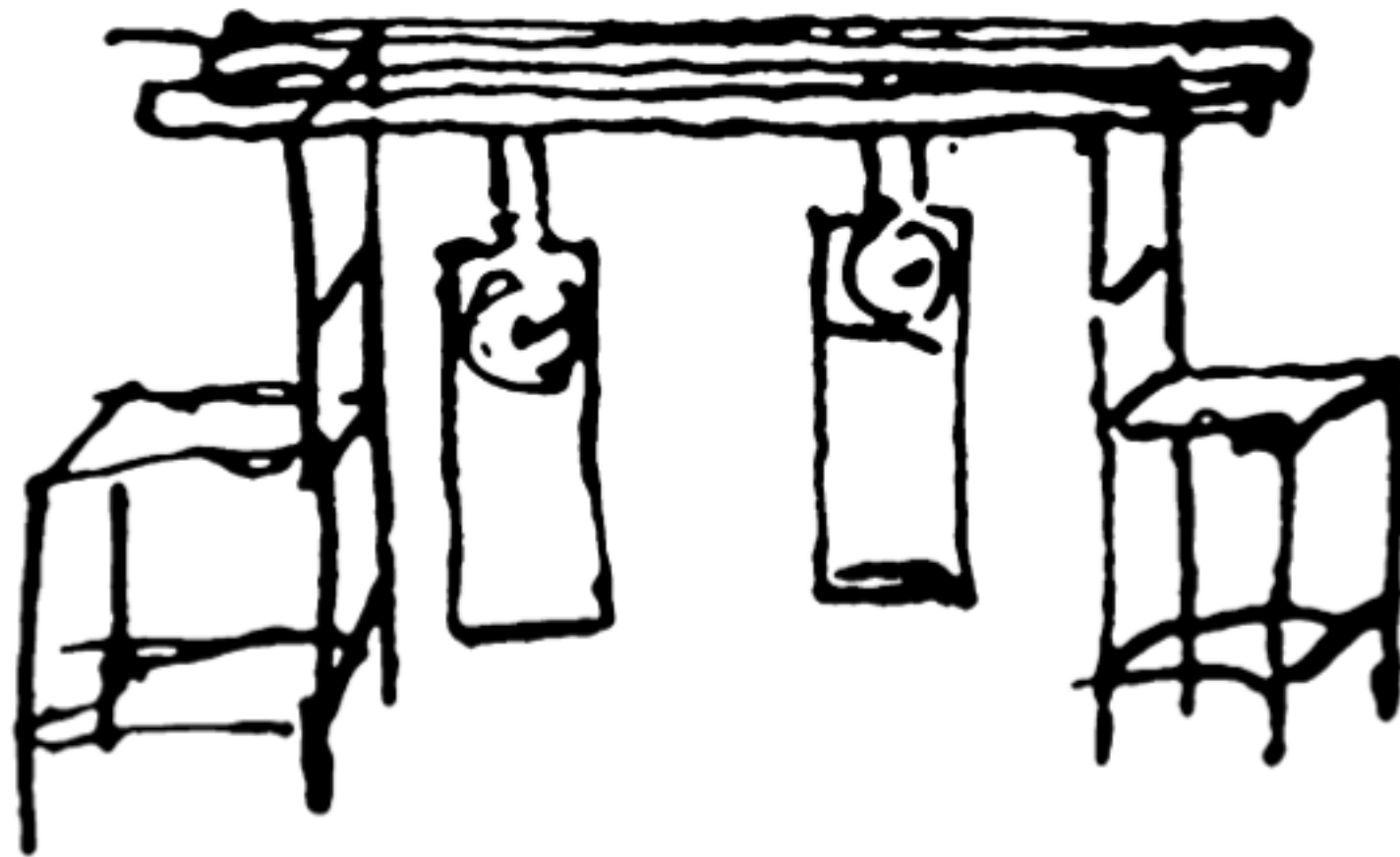
Ursache der Synchronisation:

leichte Wechselwirkung der Einzelelemente

- erster Fund des Synchronisationseffekts in Pendeln durch Christian Huygens um das Jahr **1656**.

- erster Fund des Synchronisationseffekts in Pendeln durch Christian Huygens um das Jahr **1656**.

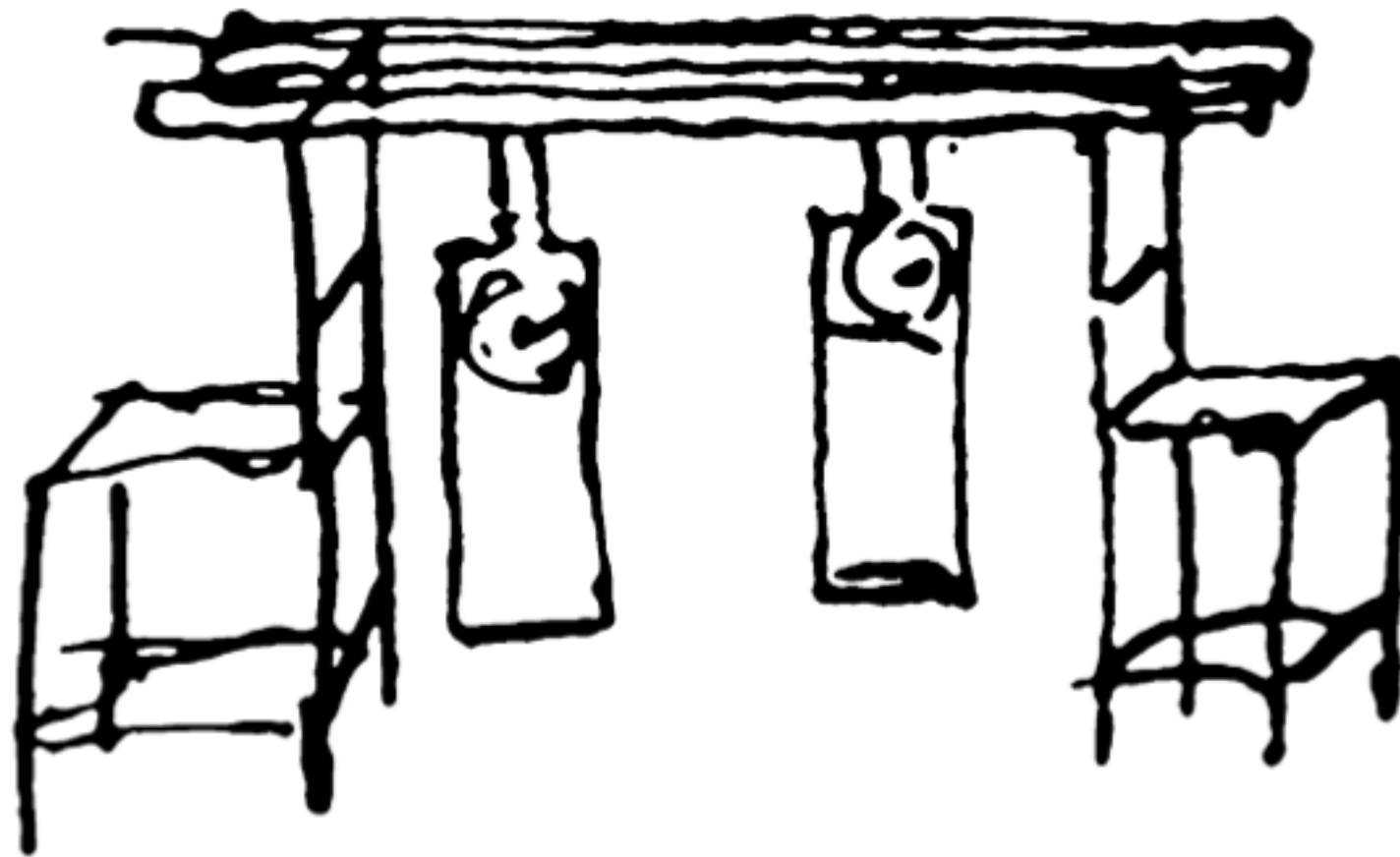
Erklärung: schwache Wechselwirkung zwischen Pendel



aus Pikovsky, Rosenblum und Kurths, *Synchronization*, Cambridge University Press (2001)

- erster Fund des Synchronisationseffekts in Pendeln durch Christian Huygens um das Jahr **1656**.

Erklärung: schwache Wechselwirkung zwischen Pendel



aus Pikovsky, Rosenblum und Kurths, *Synchronization*, Cambridge University Press (2001)

mutual synchronization

- heute:

Unterscheidung zwischen vollständiger und partieller Synchronisation

- heute:

Unterscheidung zwischen vollständiger und partieller Synchronisation

S. nicht nur in Systemen mit einer Frequenz, auch zwischen chaotischen Systemen möglich

- heute:

Unterscheidung zwischen vollständiger und partieller Synchronisation

S. nicht nur in Systemen mit einer Frequenz, auch zwischen chaotischen Systemen möglich

Im allgemeinen:

Für **aktive selbst-bestimmte Oszillatoren** kann eine schon **schwache Wechselwirkung** eine Anpassung der Frequenz, Phase und Amplitude verursachen

Wichtig:

falls wechselwirkende Elemente im System **keine Oszillatoren** sind oder **nicht selbst-bestimmt** oszillieren, so liegt einem gemeinsamen Verhalten **keine Synchronisation** zugrunde.

Wichtig:

falls wechselwirkende Elemente im System **keine Oszillatoren** sind oder **nicht selbst-bestimmt** oszillieren, so liegt einem gemeinsamen Verhalten **keine Synchronisation** zugrunde.

Beispiel:

- getriebener gedämpfter Oszillator zeigt Resonanz

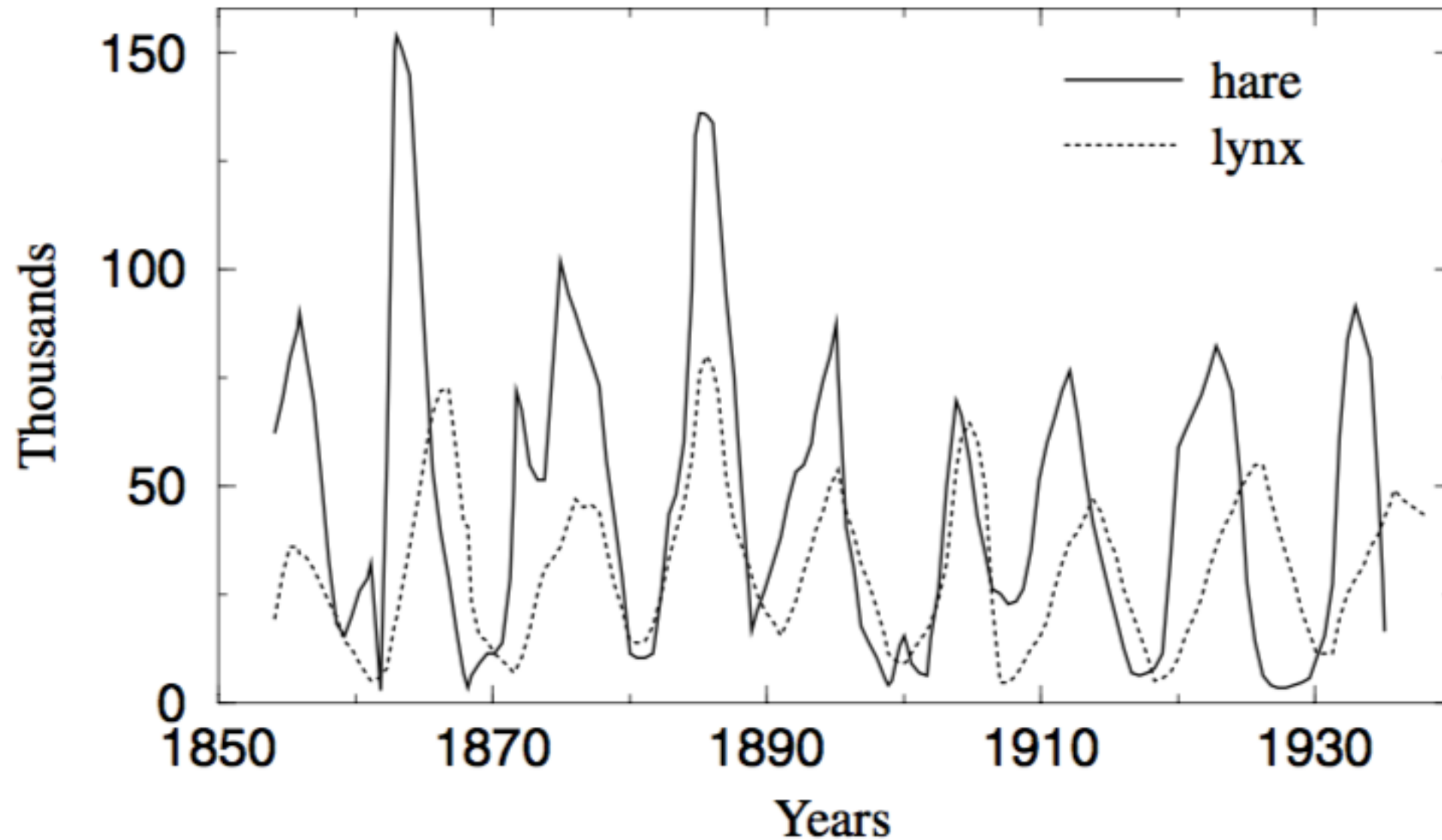
Wichtig:

falls wechselwirkende Elemente im System **keine Oszillatoren** sind oder **nicht selbst-bestimmt** oszillieren, so liegt einem gemeinsamen Verhalten **keine Synchronisation** zugrunde.

