

דו"ח מעבדה
ניסויים בפיסיקה מודרנית

נעם מצליח ודב פלדשטרן

ניסוי פרנק-הרץ

1 מטרת הניסוי

מידוע, האלקטרונים שבתוך האטום יכולים להימצא רק ברמות אנרגיה מסוימות (בדידות). מכאן שכאשר נמסרת להם אנרגיה, או נפלטת אנרגיה, האנרגיה תועבר רק במנות בדידות. בניסוי זה נראה אישור לעובדה זאת. בפרט, נמדוד את האנרגיה הדרושה כדי לעורר אלקטר-ונים באטום הכספית עירור ראשון. כמו כן, נמדוד את אנרגית היוניזציה של אטום הכספית - כלומר האנרגיה הדרושה כדי לשחרר אלקטרון ממצב היסוד באטום.

2 רקע תיאורטי ותיאור המערכת

כאשר אלקטרון מתנגש באטום כספית, יכול לקרות אחד מכמה דברים: אם לאלקטרון יש מספיק אנרגיה כדי לעורר אלקטרון בתוך האטום לרמה גבוהה יותר, האלקטרון הפוגע עשוי למסור אנרגיה בשיעור זה לאלקטרון באטום. במקרה כזה, הלכה חלק מהאנרגיה הקינטית לאיבוד (בתור אנרגיה פנימית באטום), ולכן מדובר בהתנגשות פלסטית. אחרת, כל האנרגיה הקינטית שבהתנגשות נשמרת, ומדובר בהתנגשות אלסטית. במקרה כזה, נשים לב לכך שמסת האטום גדולה בכמה סדרי גודל (פי 400,000) ממסת אלקטרון; לכן, משימור תנע, ברור שהאטום כמעט ולא יקבל מהירות מהאלקטרון - כלומר האלקטרון ישמור למעשה על האנרגיה הקינטית שלו. מכאן, שבהתנגשויות בין אלקטרונים לאטומים, יכולים למעשה האלקטרונים לאבד אנרגיה קינטית רק על ידי עירור של אלקטרונים באטומים.

מכיוון שאנרגיות העירור באטום הן בדידות, הרי שנצפה לראות אצל האלקטרונים המתנ-גשים רק איבודי אנרגיה ברמות דיסקרטיות. כדי למדוד את איבודי האנרגיה האלה, אנו משתמשים בשפופרת מלאה באדי כספית. על ידי חימום השפופרת, ניתן לווסת את צפיפות אדי הכספית בה. על ידי חימום הקתודה, נגרום לפליטת אלקטרונים. בין הקתודה לאנודה מפעילים מתח הגורם להאצת האלקטרונים שנפלטו. לפני האנודה יש סריג נוסף בעל פוט-נציאל קטן המתנגד לתנועת האלקטרונים, כך שרק אלקטרונים בעלי אנרגיה מספיקה כדי להתגבר על מחסום זה, יגיעו בסופו של דבר לאנודה. מספר האלקטרונים שמגיעים לאנודה ניתן למדידה ע"י מדידת הזרם.

תנועת האלקטרונים לעבר האנודה מואטת על ידי התנגשויות אלסטיות עם האטומים (ומכאן שיש גם תלות בצפיפות האטומים בשפופרת), וכן על ידי המטען המרחבי. לכן, ככל שנפעיל מתח מאיץ גדול יותר, כך יגיעו לאנודה יותר אלקטרונים. ואולם, בשלב מסויים יצברו האלקטרונים מספיק אנרגיה כדי לגרום לעירורים באטומים, ולכן ברגע שזה יקרה, יתחיל חלק מהאלקטרונים החופשיים לאבד אנרגיה, ונראה ירידה בזרם (כתוצאה מכך שמספר מסויים של האלקטרונים גרם לעירור ואיבוד בכך אנרגיה). אם נמשיך להעלות את המתח המאיץ, האלקטרונים שוב יצברו אנרגיה, ונראה עליה נוספת בזרם, עד ששוב יוכלו לגרום לעירורים, וחוזר חלילה. מכאן שהמרחק בין שיאים סמוכים בגרף של הזרם כפונקציה של המתח, אמור להתאים בדיוק למתח המתאים לאנרגיה של העירור הראשון.

כדי למדוד את אנרגיית היוניזציה של אטום הכספית, משתמשים במעגל קצת שונה: הפעם לפני האנודה מפעילים פוטנציאל שהוא שלילי ביחס לקתודה. בכך נמנעת הגעתם של אל-קטרונים לאנודה, והאלקטרונים לא יגרמו לזרם. ואולם, מטענים חיוביים דוקא יימשכו עכשיו אל האנודה, והם ייצרו זרם. על ידי האצת האלקטרונים החופשיים כבר קרוב מאד לקתודה, הם יצברו מהר מאד אנרגיה, וכשהמתח יהיה מספיק גדול, כשהם יפגעו באטומים כבר תהיה להם מספיק אנרגיה כדי לגרום ליינון שלהם. ברגע זה, יתחיל לזרום זרם, כי עכשיו יש לראשונה מטענים חיוביים.

3 מהלך הניסוי

3.1 עירור

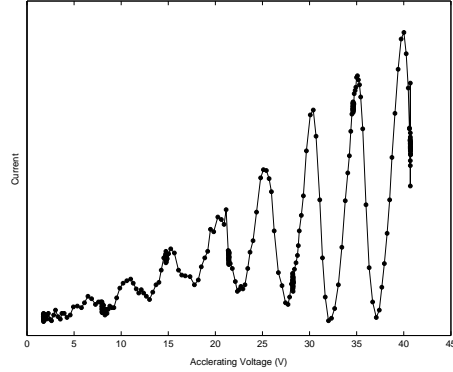
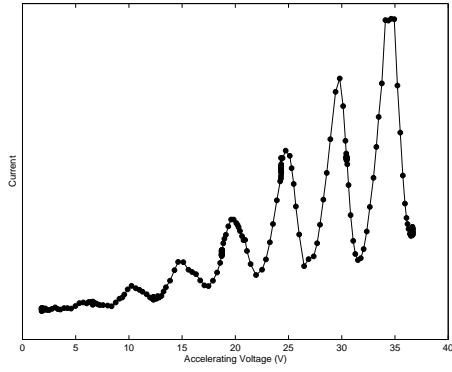
עבור טמפרטורות שונות, מדדנו את אפיין השפופרת. התוצאות באיורים 1 (א)-(ה). מכל גרף חילצנו את ערכי המתח שעבורם התקבל שיא. את הנתונים ערכנו בגרף של השיאים כפונקציה של מספר השיא, והתאמנו לגרף לינארי (איור מספר 2). השיפוע המתקבל הוא הפרש המתחים בין שיאים עוקבים, וזהו בדיוק המתח הדרוש להאצת אלקטרון לאנרגיית העירור הראשון באטום. השיפוע שקיבלנו עבור המדידות בטמפרטורה של 190° הוא 4.77. מכאן שאנרגיית העירור היא 4.77 eV. כזכור, הערך שאמור להתקבל הוא 4.9 eV - התוצאה שלנו סוטה בפחות מ-3%. השיא הראשון מתקבל באנרגיה שהיא קצת יותר גבוהה מאנרגיית העירור - זאת בגלל הפרש הפוטנציאלים שבין הקתודה לשריג המאיץ, שבהתגברות עליו מאבדים האלקטרונים קצת אנרגיה. החיתוך של הגרף המותאם שקילנו עם ציר y (המתח) מייצג בדיוק את ערך זה. הערך שקיבלנו הוא 0.96 (כלומר, זהו הגודל ב-eV של פוטנציאל המגע).

