7. Übung der Vorlesung *Spektralanalyse physiologischer Signale*
Wintersemester 2016/2017, Universität Frankfurt am Main
Dozent: PD Axel Hutt (axel.hutt@dwd.de)
abzugeben bis 8. Dezember 2016, auf Papier oder per email

Synapsen antworten auf ankommende elektrische Pulse von Axonen anderer Neuronen mit einer Impulsantwort, die in guter Näherung linear ist. Nehmen Sie an, dass das Eingangssignal

$$I(t) = I_0 \sum_i \delta(t - t_i),$$

wobei t_i die Zeiten der Pulse sind. Die ankommenden Pulse induzieren einen Ionenstrom von Neurotransmittern, der die Leitfähigkeit $g(t)$ der Zellmembrane modifiziert mit

$$\frac{dg(t)}{dt} = -\alpha g(t) + \alpha I(t) \ .$$

In vernünftiger Näherung ist die resultierende Spannung $V(t)$ an der Zellmembran dann bestimmt durch

$$\beta \frac{du(t)}{dt} = -u(t) - \gamma g(t) \ ,$$

wobei $u(t) = V(t) - V_r$ ist mit der Ruhespannung V_r.

1. Zeigen Sie als Erstes, dass

$$g(t) = I_0 \alpha \sum_i e^{-\alpha(t-t_i)}$$

   und, für $\alpha \to \infty$,

$$g(t) \to I_0 \sum_i \delta(t - t_i) \ .$$

2. Leiten Sie nun das Leistungsspektrum von $u(t)$ ab. Benutzen Sie dafür die Autokorrelation $E[\sum_{i,j} \delta(t - t_i)\delta(t' - t_j)]$ aus der Vorlesung.