Beispiel:

- getriebener gedämpfter Oszillator zeigt Resonanz
- wechselwirkende Systeme, die selbst nicht oszillieren, wie Jäger und Beute im Lotka-Volterra Modell

Messdaten der Population von Luchs und Hase



aus Pikovsky, Rosenblum und Kurths, *Synchronization*, Cambridge University Press (2001)

Frage:

**Wie kann man feststellen, ob es
wechselwirkende selbst-oszillierende Untersysteme gibt,
wenn man gemeinsames Verhalten beobachtet ?**

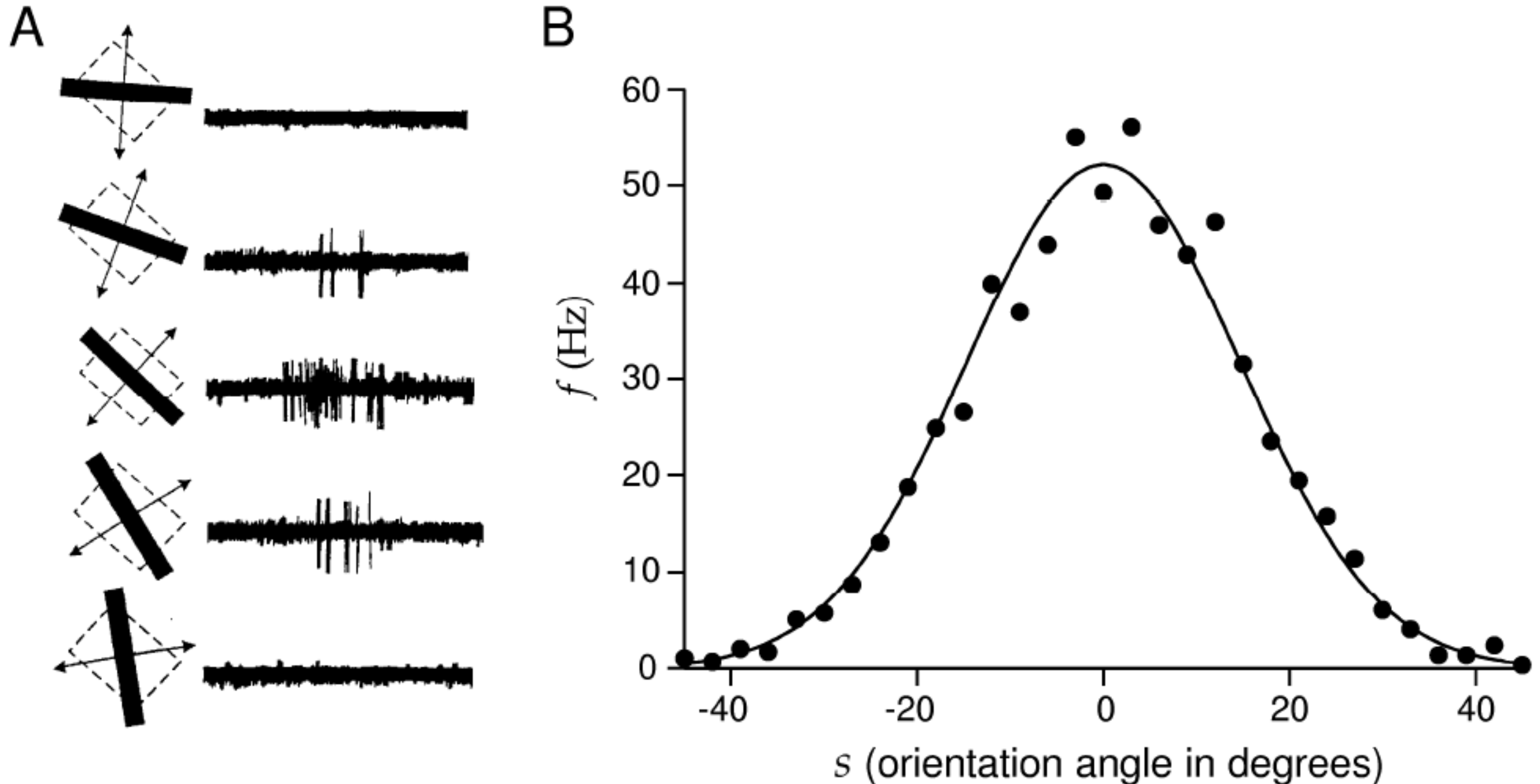
Frage:

**Wie kann man feststellen, ob es
wechselwirkende selbst-oszillierende Untersysteme gibt,
wenn man gemeinsames Verhalten beobachtet ?**

???????

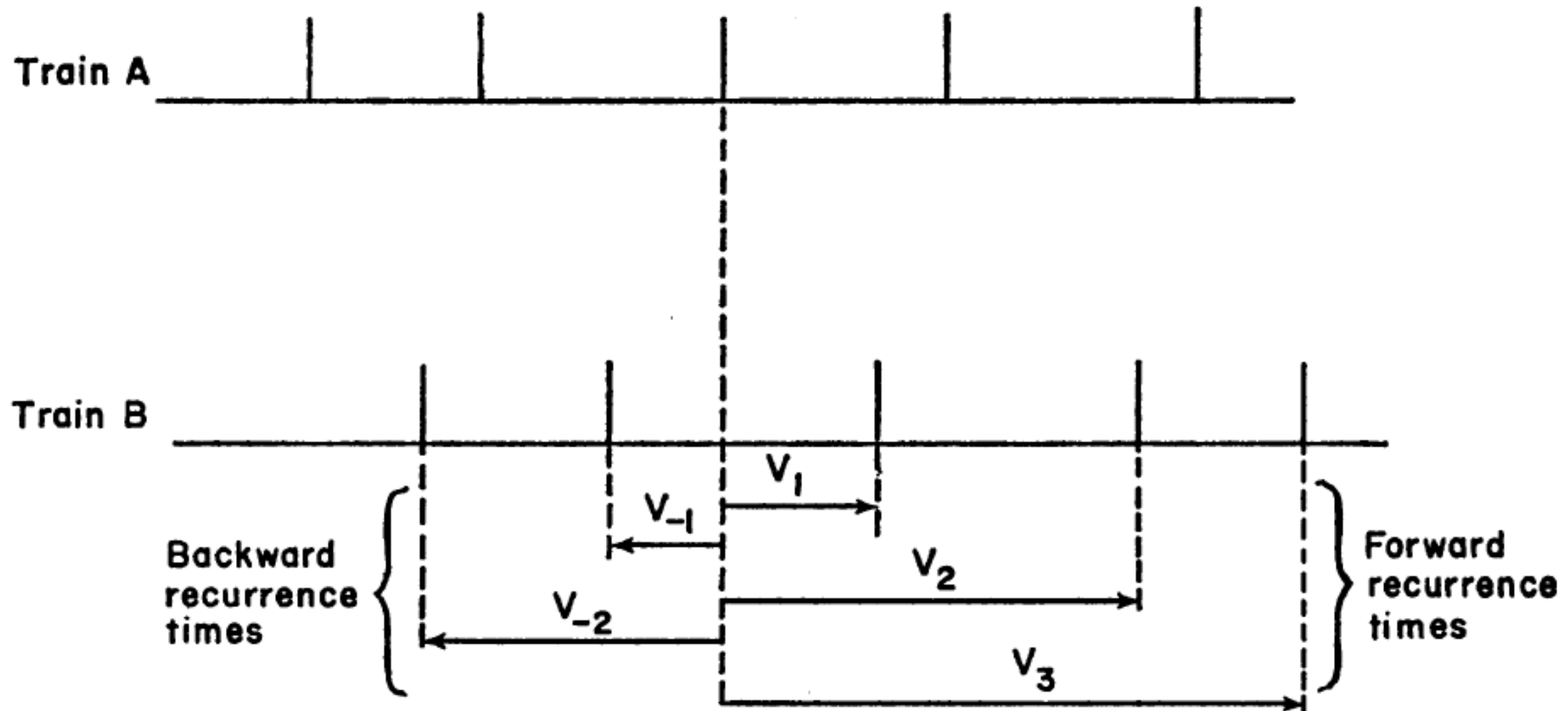
Beispiel für Synchronisation im Gehirn

Experiment: Informationsverarbeitung im visuellen Cortex



Vergleich der spike trains mehrerer Neuronen:

Skizze:



Korrelationsfunktion für *spike trains* $x_A(t)$ und $x_B(t)$:

Korrelationsfunktion für *spike trains* $x_A(t)$ und $x_B(t)$:

$C(\tau) = \lim$ Wahrscheinlichkeit{

spike in x_A im Intervall $[t_0 + \tau; t_0 + \tau + \Delta\tau]$ |

spike in x_B im Interval $[t_0 + \Delta\tau]$

}

Korrelationsfunktion für *spike trains* $x_A(t)$ und $x_B(t)$:

$C(\tau) = \lim$ Wahrscheinlichkeit{

spike in x_A im Intervall $[t_0 + \tau; t_0 + \tau + \Delta\tau]$ |

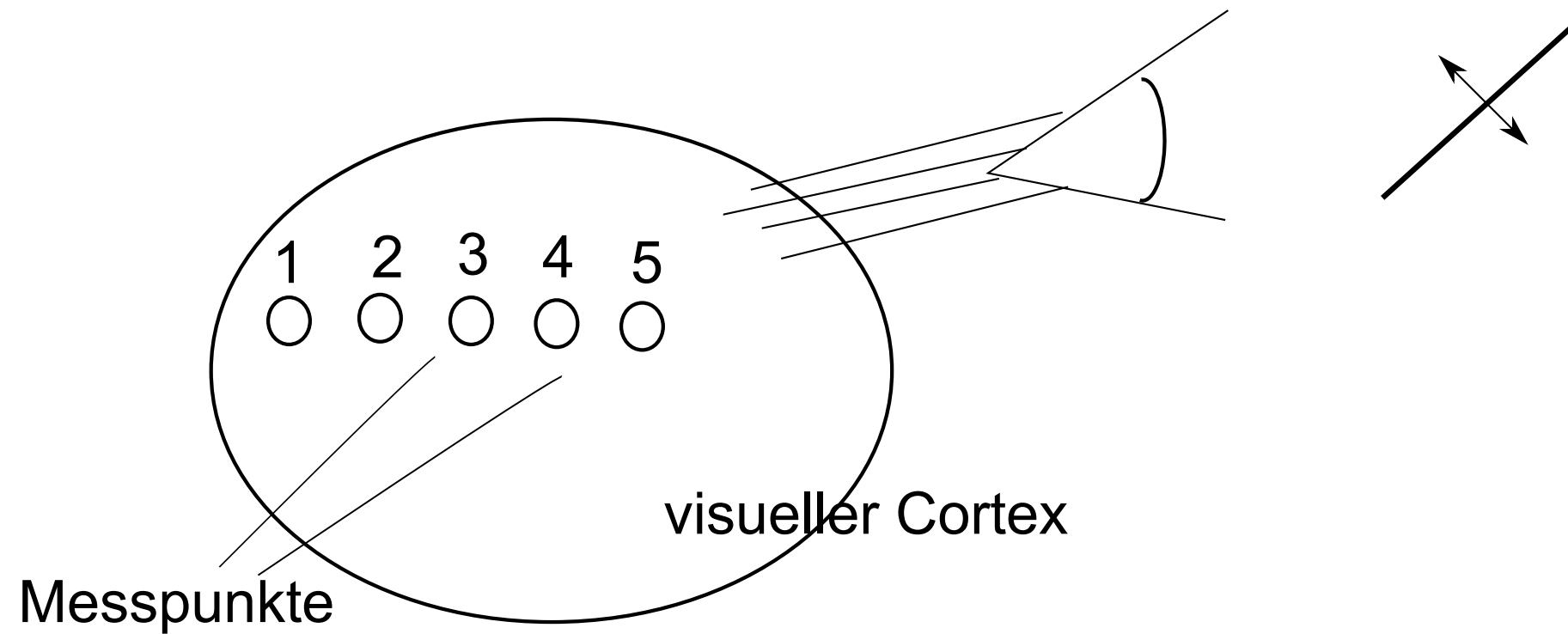
spike in x_B im Interval $[t_0 + \Delta\tau]$