עבור המדידות בטמפרטורות שונות ההפרשים הם בגדלים דומים. בטמפרטורות נמוכות אין כל כך טעם לעשות התאמות - יש רק שניים-שלושה שיאים - אבל ניתן לראות שההפרשים מותאימים; בטמפרטורה של 180° קיבלנו שיפוע של 4.84; עבור 200° - שיפוע של 4.88.

3.2 יוניזציה

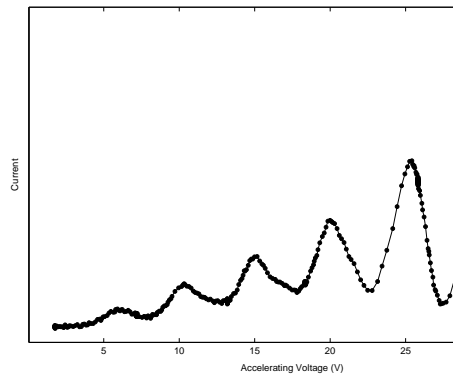
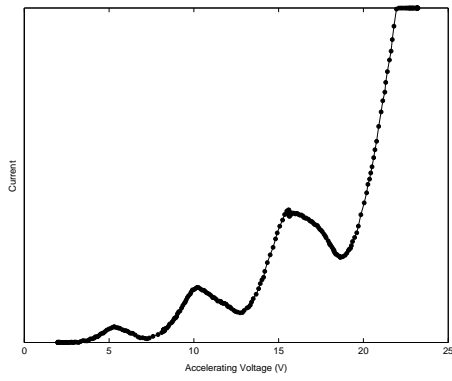
בשלב זה של הניסוי, החלפנו את המעגל לזה המתואר בחלק התיאורטי עבור מדידת היוניזציה. ביצענו מספר מדידות של אפיין השפופרת עבור טמפרטורות בטווח $155^\circ - 150^\circ$. ניתן לראות אפיין לדוגמא באיור מספר 3. ניתן לראות שהזרם המתקבל עכשיו הוא שלילי - זאת משום שעכשיו זורמים יונים, בעלי מטען חיובי, בניגוד לזרימה רגילה של אלקטרונים, בעלי מטען שלילי.

כפי שניתן לראות בגרף, יש נקודה מאד ברורה בה מתחיל לזרום הזרם. המתח בו מתחיל הזרם צריך להיות זה המתאים לאנרגיית היוניזציה של הכספית (כמובן, בהפחתת הפרש הפוטנציאלים בין הקתודה לשריג). היו לנו מספר מדידות שונות והממוצע שהתקבל הוא 27.64 V (עם סטיות של עד כ-1 V). לאחר הפחתת הפרש הפוטנציאלים הנ"ל (שאת ערכו לקחנו ממה שהתקבל מההתאמות בסעיף הקודם), קיבלנו עבור אנרגיית היוניזציה של הכספית את הערך 26.69 eV. הערך הצפוי (כפי שמצאנו באינטרנט) הוא 26.76 eV (סטייה של פחות מאחוז).



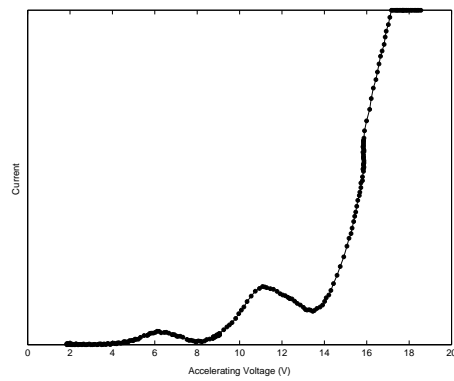
190° (ב)

200° (א)



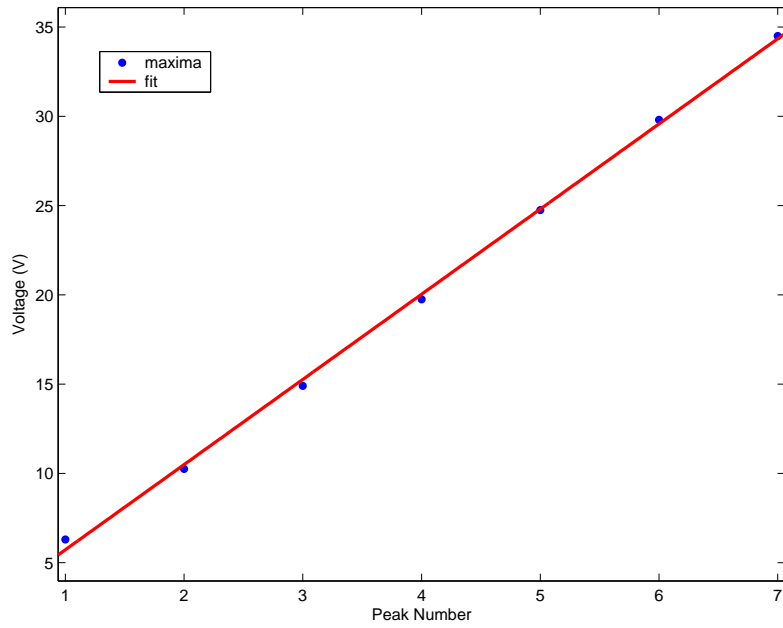
150° (ד)

180° (ג)

