

MEDIDA DE CONSTANTES DIELECTRICAS

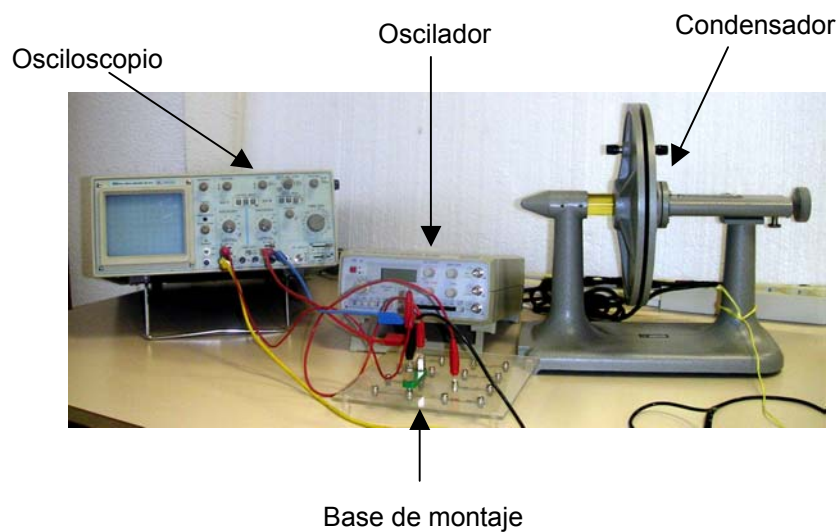
Fecha: 07/02/05

1. Objetivo de la práctica

Medida de la constante dieléctrica del aire (muy similar a la del vacío), y la de un material aislante por medio de un condensador variable en un circuito oscilante.

2. Material

- Oscilador de frecuencia variable (intervalo útil entre 30 kHz y 100 kHz)
- Osciloscopio, usado como medidor de voltaje para las citadas frecuencias
- Condensador plano variable, de gran tamaño y forma circular
- Resistencia de $220 \pm 1 \Omega$
- Base para las conexiones y cables
- Lámina de material dieléctrico



3. Teoría

Para la medida de la constante dieléctrica de los materiales se pueden utilizar diferentes métodos. Aquí se va usar uno sencillo que usa un condensador y un generador de oscilaciones electrónico (también llamado generador de funciones). La capacidad de un condensador depende de la separación d y de la superficie S de las láminas metálicas que lo forman, así como de la constante dieléctrica del material que hay entre ellas. En el caso de un condensador plano, como el que se suministra para esta práctica, la capacidad viene dada por:

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d} \quad (1)$$

siendo ε_0 la permitividad ("constante dieléctrica") del vacío y ε_r la constante dieléctrica relativa del material que hay entre las láminas. Por otra parte, la resistencia que opone el condensador al paso de una corriente alterna, es decir la impedancia capacitiva, viene representada por el número complejo Z_C dado por

$$Z_C = \frac{1}{i\omega C} \quad (2)$$

siendo i la unidad imaginaria y $\omega = 2\pi\nu$ la frecuencia angular de la corriente alterna. Por tanto, en un circuito como el de la figura 1 en el que hay un condensador C y una resistencia R , la impedancia total será el número complejo

$$Z = R + Z_C = R + \frac{1}{i\omega C} \quad (3)$$

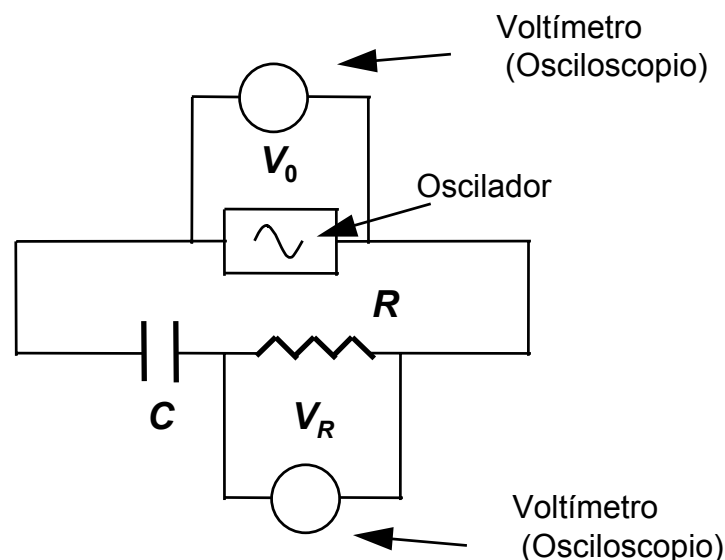


Figura 1. Circuito oscilante con el condensador C y la resistencia R . El osciloscopio se usa como voltímetro

y si la diferencia de potencial suministrada por la fuente oscilante es $V = V_0 \cos \omega t$, la amplitud de la intensidad que circula por el circuito es

$$I_o = \frac{V_o}{|Z|} = \frac{V_o}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}} \quad (4)$$