}

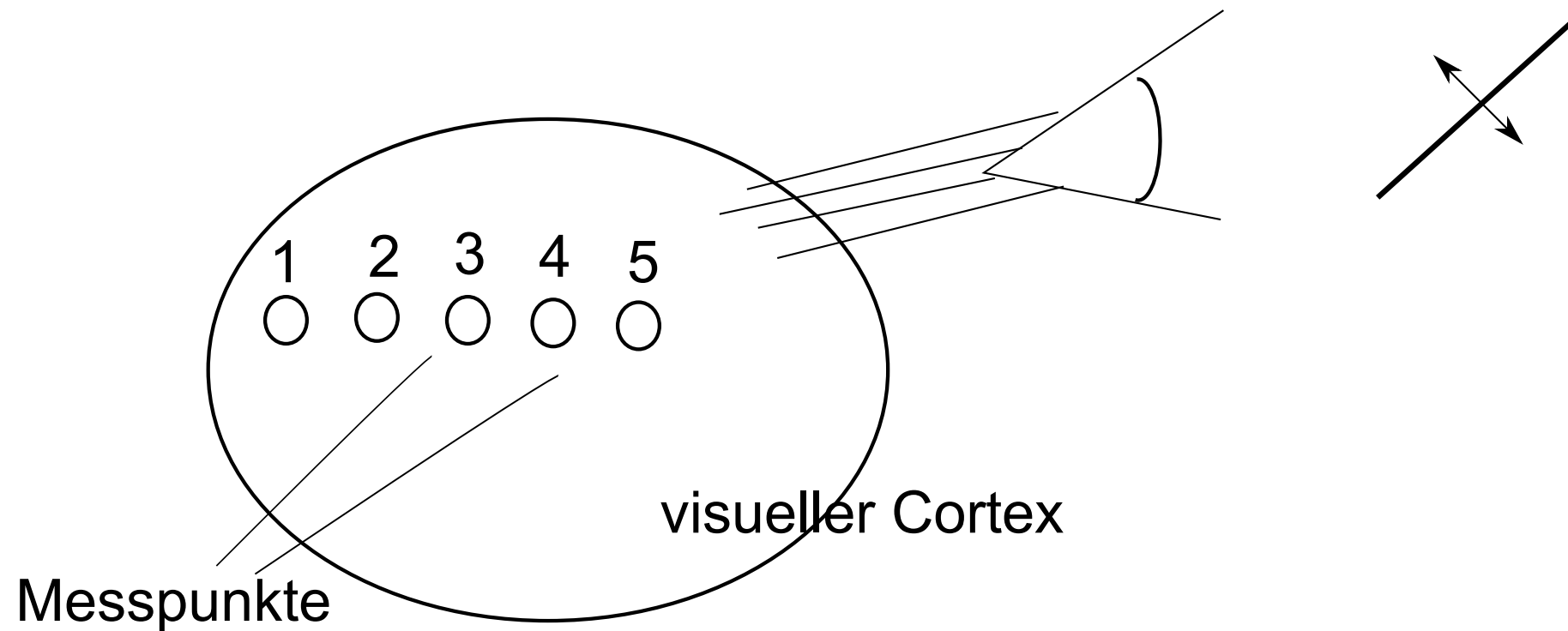
ähnlich der Korrelationsfunktion von kontinuierlichen Variablen:

$$C(\tau) = E[x_A(t)x_B(t+\tau)]$$

Experiment: Synchronisation im visuellen Cortex der Katze

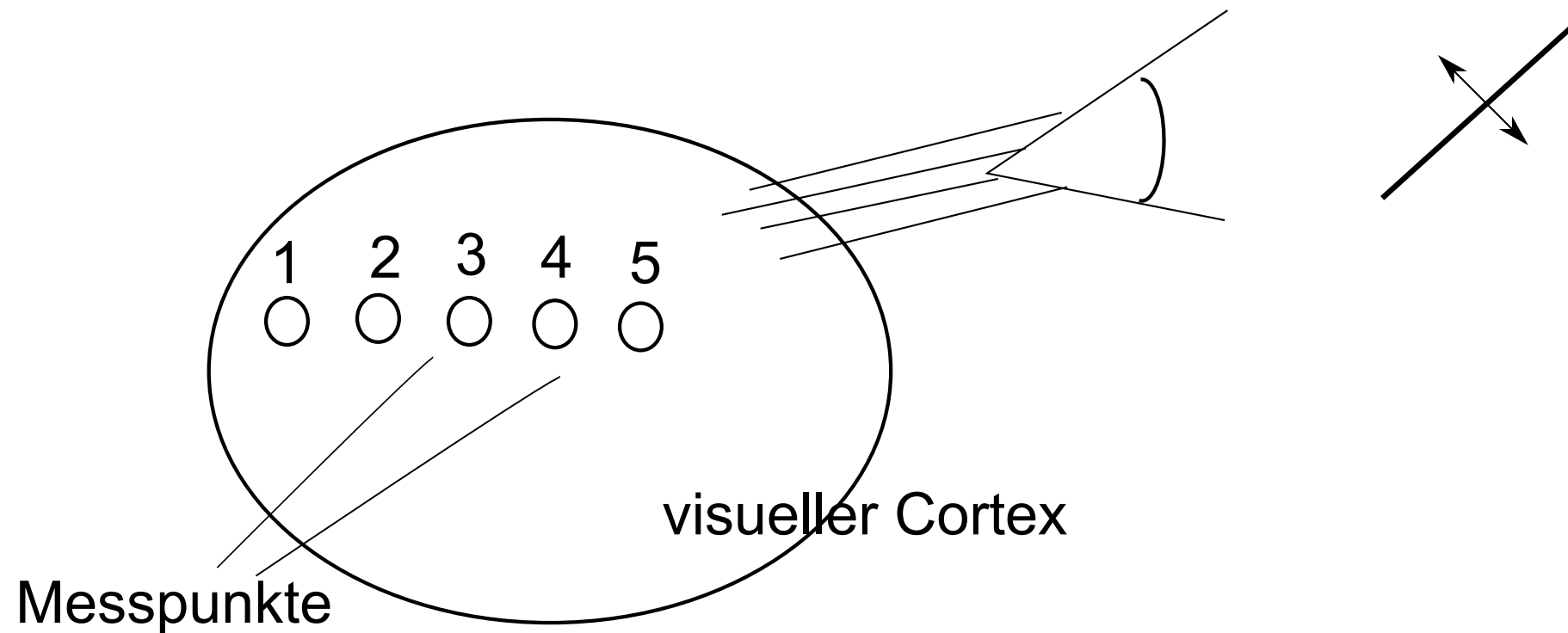


Experiment: Synchronisation im visuellen Cortex der Katze



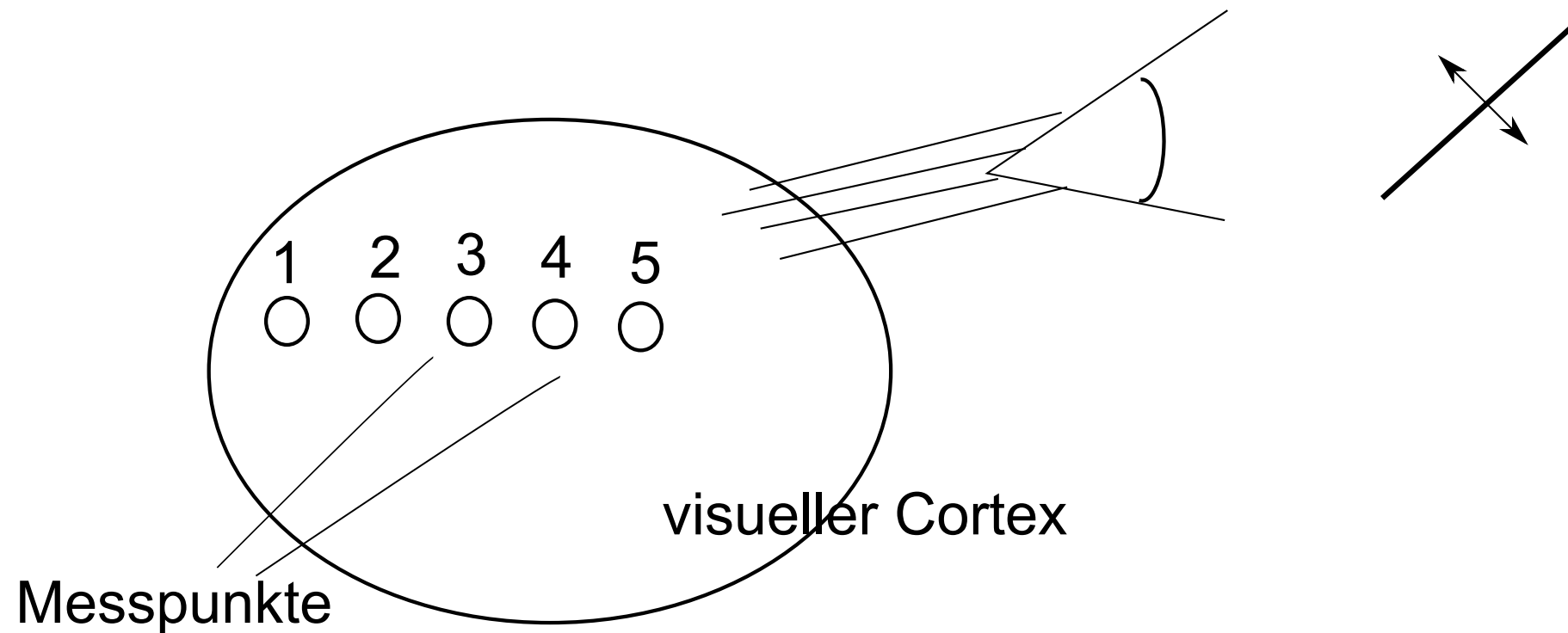
- an jedem Messpunkt misst man Aktionspotentiale (AP)

Experiment: Synchronisation im visuellen Cortex der Katze



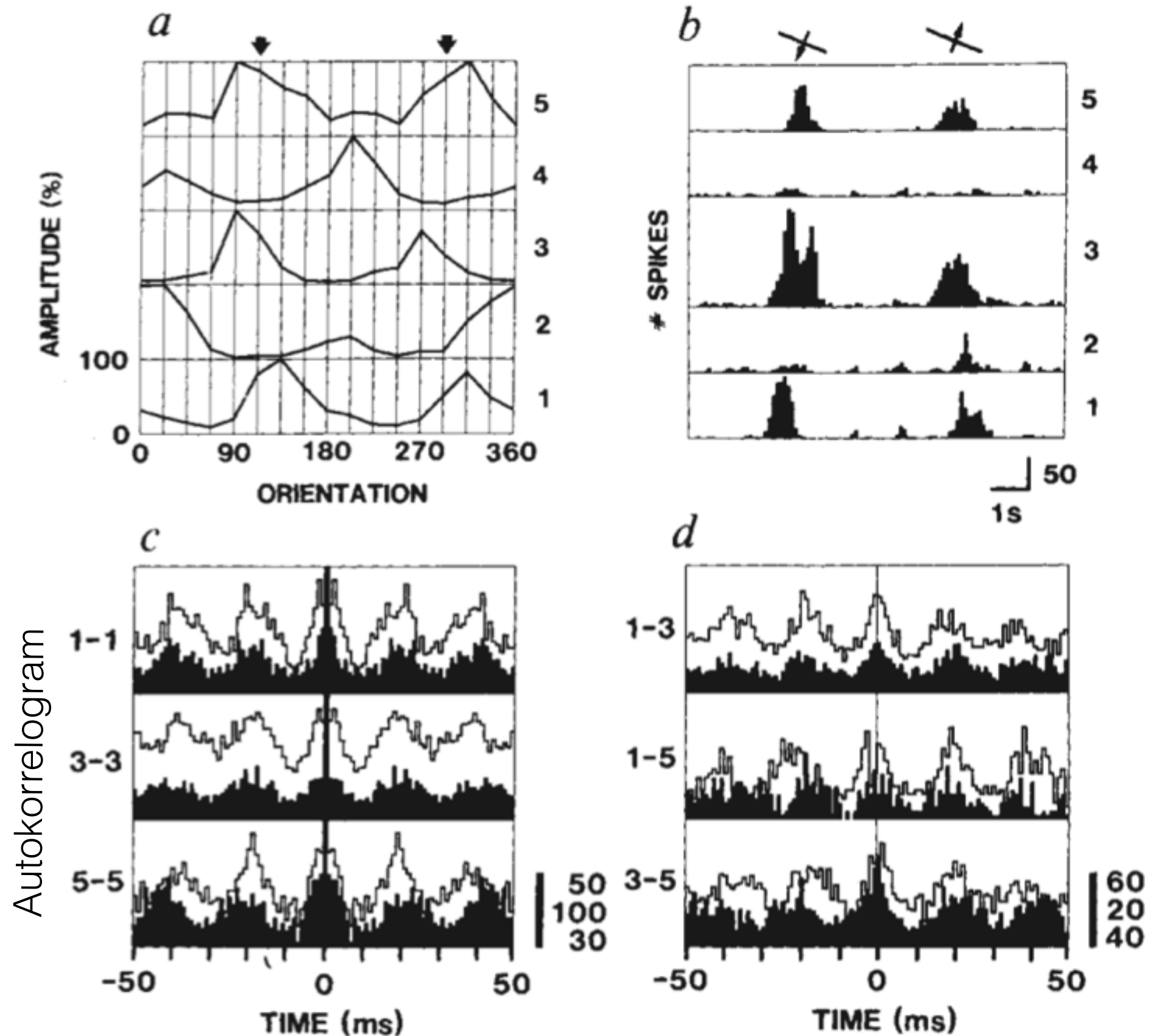
- an jedem Messpunkt misst man Aktionspotentiale (AP)
- AP haben die Form eines spikes

Experiment: Synchronisation im visuellen Cortex der Katze



- an jedem Messpunkt misst man Aktionspotentiale (AP)
- AP haben die Form eines spikes
- Frage: sind räumlich getrennte Neuronen synchronisiert ?