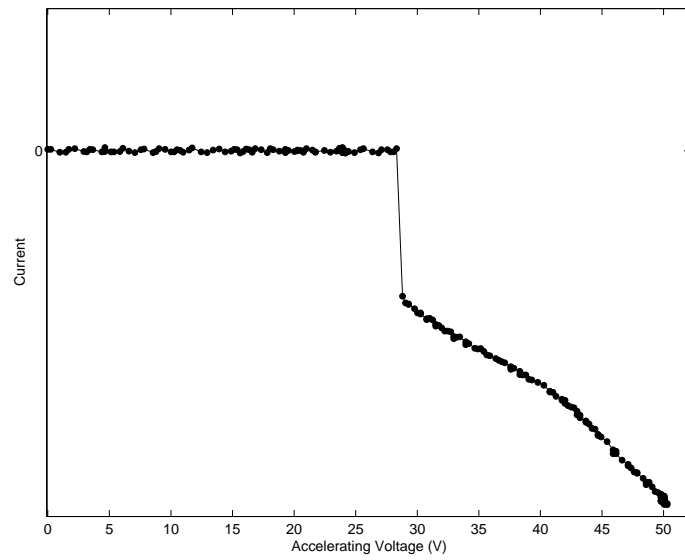


140° (ה)

איור 1: אפיינים של השפופרת במספר טמפרטורות שונות



איור 2: מתח כתלות במספר השיא, טמפ' 190°



איור 3: אפיין של השפופרת עבור מעגל יוניזציה

חלק II

פליטה תרמו-יונית

4 רקע תיאורטי

כאשר מחממים מוליך, האלקטרונים מקבלים חלק מהאנרגיה. אם אלקטרון מקבל מספיק אנרגיה כדי להתגבר על אנרגיית פרמי (פונקציית העבודה) הוא ישתחרר. בשפופרת ואקום יש קתודה ואנודה. את הקתודה מחממים ונפלטים אלקטרונים כנ"ל, ונוצר סביבה ענן אלקטר-ונים חופשיים. הפעלת מתח בין האנודה לקתודה גורמת לניתוב אלקטרונים מהענן לכיוון האנודה, והיווצרות זרם. עוצמת הזרם תלויה במתח המופעל: ככל שהמתח גדל, כך הוא מעביר לאלקטרונים יותר אנרגיה, ולכן הזרם גדל. ואולם, בשלב מסוים, הקצב שבו נלקחים אלקטרונים מהענן שווה לקצב הפליטה, ומכאן והלאה הזרם כבר לא יוכל לגדול. זרם זה נקרא "זרם הרווייה". זרם הרווייה תלוי במספר האלקטרונים החופשיים בענן, כמו כן מספר זה עולה יחד עם טמפרטורת הקתודה. לפיכך, עבור טמפרטורות גבוהות יותר, זרם הרווייה המתקבל עולה גם הוא.

כל עוד לא הגענו לזרם הרווייה, הזרם תלוי, כאמור, במתח שנפעיל. תחום זה נקרא "תחום המטען המרחבי". הקשר המדויק בין הזרם למתח בתחום זה ניתן ע"י חוק Child-Langmuir, ולפיו

$$I \propto V^{3/2} \quad (1)$$

. (הפיתוח המדויק נמצא בחוברת).

את זרם הרווייה מחשבים משיקולים קוונטיים, והוא תלוי בטמפרטורה של הקתודה. הנוסחה המתארת את הקשר היא נוסחת Richardson-Dushman:

$$I_s = AT^2 e^{-\phi/kT} \quad (2)$$

כאשר k הוא קבוע בולצמן, A ו- ϕ אופייניים למוליך ממנו עשויה הקתודה.

5 מטרת הניסוי

בניסוי זה נרצה לאשר את הנוסחאות הנ"ל.

6 מהלך הניסוי

6.1 תיאור המערכת

במערכת שלנו שני מעגלים: אחד מספק מתח לחימום הקתודה (מתח ההסקה), והשני מפעיל את המתח בין קצוות השפופרת (מתח הקתודה). המתחים בשני המעגלים נתונים לשליטתנו.

למעגלים מחוברים שני מכשירי מדידה המחברים למחשב: אחד מודד את המתח המופעל על השפופרת, והשני את הזרם דרך השפופרת. (למעשה, אנו לא מודדים גדלים אלה ישירות, אלא מודדים את המתח על נגדים שונים במעגל; מהם ניתן להסיק - מידיעת ההתנגדויות - את הגדלים שמעניינים אותנו. הסיבה היחידה שאנו מציינים זאת, היא משום שבמהלך הניסוי, צריך לעתים לשנות את הנגד שעליו מתבצעת המדידה, כדי להגיע לרזולוציה אופטימלית של המדידות).

6.2 חוק Child-Langmuir

בחלק זה של הניסוי, מדדנו את זרם האנודה כפונקציה של המתח על השפופרת, עבור מספר מתחי הסקה שונים. לכל מדידה, התאמנו את הגרף בתחום המטען המרחבי כדי לאשר את נוסחה מספר 1. להלן התוצאות:

| מתח ההסקה (V) | מעריך החזקה ($I \propto V^a$) |
|---------------|---------------------------------|
| 4 | 1.13 |
| 4.9 | 1.24 |
| 5.5 | 1.34 |

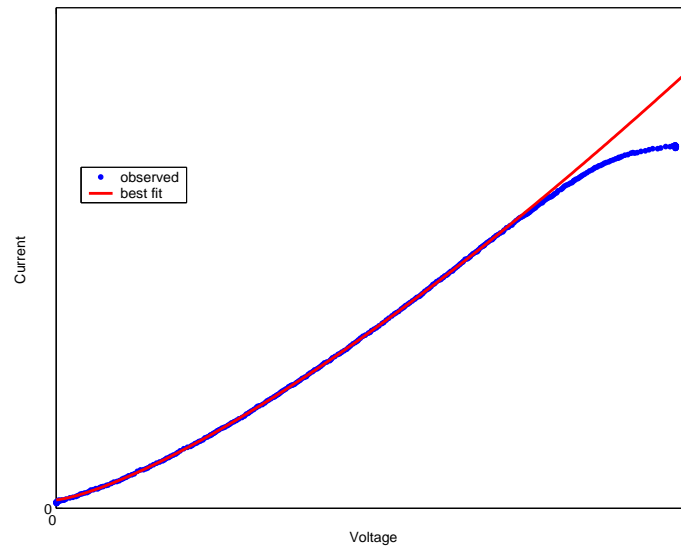
כזכור, המעריך התיאורטי הינו $\frac{3}{2}$. התאמנו עבור מתחי הסקה שונים בין 4 ל-5.5 וולטים, כאשר שלושה מהם מובאים לעיל, ובאופן עיקבי קיבלנו ערכי מעריך הנעים בין 1.1 ל-1.4, כאשר ככלל ערכו עולה יחד עם מתח ההסקה. עיקביות התוצאות גורמת לנו לחשוב כי לא מדובר בטעות מדידה אלא כנראה יש גורמים נוספים שנוסחת Child-Langmuir לא מתחשבת בהם. ייתכן, למשל, כי ההנחה שהאלקטרונים נעים לעבר האנודה ללא התנגשויות אינה נכונה, וכמות ההתנגשויות תלויה בטמפרטורה (ניחוש). באיור מספר 4¹ ניתן לראות התאמה לדוגמא, וההתאמה ממש מצויינת.