A su vez, esta misma intensidad también se puede determinar mediante la diferencia de potencial V_{R0} que aparece entre los extremos de la resistencia R ,

$$I_o = \frac{V_{R0}}{R} \quad (5)$$

Por tanto, igualando (4) a (5) y substituyendo la expresión (1) para la capacidad, se obtiene la siguiente expresión:

$$\left(\frac{V_o}{V_{R0}} \right)^2 = 1 + \left(\frac{1}{\epsilon_0 \epsilon_r \omega S R} \right)^2 d^2 \quad (6)$$

Es decir, por medio de la medida de V_0 , V_{R0} , ω , S , R y d , se puede determinar el producto $\epsilon_0 \epsilon_r$. En el caso de que el material que ocupa el espacio entre las placas sea el aire, como su constante dieléctrica es prácticamente igual a la del vacío, se puede determinar el valor de ϵ_0 .

4. Montaje experimental y resultados

Primero se realiza el montaje del circuito de la figura 1, colocando la resistencia $R = 220 \Omega$ sobre la base (si existen dudas sobre el valor de R hay que medirla con un polímetro). **PRECAUCION:** Las tierras de las *dos entradas* del osciloscopio y de la salida del oscilador debe ser la misma; si no es así se pueden producir cortocircuitos que dañen el oscilador. Inicialmente, conviene poner una frecuencia de $\nu = 10^5$ Hz en el oscilador y la máxima amplitud de voltaje que es capaz de suministrar. A continuación, usando el osciloscopio, se mide este voltaje (entre los bornes del oscilador). Este es el V_0 que aparece en las expresiones (4) y (6). La razón de usar un osciloscopio es que los voltímetros convencionales no responden adecuadamente a las frecuencias altas que se manejan en esta práctica. Si el oscilador no tiene un medidor de frecuencia incorporado, el osciloscopio también debe usarse para medir la frecuencia ν porque la indicación que se obtiene de los conmutadores del oscilador es poco precisa.

4.1. Variación de la separación entre las placas

Después, con la lámina de dieléctrico fuera del condensador, se mide el voltaje V_{R0} que aparece entre los extremos de la resistencia R para distintos valores de d (separación entre las placas del condensador). Se recomienda tomar para d los seis valores comprendidos entre 0.5 mm y 3 mm de medio en medio mm y anotarlos ordenadamente en la Tabla 1. Ahora, se completa la tabla con los valores correspondientes de d^2 y de $(V_0/V_{R0})^2$, y se representan en una gráfica los valores de $(V_0/V_{R0})^2$ en función de d^2 . De acuerdo con la ecuación (6), la pendiente m de la recta que se obtenga será igual a

$$m = \left(\frac{1}{\varepsilon_0 \omega S R} \right)^2 \quad (7)$$

puesto que en el caso del aire $\varepsilon_r \cong 1$. Por tanto, de (7) se puede obtener ε_0 midiendo S con la ayuda de una regla. Estímese igualmente el error cometido en el valor de ε_0 .

4.2. Variación de la frecuencia ν

A continuación, fijando $d = 0.5$ mm, se mide V_{R0} para ocho valores de la frecuencia comprendidos entre $\nu = 3 \times 10^4$ Hz y $\nu = 10 \times 10^4$ Hz y se anotan ordenadamente en la Tabla 2. Se completa la tabla con los valores correspondientes de ω^2 y de $(V_0/V_{R0})^2$, y se representan en una gráfica los valores de $(V_0/V_{R0})^2$ en función de $1/\omega^2$. De acuerdo con la ecuación (6), la pendiente m' de la recta que se obtenga ahora será igual a

$$m' = \left(\frac{d}{\varepsilon_0 S R} \right)^2 \quad (8)$$

de donde de nuevo se puede obtener el valor de ε_0 . Determinése el valor de C dado por la fórmula (1), usando el mejor valor de ε_0 obtenido con $d = 0.5$ mm, y estímese el error cometido.