Experimentelle Daten in Neuronen im visuellen Cortex der Katze:



(aus Grey et al., Nature (1986))

einfaches Modell:

$$x_A(t) = \cos(2\pi\nu t) \text{ , } x_B(t) = \cos(2\pi\nu t + \phi)$$

einfaches Modell:

$$x_A(t) = \cos(2\pi\nu t) \ , \ x_B(t) = \cos(2\pi\nu t + \phi)$$

$$C(\tau) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x_A(t) x_B(t + \tau) dt$$

einfaches Modell:

$$x_A(t) = \cos(2\pi\nu t) \ , \ x_B(t) = \cos(2\pi\nu t + \phi)$$

$$\begin{aligned} C(\tau) &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x_A(t) x_B(t + \tau) dt \\ &= \left(\frac{1}{2} + \frac{\sin \omega T}{2\omega T} \right) \cos(\phi + \omega \tau) \end{aligned}$$

einfaches Modell:

$$x_A(t) = \cos(2\pi\nu t) \ , \ x_B(t) = \cos(2\pi\nu t + \phi)$$

$$\begin{aligned} C(\tau) &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x_A(t) x_B(t + \tau) dt \\ &= \left(\frac{1}{2} + \frac{\sin \omega T}{2\omega T} \right) \cos(\phi + \omega\tau) \end{aligned}$$

$$C(0) \sim \cos(\phi)$$

einfaches Modell:

$$x_A(t) = \cos(2\pi\nu t) \ , \ x_B(t) = \cos(2\pi\nu t + \phi)$$

$$\begin{aligned} C(\tau) &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x_A(t) x_B(t + \tau) dt \\ &= \left(\frac{1}{2} + \frac{\sin \omega T}{2\omega T} \right) \cos(\phi + \omega\tau) \end{aligned}$$

$$C(0) \sim \cos(\phi)$$

beide Oszillatoren haben Phase $\phi=0$,

falls $C(\tau)$ ein Maximum bei $\tau=0$ hat

Hodgkin-Huxley Modell:

$$I = C_m \frac{dV_m}{dt} + \bar{g}_K n^4 (V_m - V_K) + \bar{g}_{Na} m^3 h (V_m - V_{Na}) + \bar{g}_l (V_m - V_l)$$

$$\frac{dn}{dt} = \alpha_n(V_m)(1 - n) - \beta_n(V_m)n$$

$$\frac{dm}{dt} = \alpha_m(V_m)(1 - m) - \beta_m(V_m)m$$

V_m : Membranpotential

$$\frac{dh}{dt} = \alpha_h(V_m)(1 - h) - \beta_h(V_m)h$$

n : Wahrscheinlichkeit, dass K^+ -Ionenkanal offen ist

m : Wahrscheinlichkeit, dass Na^+ -Ionenkanal aktiv ist

h : Wahrscheinlichkeit, dass Na^+ -Ionenkanal inaktiv ist

Hodgkin-Huxley Modell:

$$I = C_m \frac{dV_m}{dt} + \bar{g}_K n^4 (V_m - V_K) + \bar{g}_{Na} m^3 h (V_m - V_{Na}) + \bar{g}_l (V_m - V_l)$$

$$\frac{dn}{dt} = \alpha_n(V_m)(1 - n) - \beta_n(V_m)n$$

$$\frac{dm}{dt} = \alpha_m(V_m)(1 - m) - \beta_m(V_m)m$$

V_m : Membranpotential

$$\frac{dh}{dt} = \alpha_h(V_m)(1 - h) - \beta_h(V_m)h$$

n : Wahrscheinlichkeit, dass K^+ -Ionenkanal offen ist

m : Wahrscheinlichkeit, dass Na^+ -Ionenkanal aktiv ist

h : Wahrscheinlichkeit, dass Na^+ -Ionenkanal inaktiv ist

$$\begin{aligned} \alpha_n(V_m) &= \frac{0.01(V_m - 10)}{\exp\left(\frac{V_m - 10}{10}\right) - 1} & \alpha_m(V_m) &= \frac{0.1(V_m - 25)}{\exp\left(\frac{V_m - 25}{10}\right) - 1} & \alpha_h(V_m) &= 0.07 \exp\left(\frac{V_m}{20}\right) \\ \beta_n(V_m) &= 0.125 \exp\left(\frac{V_m}{80}\right) & \beta_m(V_m) &= 4 \exp\left(\frac{V_m}{18}\right) & \beta_h(V_m) &= \frac{1}{\exp\left(\frac{V_m - 30}{10}\right) + 1} \end{aligned}$$

das Membranpotential eines Neurons folgt der Dynamik von

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{V}, p)$$

p: Modellparameter

das Membranpotential eines Neurons folgt der Dynamik von

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{V}, p)$$

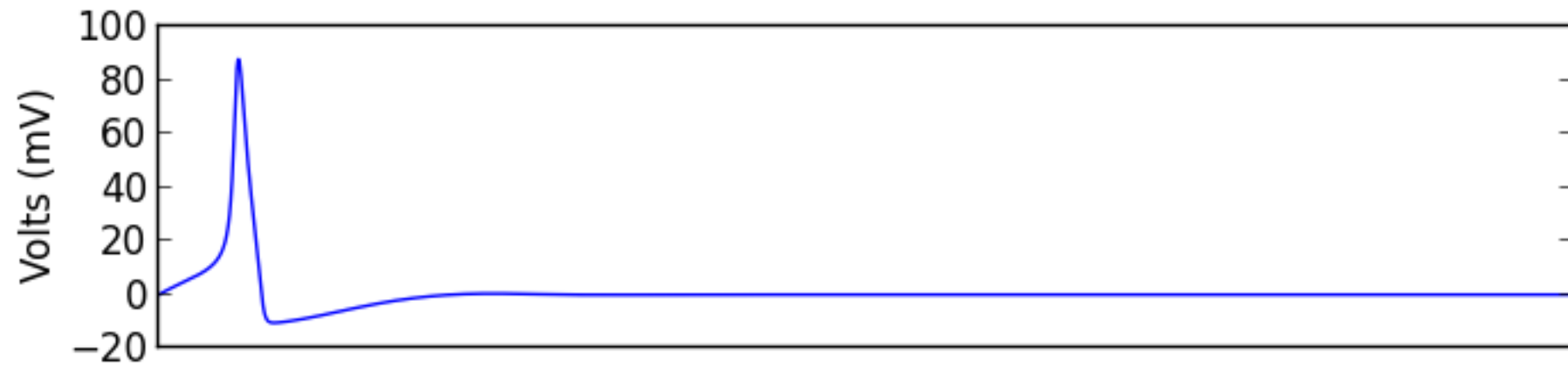
p: Modellparameter

die Membranpotentiale vieler Neuronen kann der Dynamik von

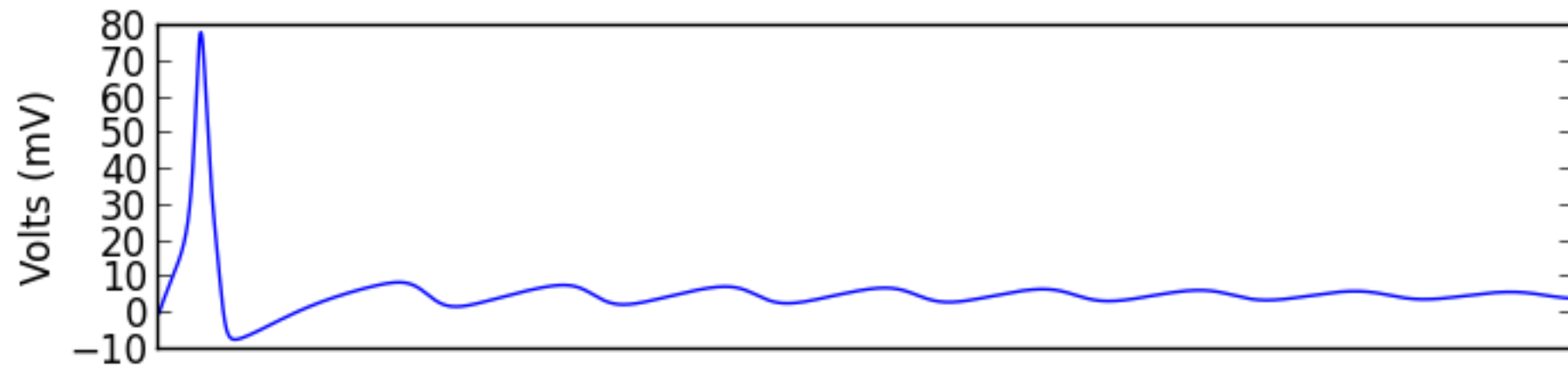
$$\frac{d\mathbf{V}_i}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{V}_i, p_i) + D \sum_{j=1}^N (V_i - V_j, 0, 0, 0)^t$$

folgen.

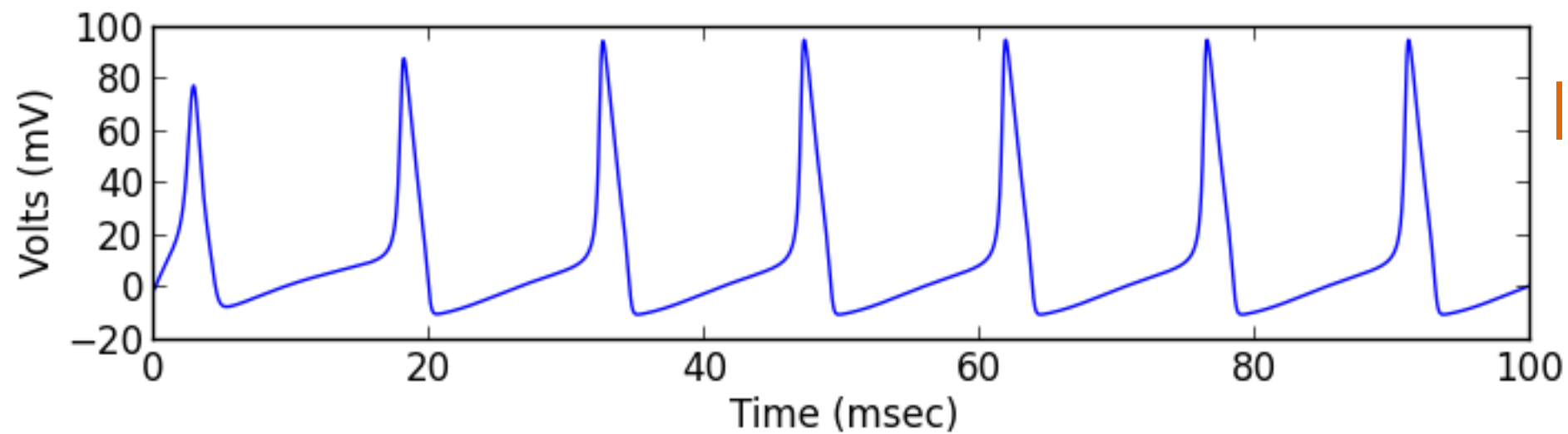
Aktivität eines Neurons:



$I=0$



$I=-8.5$



$I=-10.5$

schwache Kopplung zweier Neuronen:

$$\frac{d\mathbf{V}_1}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{V}_1, p_1) + D(V_1 - V_2, 0, 0, 0)^t$$