6.3 זרם הרווייה

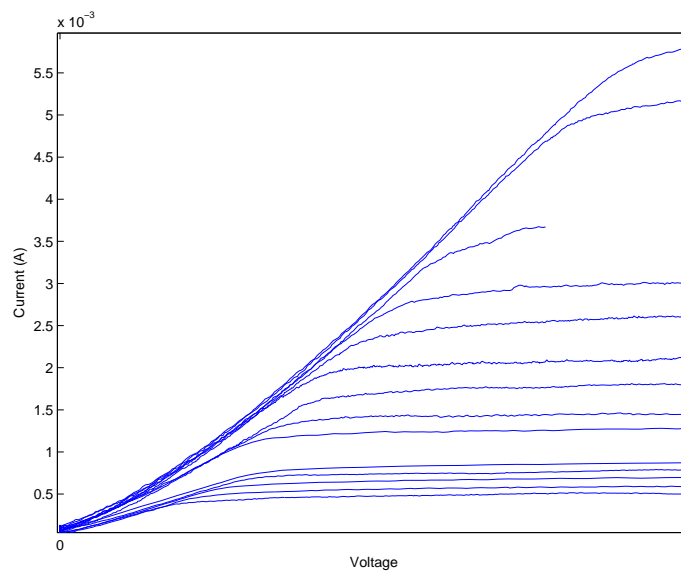
כדי לבדוק את התלות של זרם הרווייה בטמפרטורה ולאשר את נוסחה מספר 2, מדדנו את זרם הרווייה עבור מתחי הסקה שונים. באיור מספר 5 אפיין השפופרת עבור טמפרטורות שונות. כפי שהסברנו, ככל שגדל מתח ההסקה כך זרם הרווייה גבוה יותר. ניתן לראות זאת בצורה יפה באיור.

מתוך הגרפים חילצנו את זרם הרווייה עבור כל מתח הסקה. כזכור, נוסחה 2 מקשרת בין הזרם לטמפרטורה, ולנו יש רק את מתחי ההסקה. הקשר בין מתחי ההסקה לטמפרטורה הוא ליניארי בתחום בו אנו דנים, ונתון ע"י הנוסחה $T = 171.428V + 1700$, כאשר T נתון בקלווין, ו- V בוולט. כעת נוכל להתאים את הנתונים לנוסחה 2. התוצאות מובאות בגרף מספר 6. ניתן לראות שההתאמה היא טובה מאד. אין לנו נתונים לגבי הקבועים שאנו אמורים לקבל, אבל סדר הגודל שלהם הוא הגיוני: הערך שקיבלנו עבור $\frac{\phi}{k}$ הוא 67620, ובהצבת קבוע בולצמן

¹ככלל, בהרבה מהנוסחאות אין חשיבות לערכים של המדידות, מכיוון שאנו מעוניינים להראות רק את המתכונתיות של הגדלים שבנוסחאות. בגרפים המובאים, כאשר לא מצויינות היחידות של הצירים, זה משום שהם לא כויילו, והגרף בא להראות את המתכונתיות הנ"ל בלבד.

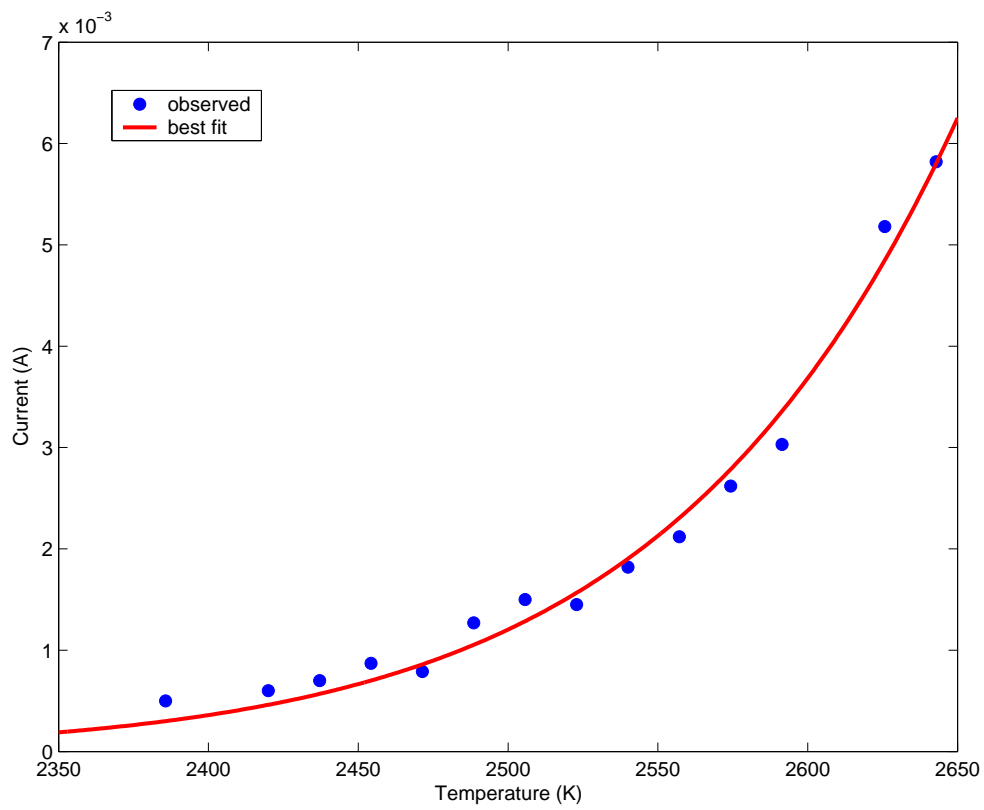


איור 4: התאמת התחום המרחבי לנוסחת Child-Langmuir



איור 5: אפיינים של שפופרת ואקום במתחי הסקה שונים

ראשית, הקו הקטוע איננו מייצג תופעה פיסיקלית כלשהי; מדובר בטעות מחשב (נקטעו הנתונים). שנית, מדובר פה במספר מתחי הסקה שונים בתחום 4 – 5.5 V.



איור 6: התאמת זרמי הרוייה לנוסחת Richardson-Dushman

$k = 1.3807 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$ נקבל ש- $\phi = 9.3 \text{ eV}$ - ובאמת פונקציות עבודה הן מסדר גודל של אלקטרון-וולט. הפרמטר השני המתקבל מההתאמה הוא המקדם של כל הביטוי. אין לנו מושג מה אמור להיות טווח הערכים שלו; הערך שקיבלנו הוא $A = 107.5 \frac{\text{Å}}{\text{K}^2}$.