4.3. Constante dieléctrica de la lámina dieléctrica, ε_r

Ahora se obtendrá numéricamente (no hay que hacer gráfica) el valor de la constante dieléctrica relativa de la lámina de material aislante, ε_r , del siguiente modo. Sujetando el dieléctrico dentro del condensador con una presión muy ligera (para que después se pueda retirar por simple deslizamiento sin variar d), se mide el voltaje V'_{R0} . A continuación se retira el dieléctrico sin que varíe d , y se mide el voltaje

V_{R0} correspondiente al aire. De acuerdo con la ecuación (6), el valor de ε_r viene dado por

$$\varepsilon_r^2 = \frac{(V_0/V_{R0})^2 - 1}{(V_0/V_{R0}')^2 - 1} \quad (9)$$

Repítase 5 veces esta medida para obtener un valor promedio y una estimación del error. Determinése el valor de C (estimando el error) con el dieléctrico dentro, fórmula (1), usando los valores de ε_0 y ε_r obtenidos y una separación igual a d' .

4.4 Comprobación del valor de ε_r . (No es obligatorio)

Se trata de comprobar el valor de ε_r obtenido en el apartado 4.3. repitiendo el método del apartado 4.2., pero con el dieléctrico en el condensador. Para ello se ajusta d al valor d' tal que el dieléctrico quede sujeto con una presión ligera de las placas. A continuación se mide V_{R0}' para ocho valores de la frecuencia comprendidos entre $\nu = 3 \times 10^4$ Hz y $\nu = 10 \times 10^4$ Hz y se anotan ordenadamente en la Tabla 3. Se completa la tabla con los valores correspondientes de ω^2 y de $(V_0/V_{R0}')^2$, y se representan en una gráfica los valores de $(V_0/V_{R0}')^2$ en función de $1/\omega^2$. De acuerdo con la ecuación (6), la pendiente m'' de la recta que se obtenga ahora será igual a

$$m'' = \left(\frac{d'}{\varepsilon_0 \varepsilon_r S R} \right)^2 \quad (10)$$

de donde se obtiene ε_r . Compárese con el valor obtenido con el método del apartado 4.3.

Bibliografía

Cualquier libro de Física General. Por ejemplo:

1. M. Alonso, E. J. Finn, "Física", *Física General, Vol. II (Campos y Ondas)*. Addison Wesley Iberoamericana (1986).

Tabla 1. Variación de la tensión V_R con la separación d entre las placas
Valores iniciales: $V_0 = \pm \text{ V}$; $\omega = 2\pi\nu = \pm \text{ s}^{-1}$; $S = \pm \text{ m}^2$; $R = \pm \Omega$

$d \pm \Delta d, (\text{m})$	$V_{R0} \pm \Delta V_{R0}, (\text{V})$	$d^2 \pm 2d\Delta d, (\text{m}^2)$	$(V_0/V_{R0})^2 \pm \Delta(V_0/V_{R0})^2$

Tabla 2. Variación de la tensión V_R con la frecuencia ω
Valores iniciales: $V_0 = \pm \text{ V}$; $d = \pm \text{ m}$; $S = \pm \text{ m}^2$; $R = \pm \Omega$

$\omega \pm \Delta\omega, (\text{s}^{-1})$	$V_{R0} \pm \Delta V_{R0}, (\text{V})$	$1/\omega^2 \pm 2\Delta\omega/\omega^3, (\text{s}^{-2})$	$(V_0/V_{R0})^2 \pm \Delta(V_0/V_{R0})^2$

Tabla 3. Variación de la tensión V_R' con la frecuencia ω
Valores iniciales: $V_0 = \pm \text{ V}$; $d = \pm \text{ m}$; $S = \pm \text{ m}^2$; $R = \pm \Omega$

$\omega \pm \Delta\omega, (\text{s}^{-1})$	$V_{R0}' \pm \Delta V_{R0}', (\text{V})$	$1/\omega^2 \pm 2\Delta\omega/\omega^3, (\text{s}^{-2})$	$(V_0/V_{R0}')^2 \pm \Delta(V_0/V_{R0}')^2$