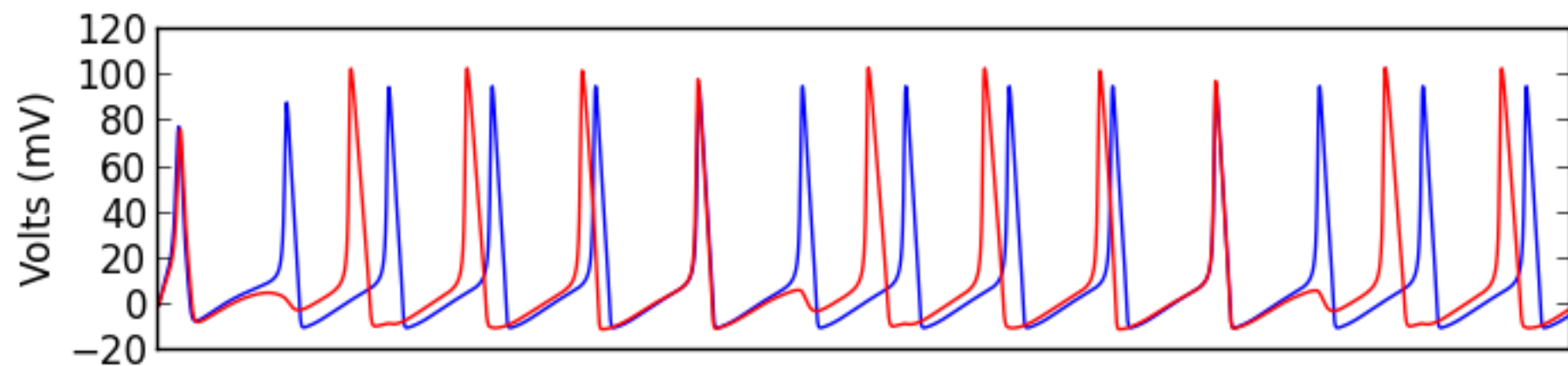
$$\frac{d\mathbf{V}_2}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{V}_2, p_2) + D(V_2 - V_1, 0, 0, 0)^t$$