חלק III

האפקט הפוטואלקטרי

7 מטרת הניסוי

האפקט הפוטואלקטרי הוא אחת מהתופעות הראשונות שהובילו לתורת הקוונטים. הוא מדגים בצורה מובהקת את האופי החלקיקי של קרינת אלמ"ג. בנוסף, הניסוי מראה של-חלקיקים אלה יש אנרגיה שהיא מתכונתית לתדירות הקרינה. בניסוי זה נחקר תופעות אלו, ובפרט נאשר את הנוסחה המקשרת בין מתח העצירה לתדירות האור הפוגע.

8 רקע תיאורי

הניסוי עוסק בקרינה הפוגעת במתכת. לקרינה יש אנרגיה, והיא נמסרת בעת הפגיעה למתכת. לעתים, חלק מהאנרגיה הזאת נמסר ישירות לאלקטרונים בפס ההולכה של המתכת; אם יש מספיק אנרגיה, האלקטרונים יוכלו להתגבר על פונקציית העבודה של המתכת, ועוד תישאר להם אנרגיה קינטית עודפת.

ההסבר של איינשטיין לאפקט, מתבסס על התיאוריה של פלנק, הגורסת כי האור מגיע במנות - פוטונים - ולכל פוטון אנרגיה מוגדרת, בשיעור $E = h\nu$, כאשר ν תדירות האור. כעת נוכל להבין את כל התופעה כמסירת אנרגיה מהפוטונים לאלקטרונים. אנו מניחים כי הסיכוי לכך שיותר מפוטון אחד יפגע באותו אלקטרון הוא אפסי, ולכן האנרגיה המקסימלית שיכולה להימסר לאלקטרון היא האנרגיה שנושא פוטון יחיד.

כפי שאמרנו, האלקטרון צריך לקבל מספיק אנרגיה כדי להתגבר על פונקציית העבודה. פונקציית העבודה היא מאפיין של המתכת, ומבטאת את כמות האנרגיה הנדרשת כדי לשחרר אלקטרון מפס ההולכה למצב חופשי. אם לפוטונים אין אנרגיה העולה על פונקציית העבודה, לא ישתחררו אלקטרונים. ראינו שהאנרגיה תלויה בתדירות, ולכן נובע מכך שיש תדירות סף מינימלית, שמתחתיה לא ייפלטו אלקטרונים.

8.1 תיאור המערכת

כדי למדוד את האפקט אנו יוצרים מעגל המכיל שפופרת פוטואלקטרית. שפופרת זו מורכבת מאנודה וקתודה, וריקה מאויר. כאשר פוגע אור בקתודה, משתחררים אלקטרונים (אם הת-דירות גדולה מתדירות הסף), ונוצר ענן אלקטרונים בסמוך לקתודה, שחלקם עשויים להי-קלט באנודה. דבר זה יגרום לזרם במעגל. כעת, אם נחבר למעגל פוטנציומטר, נוכל להפעיל מתח נוסף, ובכך להשפיע על הזרם במעגל: אם המתח שנפעיל יהיה נגד כיוון הזרמה, נוכל למצוא מהו המתח הדרוש בדיוק כדי לעצור אותה. זה יתן חיזוי לגבי האנרגיה המקסימל-ית הנמסרת לאלקטרונים ע"י הקרינה, כפי שנראה בהמשך. לחליפין, אם נפעיל מתח בכיוון הזרמה, זה ינתב אלקטרונים חופשיים נוספים מהענן לעבר האנודה, ובכך תגבר הזרמה. ואולם, כאשר כל האלקטרונים מהענן נמשכו, תוספת מתח לא תמשך להעלות את הזרם

(משום שאין עוד אלקטרונים לקחת). המתח הנגדי המינימלי הדרוש לעצירת הזרם נקרא "מתח העצירה", והזרימה המקסימלית המתקבלת כאשר יש מתח מסייע, תיקרא "זרם רווי-יה".

אנו נתעניין במתח העצירה כפונקציה בתדירות האור הפוגע.

מקור האור שלנו הוא מנורת כספית. הכספית פולטת אור בספקטרום בדיד. אנו מבדילים בין אורכי הגל השונים באמצעות פילטרים בצבעים שונים, שכל אחד מהם מאפשר רק לאור בעל אורך גל ספציפי לעבור.

8.2 פיתוח הנוסחאות

ראינו שלפוטון הפוגע יש אנרגיה $E = h\nu$, וזוהי האנרגיה המקסימלית שיכולה להימסר לאל-קטרון. כדי להשתחרר, על האלקטרון להתגבר על פונקציית העבודה של הקתודה ϕ_C , ומכאן שהאנרגיה הקינטית המקסימלית שתהיה לאלקטרון החופשי היא $\frac{1}{2}mv_{max}^2 = h\nu - \phi_C$. כדי לעצור אלקטרון בעל אנרגיה כנ"ל, המתח המינימלי הדרוש הוא זה שיקח מהאלקטרון אנרגיה בשיעור $eV' = \frac{1}{2}mv_{max}^2$. מכאן מתקבלת הנוסחה למתח העצירה

$$V' = \frac{h}{e}\nu - \frac{\phi_C}{e}$$

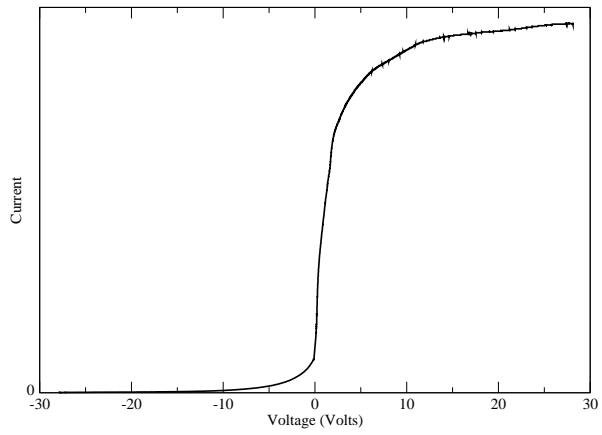
. למעשה, יש תיקון שצריך לעשות לנוסחה זו, הנובע מ"פוטנציאל המגע": ככלל, פונקציית העבודה של האנודה גדולה מזו של הקתודה, כלומר הפוטנציאל באנודה שלילי לעומת זה שבקתודה. כדי להגיע לאנודה, על האלקטרון להתגבר על מחסום פוטנציאל זה, ששיעורו $\phi_A - \phi_C$. לכן, כדי שיהיה זרם, צריך האלקטרון להיות בעל אנרגיה מספיקה, דהיינו $\frac{1}{2}mv^2 > \phi_A - \phi_C$. ראינו כבר מהי האנרגיה המקסימלית שיכולה להיות לאלקטרון, ומכאן $\frac{1}{2}mv_{max}^2 = h\nu - \phi_C$. וכדי לעצור את הזרם בדיוק, יהיה דרוש מתח עצירה בעל אנרגיה $eV = h\nu - \phi_C - (\phi_A - \phi_C) = h\nu - \phi_A$, ומכאן הנוסחה הסופית

$$V = \frac{h}{e}\nu - \frac{\phi_A}{e} \quad (3)$$

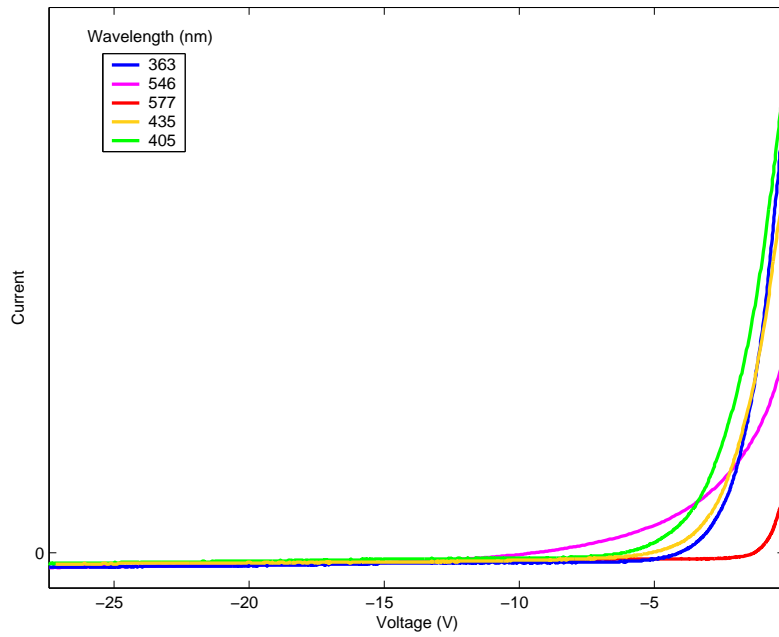
9 מהלך הניסוי

בשלב ראשון נחקר קו אפיון של שפופרת פוטואלקטריית: הנחנו פילטר שמעביר אור באורך גל של $546 \cdot 10^{-9} \text{ m}$. מדדנו את הזרם במעגל כפונקציה של המתח החיצוני שהפעלנו בעזרת הפוטנציומטר. בשלב זה, מדדנו את הזרם גם עבור מתח מסייע, וגם עבור מתח מדכא, כדי לראות את כל מגוון התופעות שתיארנו לעיל (זרם רווייה, מתח עצירה). ערכנו את התוצאות בגרף מס' 7. כפי שניתן לראות, עבור מתחים נמוכים מאיזשהו סף, כמעט ואין זרימה כלל - זהו מתח העצירה. כמו כן, עבור מתחים גבוהים מסף אחר, הזרם כמעט ואינו גדל. זהו זרם הרווייה.

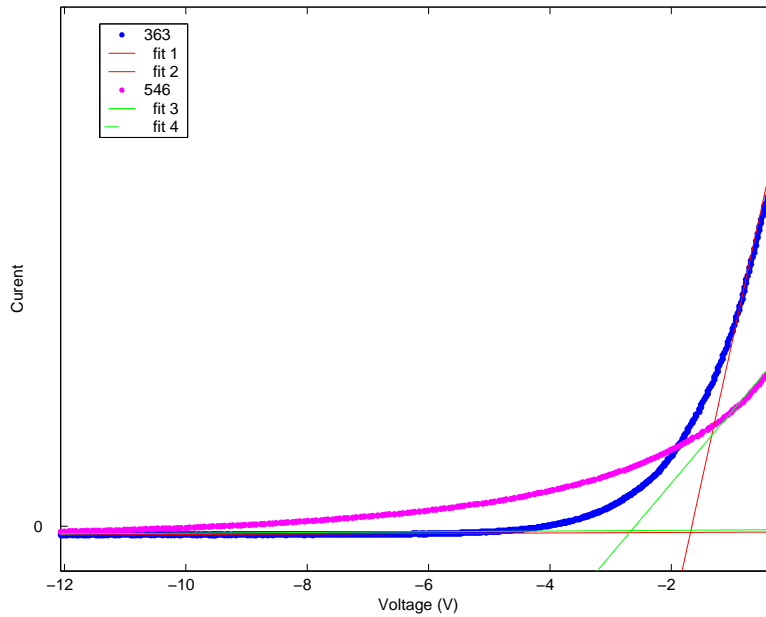
בשלב הבא, רצינו לברר את התלות של מתח העצירה בתדירות האור הפוגע, ולאשר את נוסחה מספר 3. לשם כך מדדנו את האפיון במתחים מדכאים, עבור הפילטרים השונים.



איור 7: קו אפיין של שפופרת פוטואלקטרית



איור 8: אפיינים של מתחים מדכאים עבור הפילטרים השונים



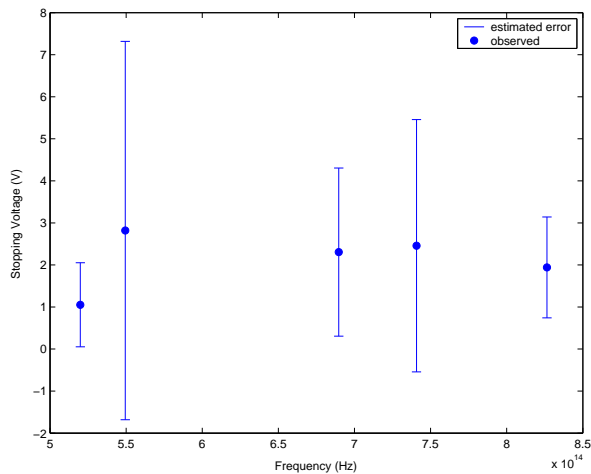
איור 9: אופן קביעת מתחי העצירה

עבור כל אפיין, ניסינו לשער את מתח העצירה. כפי שניתן לראות בגרף (איור מס' 8), לא כל כך ברור איך לקבוע מהו מתח העצירה. בסופו של דבר, הערכנו אותו ע"י בדיקת חיתוך המשיקים לאפיין - משיק אחד בטווח המתחים שבו כמעט ואין זרם כלל, ומשיק שני בטווח המתחים שבו הזרם כבר עולה בצורה פחות או יותר קבועה (ראה איור מס' 9). כפי שניתן לראות באיור, גם השיטה הזאת לא תמיד נותנת תוצאות חד-משמעיות. ניסינו להעריך את השגיאה בקביעת מתח העצירה של כל אפיין - למשל, ניתן לראות מהאיור שעבור האפיין של 546 אין ממש נקודה שבה המתח עולה באופן קבוע, ולכן אנו מעריכים את טווח השגיאה שם להיות גדול מאד; ולעומת זאת, עבור האפיין של 363, העלייה הקבועה הרבה יותר ברורה, ולכן גם הערכת השגיאה שנתנו היא קטנה משמעותית.