$$\mathbf{V}_j = (V_j, n_j, m_j, h_j)$$

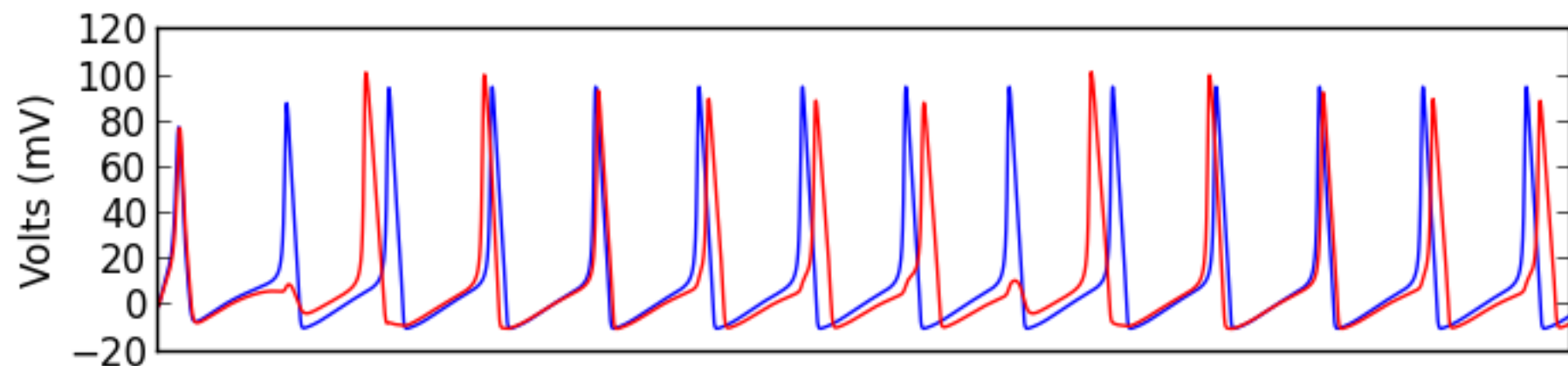
D=0.0

D=0.2

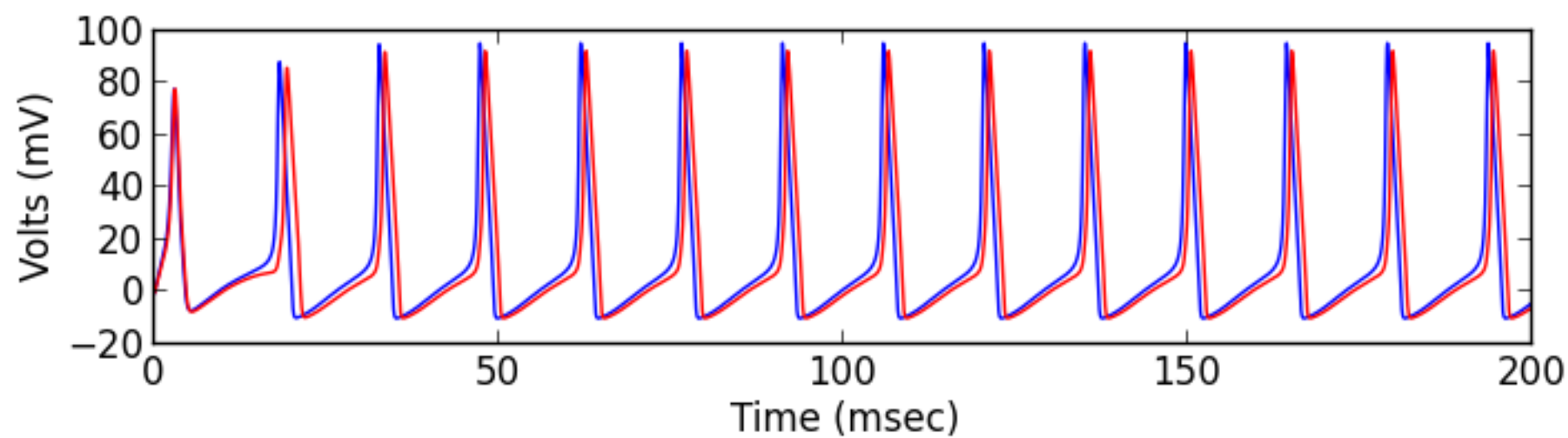
D=0.4



$D=0.0$

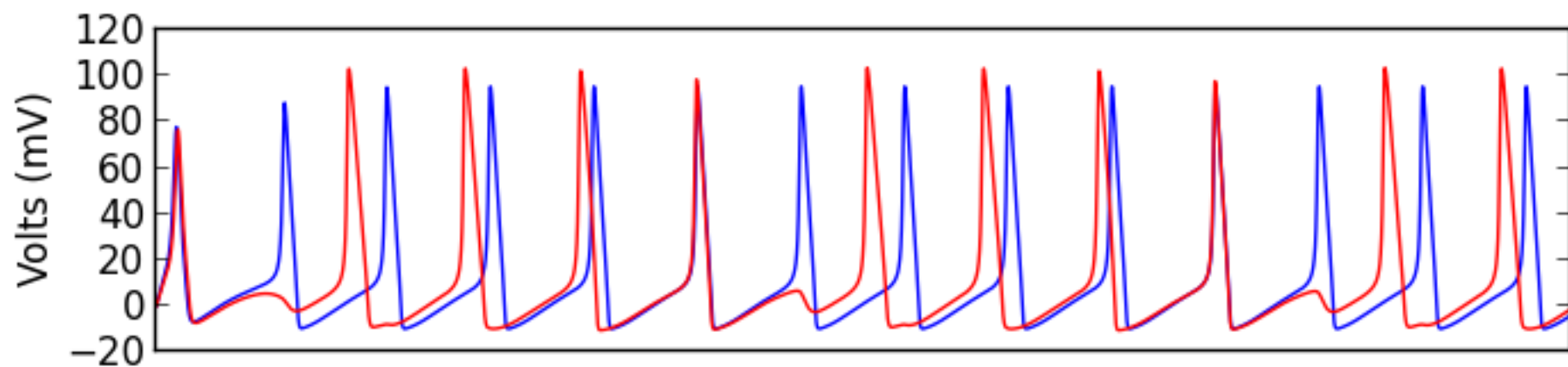


$D=0.2$

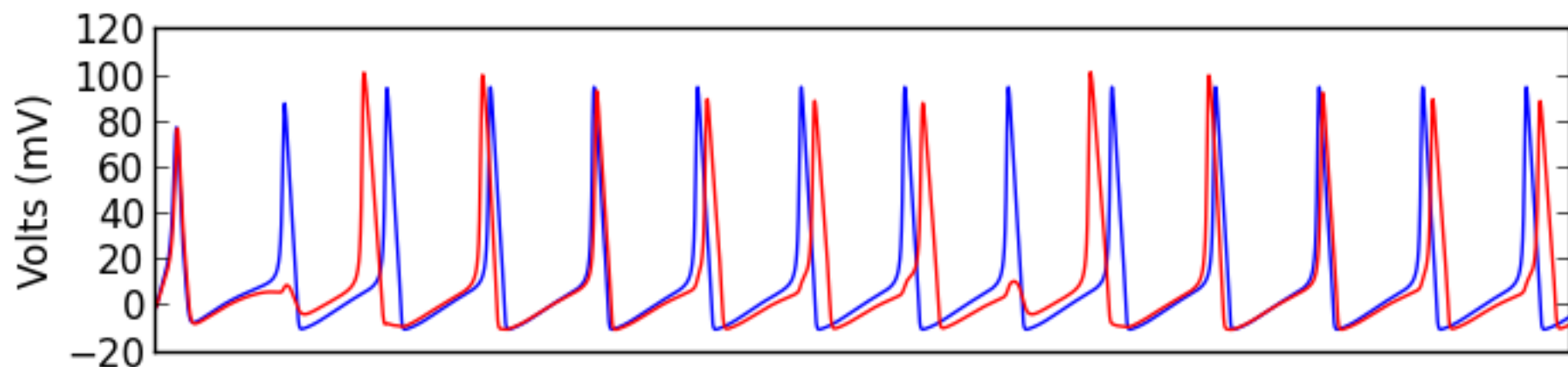


$D=0.4$

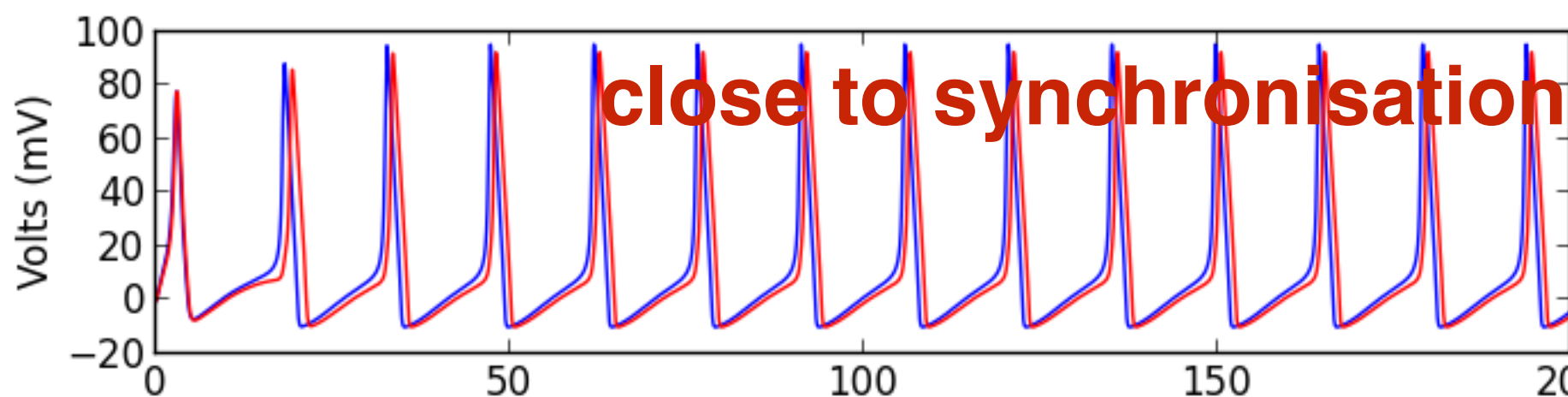
$I_1 = -10.0$, $I_2 = -8.0$



$D=0.0$



$D=0.2$

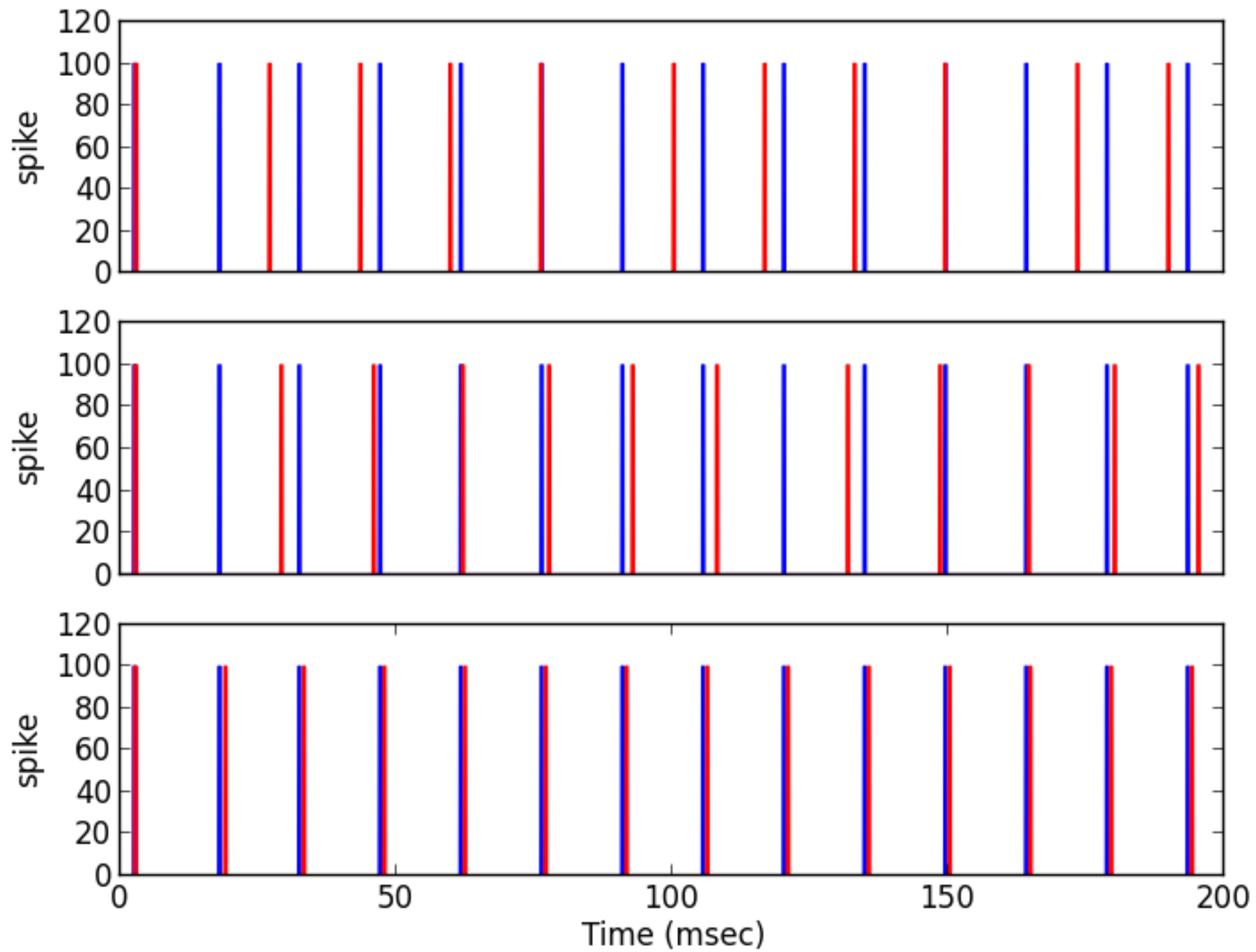


$D=0.4$

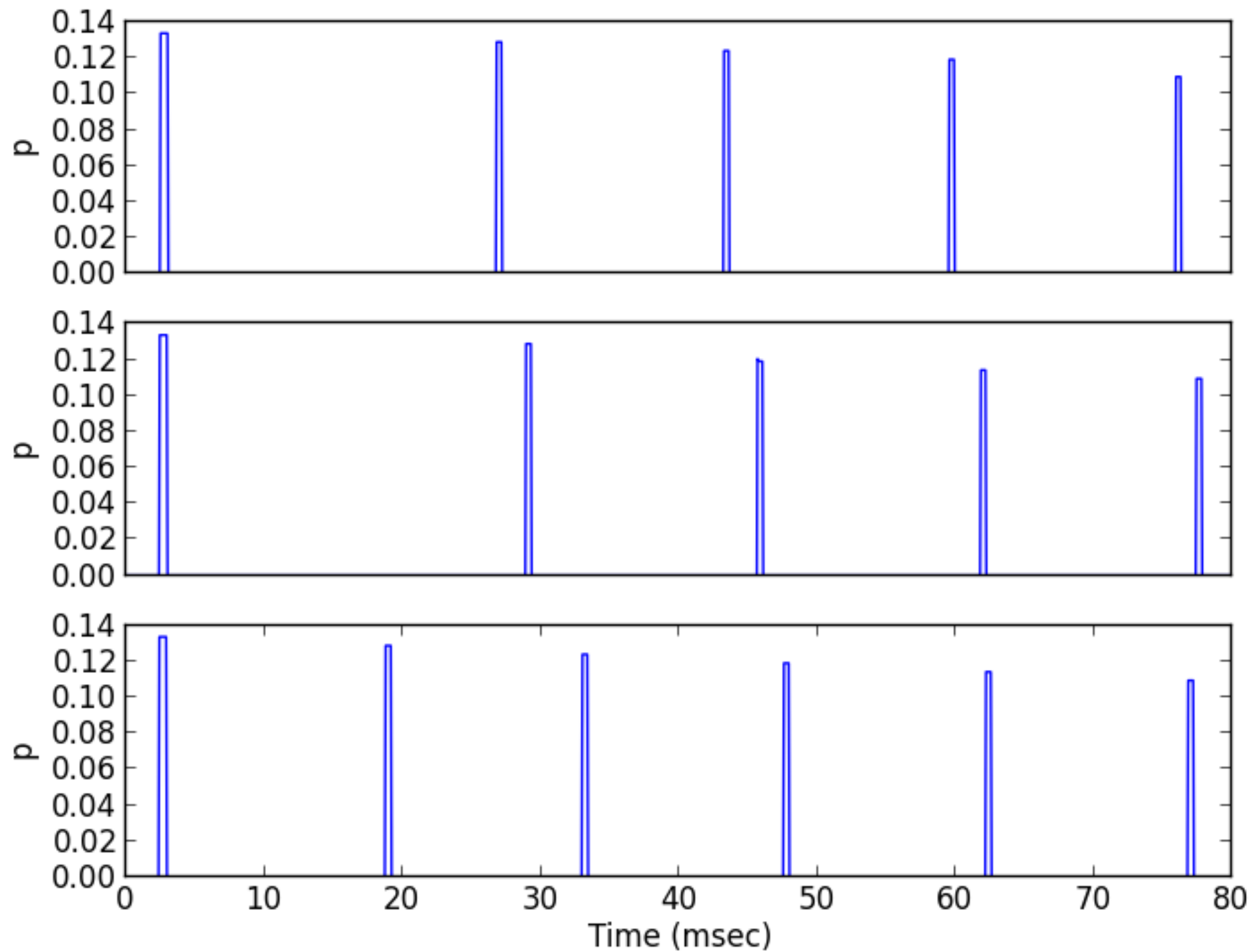
close to synchronisation

Time (msec)

Reduktion auf spikes



spike-Korrelationsfunktionen



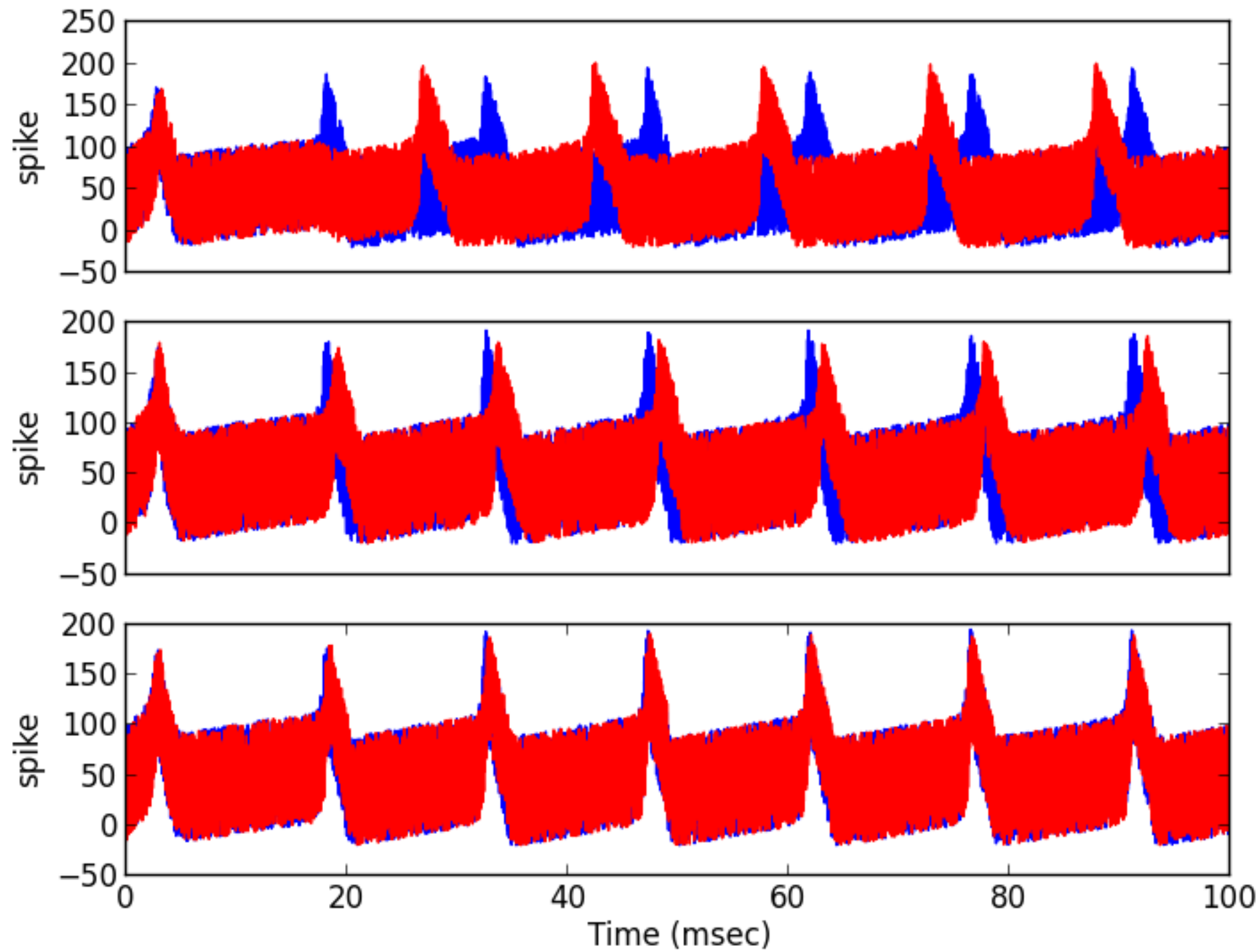
$D=0.0$

$D=0.2$

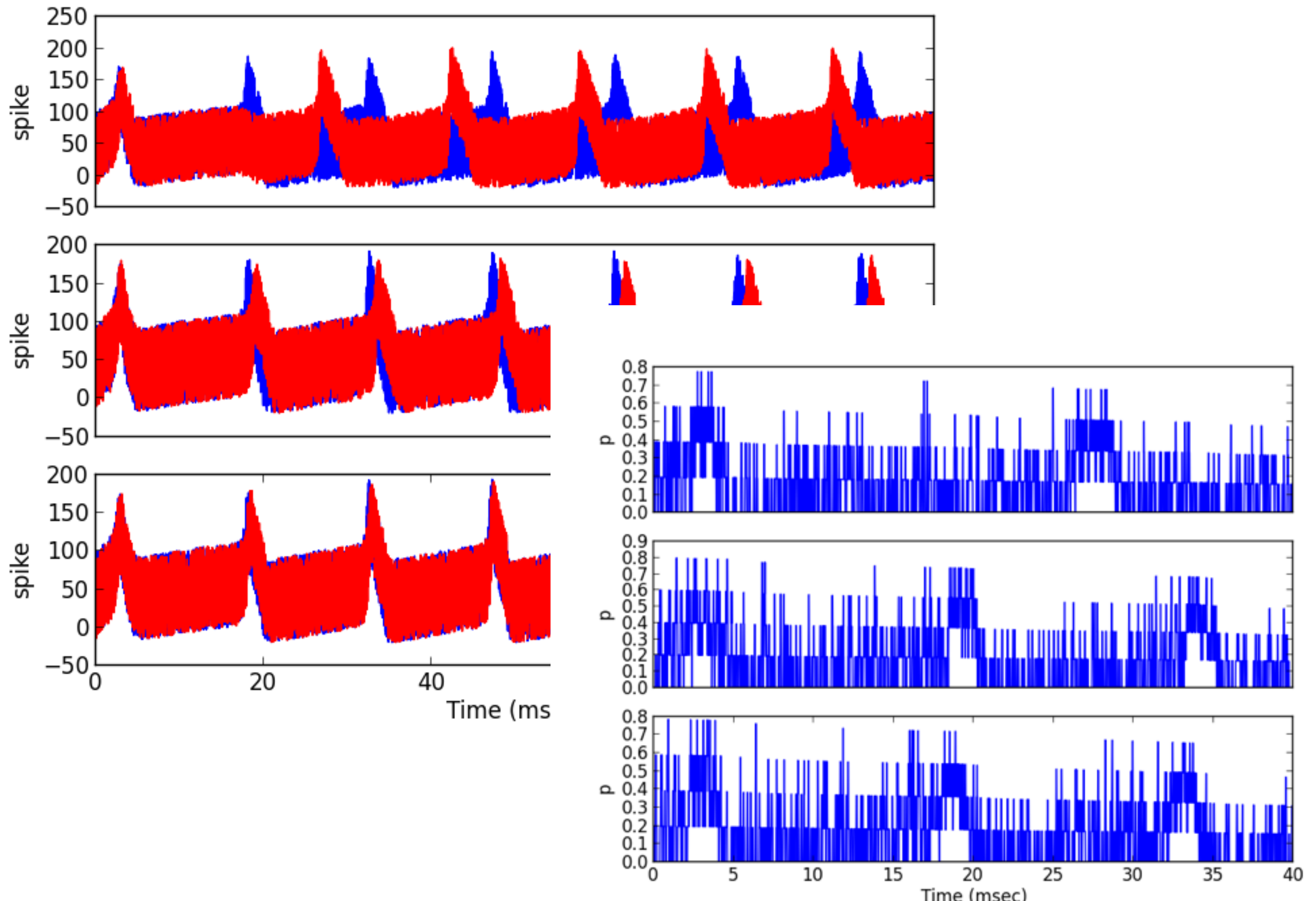
$D=0.4$

τ

zum Vergleich: mit starkem Messrauschen



zum Vergleich: mit starkem Messrauschen



Korrelationsfunktion erster Indikator für Synchronisation,
doch nicht eindeutig

anderes Maß:

anderes Maß:

spike coherence zwischen zweier spike trains x und y:

$$\kappa_{xy}(\tau_{\text{bin}}) = \frac{\sum_{l=1}^K X(l)Y(l)}{\sqrt{\sum_{l=1}^K X(l) \sum_{l=1}^K Y(l)}} \quad , \quad 0 \leq \kappa_{xy} \leq 1$$

$X(l)=1$ falls mindestens 1 spike in spike train x

$$K = T/\tau_{\text{bin}}$$

anderes Maß:

spike coherence zwischen zweier spike trains x und y:

$$\kappa_{xy}(\tau_{\text{bin}}) = \frac{\sum_{l=1}^K X(l)Y(l)}{\sqrt{\sum_{l=1}^K X(l) \sum_{l=1}^K Y(l)}} \quad , \quad 0 \leq \kappa_{xy} \leq 1$$