כדי לאשר את הנוסחה, שרטטנו גרף של מתח העצירה כתלות בתדירות האור. התוצאות מובאות באיור מספר 10. ניתן לראות בגרף שיש בעיה די חמורה: הנקודות שקיבלנו בכלל אינן על קו ישר, ולא מתקרבות לכך! ואכן, ההתאמה שעשינו לנקודות נתנה לנו שיפוע שהסימן שלו היה הפוך ממה שצריך, שזה כמובן בלתי אפשרי! לכן, היו לנו שתי הצעות כיצד להתגבר על הבעיה, ושתייהן מובאות להלן.

9.1 הכל טמון בטעות...

ההצעה הראשונה היתה פשוטה: אולי פשוט התבלבלנו במספור האפיניים: ניתן לראות שע"י החלפת האפיניים של התדירויות $8.3 \cdot 10^{14}$ ו- $5.5 \cdot 10^{14}$, הנקודות כבר מסתדרות הרבה יותר יפה. ההצדקה לשינוי כזה היא שלא כל כך נדיר שתהיה טעות ברישום של הנתונים: בניסוי של קומפטון, למשל, היה לנו קובץ אחד שהיה רשום עליו שהוא של קובאלט, אבל מהנתונים היה ברור שהוא של צסיום (הגרף התאים בצורה מצויינת לגרפים אחרים שהיו לנו



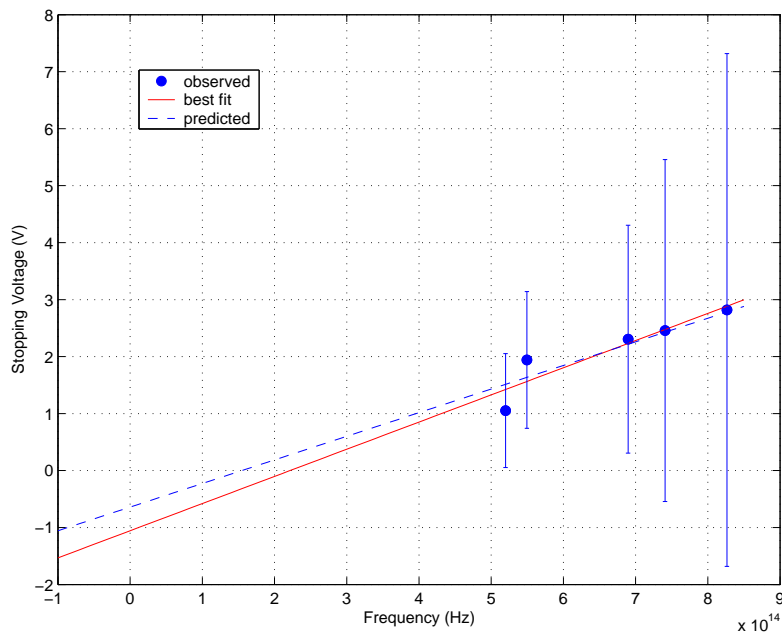
איור 10: מתח העצירה כפונקציה של התדירות

של צסיום, ובכלל לא התאים לגרפים אחרים שהיו לנו של קובאלט, כל ששם לא היה בכלל ספק שמדובר שטעות ברישום בלבד! ברור שדברים כאלה לא צריכים לקרות - אבל עובדה שהם קורים; ייתכן ומדובר בבעיה של תיאום בין מי שרושם למי שמבצע את הניסוי בפועל; או אולי סתם בגלל בעיה בתוכנה - הרבה מהתוכנות זוכרות מה היה שם הקובץ הקודם שנשמר, ולפעמים למרות שחושבים ששינינו את השם לפני השמירה של הקובץ החדש, שינוי השם לא נשמר, והקובץ נשמר עם שם שגוי; מכל מקום - טעויות כאלה קורות, ולכן ייתכן וזה מה שקרה פה. (כאשר הנתונים ברורים, קל להבחין בטעויות כאלה, כפי שקרה, למשל, בניסוי קמפטון, ואפשר בודאות גמורה לומר שזה אכן מה שקרה; אבל כאן, מכיוון שגם כך הנתונים אינם ברורים, קשה לומר אם באמת מדובר בטעות כזאת, או סתם ברעש של הנתונים). להלן המשך הניתוח, לאחר החלפת שתי הנקודות כנ"ל:

התאמנו את הנקודות לגרף לינארי (איור מס' 11), כדי למצוא את הקבועים ולהשוותם לאלה שקיבלנו בנוסחה מספר 3. מתוך השיפוע שהתקבל מההתאמה, ומידעת מטען האלקטרון e , חישבנו את ערכו של קבוע פלאנק וקיבלנו $h = 7.63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ - וזה בדיוק סדר הגודל הנכון, בסטייה של כ-15 אחוז.

נקודות החיתוך של הגרף עם הצירים גם הן נותנות לנו מידע. החיתוך עם ציר x נותן את התדירות המינימלית הדרושה כדי ליצור זרם במעגל, כאשר אין מתח מתנגד. יש לציין, שתדירות זאת אינה תדירות הסף שהגדרנו לעיל: תדירות הסף היא התדירות המינימלית הדרושה כדי לשחרר אלקטרונים מהקתודה; ואולם, כדי לקבל זרם, דרושה לאלקטרונים אנרגיה נוספת כדי להתגבר על פוטנציאל המגע, כפי שהסברנו. נקודת החיתוך נותנת לנו את התדירות המינימלית המספקת מספיק אנרגיה כדי לקבל זרם. הערך שקיבלנו מההתאמה עבור תדירות זו הוא $2.22 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$.