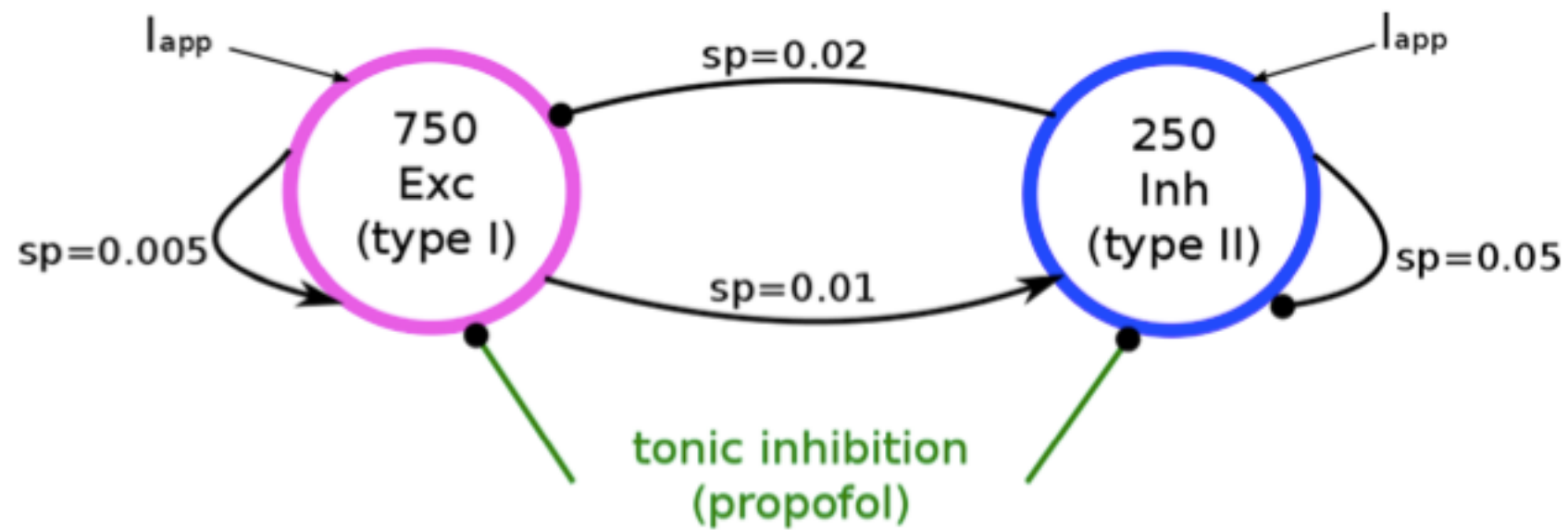
$X(l)=1$ falls mindestens 1 spike in spike train x

$$K = T/\tau_{\text{bin}}$$

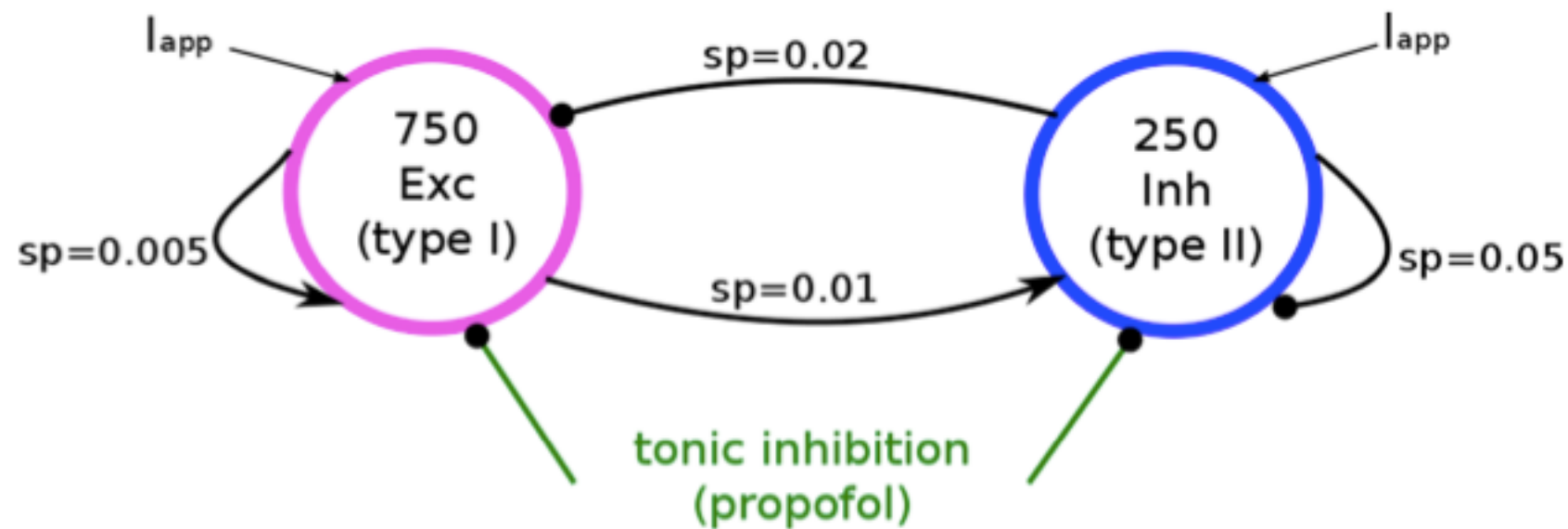
$$\kappa(\tau_{\text{bin}}) = \sum_{i=1}^{N_1} \sum_{j=1}^{N_2} \frac{\kappa_{ij}(\tau_{\text{bin}})}{M}$$

globale spike coherence

Beispiel: Netzwerk-Modells

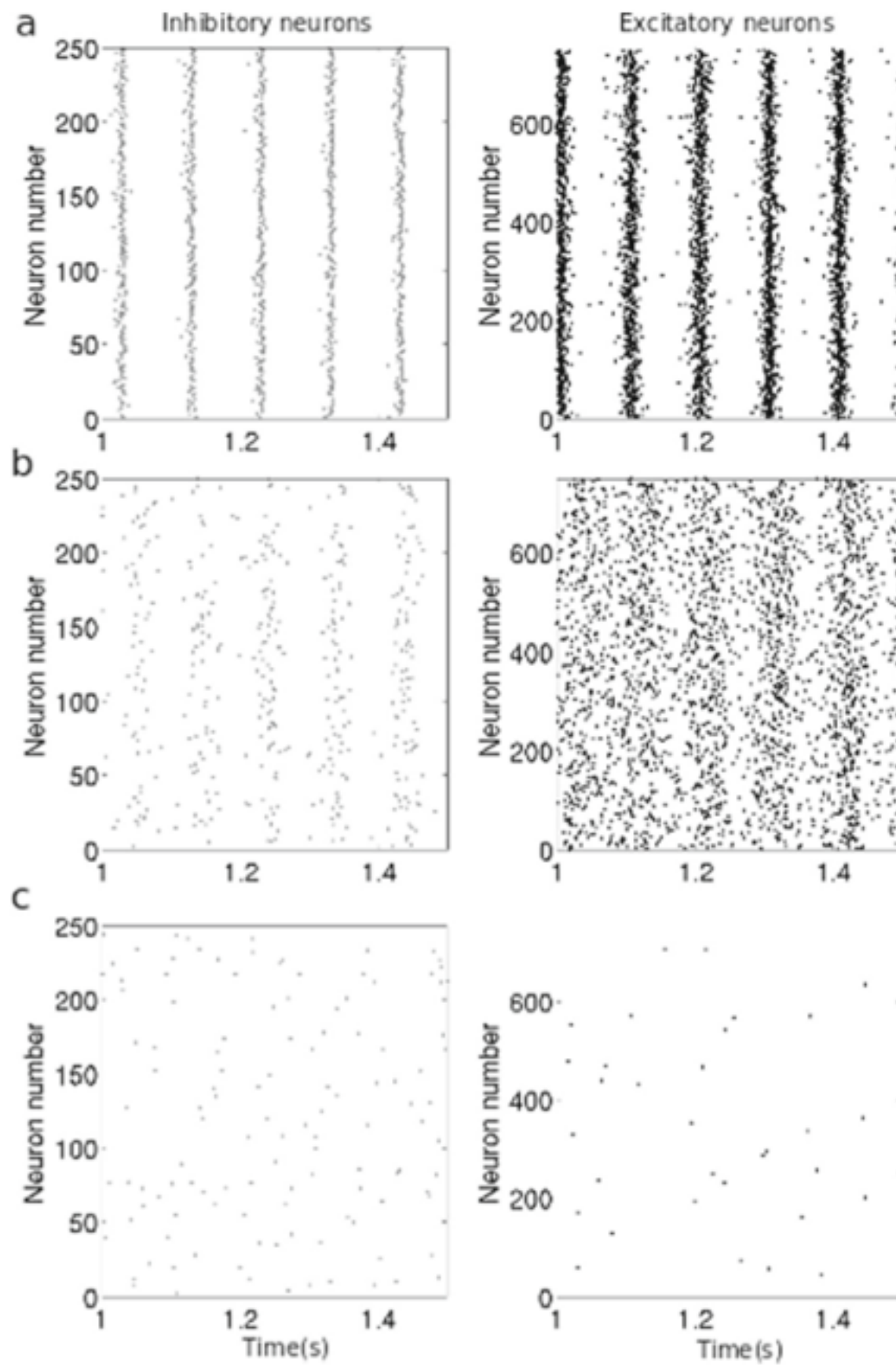


Beispiel: Netzwerk-Modells

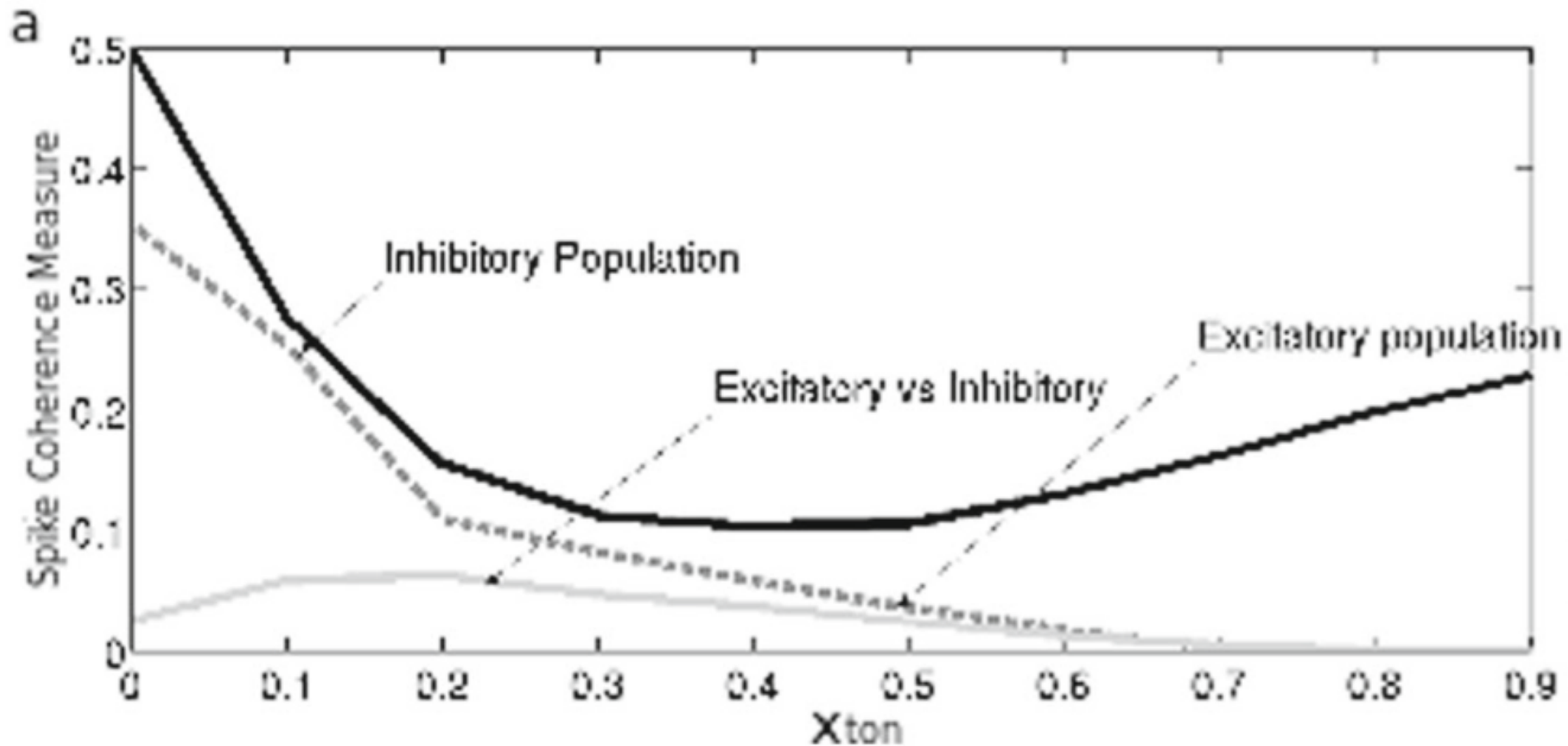
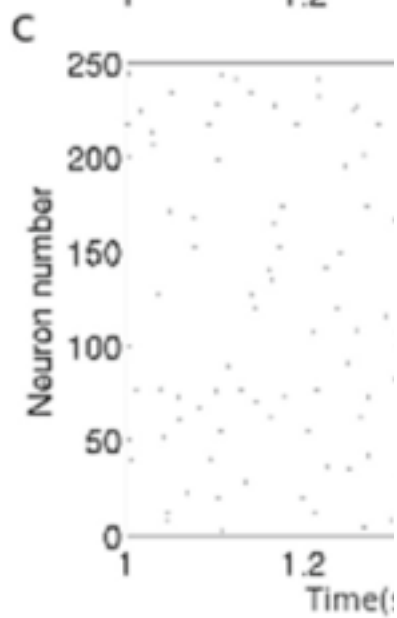
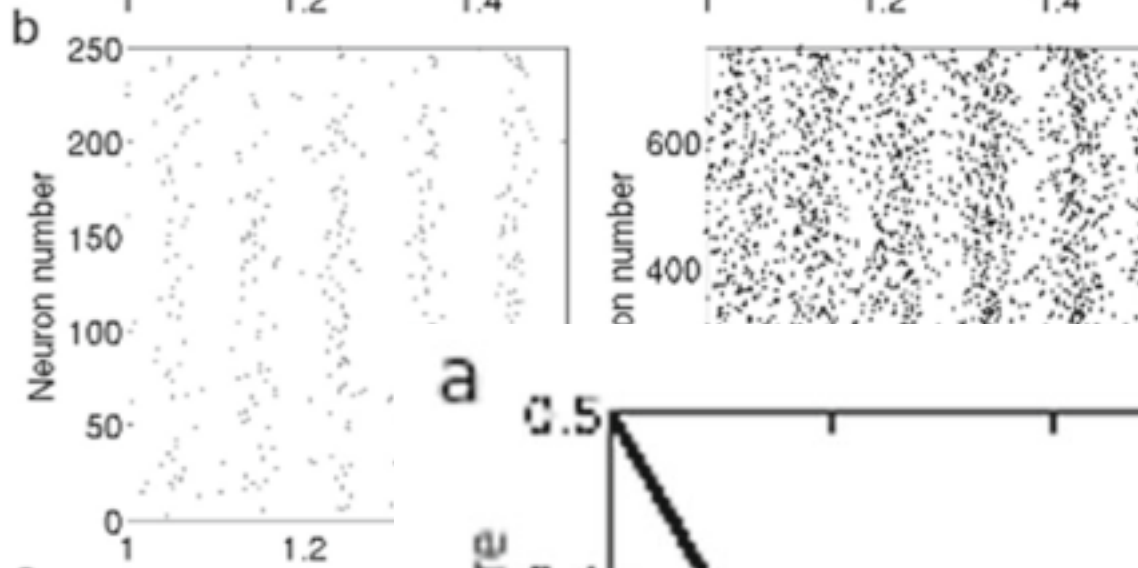
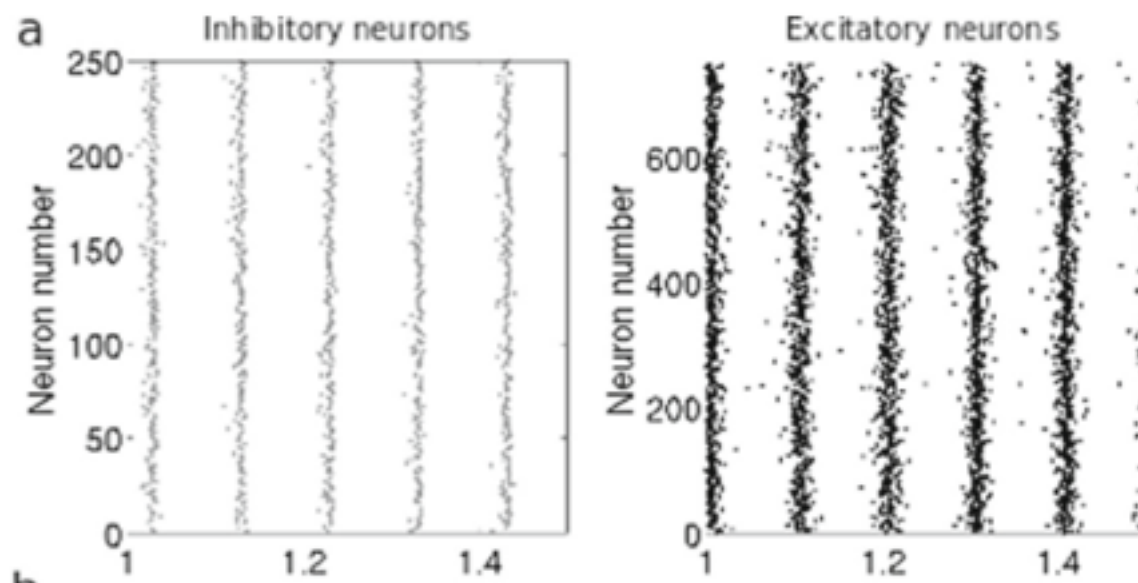


Konzentration von Anästhetikum *Propofol* wird erhöht

numerische Simulation des Netzwerks



numerische Simulation des Netzwerks



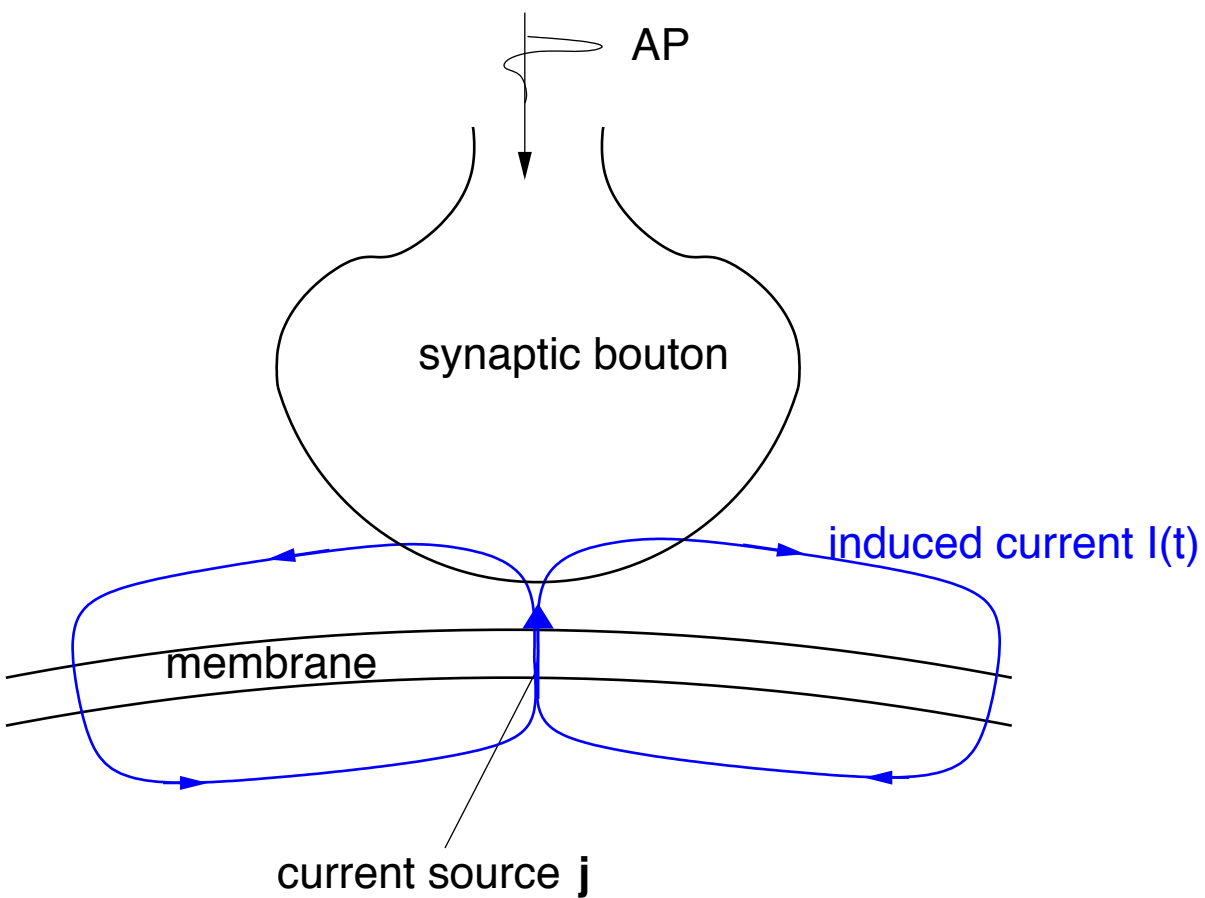
spike coherence basiert nur auf spike train (Aktionspotentiale),

ist gutes Mass für Synchronisation

Aktionspotential zeigt Membranpotential in der Zellmembran,
doch was sieht man ausserhalb ?

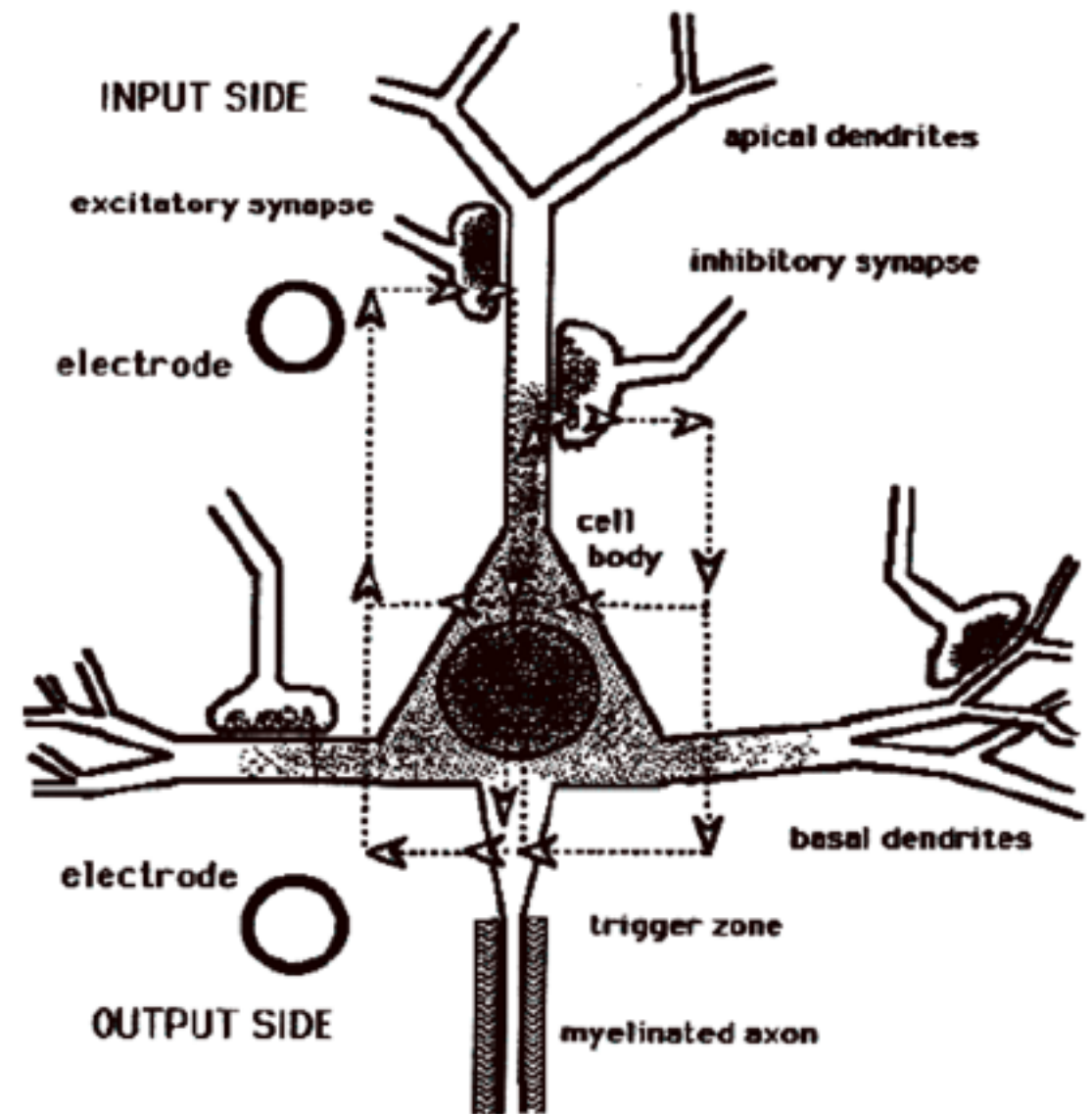
Aktionspotential zeigt Membranpotential in der Zellmembran,
doch was sieht man ausserhalb ?

einzelne Synapse



induzierter Strom

Summe von synaptischen Strömen



(aus Freeman, Int. J. Bif. Chaos (1992))