נקודת החיתוך עם ציר y מתקבלת עבור $\nu = 0$, וכפי שניתן לראות מנוסחה 3, זהו הערך $\frac{\phi_A}{e}$. מכאן נקבל הערכה לפונקציה העבודה של האנודה, ואצלנו ההערכה היא $\phi_A = 1.06 \text{ eV}$. זהו גודל סביר; ובכל מקרה, אין לפרמטר זה משמעות רבה - הערך המתקבל תלוי מאד בכל מיני



איור 11: התאמה לגרף לינארי, לאחר החלפת הנקודות

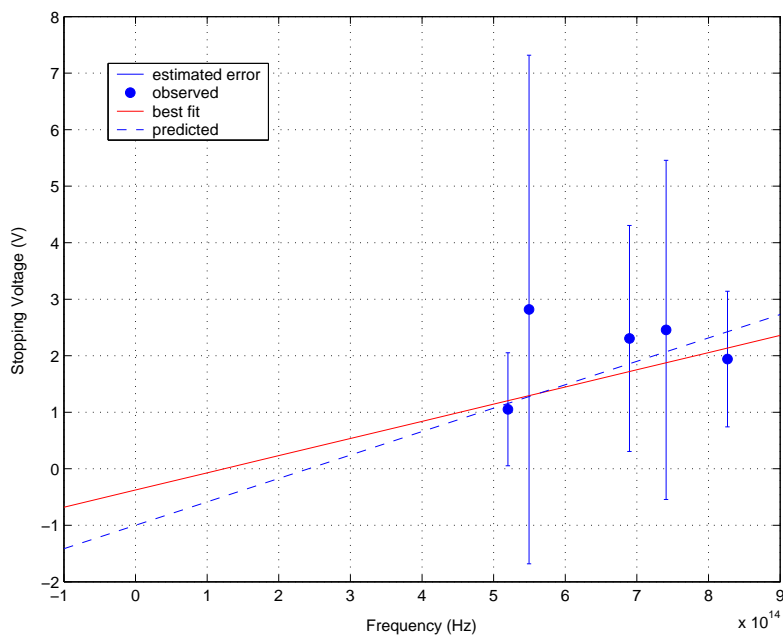
פרמטרים, כגון טיב המשטח על האנודה וכו'.

9.2 הכל טמון בשגיאות...

ההצעה השנייה לפתרון הבעיה היתה כזאת: איננו רוצים להחליף בין הנקודות - אם אי אפשר לסמוך על הנתונים, אז כבר אין בכלל משמעות לניסוי! לכן, כדי לנסות ולהתמודד עם הבעיה, בשלב ראשון שרטטנו ישר בעל שיפוע h/e , כדי לראות איך בכלל אמור להיראות הגרף (איור מס' 12). כשעשינו זאת, שמנו לב לנקודה מעניינת: הנקודה שהסטייה שלה מהגרף התיאורטי היא הגדולה ביותר, היא גם זו שהערכת השגיאה שלה היא הגבוהה ביותר! זה כבר מתחיל להיראות סביר. מה שזה אומר, זה שכדי לעשות את ההתאמה, צריך שההתאמה תתחשב גם בשגיאות האלה. רוב התוכנות שעושות התאמה אכן תומכות באופציה כזאת, אם כי לרוב צריך לתת לא טווח שגיאה, אלא משקולות. המשקולות שנתנו לכל נקודה היא $\frac{1}{err^2}$. לא ברור בכלל שזהו אכן משקול נכון, אבל בחרנו אותו על סמך ההסברים ב-help של Matlab: הם מציעים שכאשר השונות ידועה, לתת משקל $\frac{1}{\sigma^2}$ לכל נקודה; אז לנו אין ממש "שונות", אבל הערכת השגיאה היא קרובה לשונות, ולכן אלה המשקולות שנתנו.

כעת, שוב ביצענו התאמה (איור מס' 12) - כמובן עם המשקולות - והתוצאות הפעם היו סבירות: הערך המחושב עבור קבוע פלאנק הוא $h = 4.86 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$; מדובר כעת בטעות של 26 אחוז - לא מדהים, אבל בהחלט סביר.

נקודת החיתוך של ההתאמה עם ציר x - כלומר תדירות מינימלית לזרם - היא $1.24 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$; ומהחיתוך עם ציר y - הערך המתקבל עבור ϕ_A הוא 0.376 eV .



איור 12: התאמה לגרף לינארי, עם התחשבות בשגיאות

10 סיבות לסטיות

סיבות אפשריות לסטיות הן ראשית, כפי שאמרנו, העובדה שהערכת מתח העצירה היא בעי-יתית. שנית, ייתכן והמדידה עצמה אינה מדוייקת. במהלך המדידות, שמנו לב לכך שהמהירות שבה התבצעה המדידה השפיעה על התוצאות: ראינו בבירור שכאשר שינינו את המתח בצורה מהירה, לקח למערכת זמן להגיב לכך (הזרם המשיך להשתנות גם אחרי שהפסקנו לסובב את הידית), ולכן מדידות כאלה אינן מדוייקות.

באופן כללי, קיבלנו את ההרגשה שהתוצאות הן די חסרות משמעות: ראשית, ניתן לראות שניתן להעביר ישרים בעלי כל מיני שיפועים - כולל שיפועים שליליים! - שעדיין אינם חורגים מתחום השגיאה המוערך; ומעבר לכך, העובדה שהצלחנו למצוא התאמות סבירות גם על ידי החלפת נקודות, וגם בלי להזדקק לכך, מראה שמשוואה פה קצת בעייתי. לסיכום - נראה שכדי להוציא מהניסוי הזה תוצאות משמעותיות, צריך א) מכשיר שידע למדוד בצורה טובה מתי בדיוק מפסיק לזרום זרם; ב) יותר נקודות מדידה - כלומר, למצוא את מתח העצירה עבור אורכי גל נוספים.

חלק IV

אפקט קומפטון

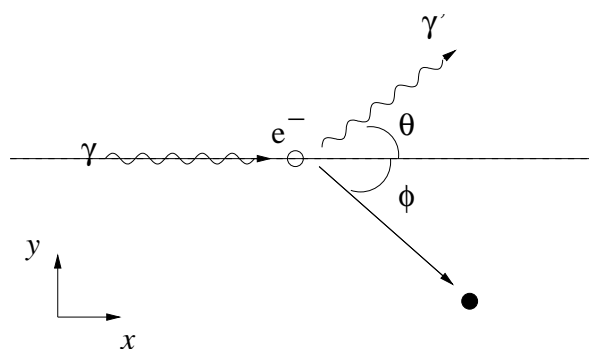
11 מטרת הניסוי

בניסוי זה אנו רוצים לשחזר את הניסוי ההסטורי של קומפטון, שהיה אחד הניסויים הראשונים שהראו בצורה ברורה שהאור מורכב מפוטונים שהם בעלי התנהגות חלקיקית, דהיינו בעלי תנע, ויכולים להתנגש בחלקיקים אחרים התנגשות אלסטית. כמו כן, בניסוי זה אנו חייבים להשתמש במשוואות התנועה היחסותיות, וזה מהווה אישור יפה לתורת היחסות הפרטית. דבר נוסף שניתן לראות בניסוי זה, זו הדעיכה האקספוננציאלית של קרינה אלמ"ג במעבר דרך חומר.

12 רקע תיאורי

נדון ראשית בהתנגשות אלסטית בין פוטון לאלקטרון חופשי. אנו מניחים, כאמור, שהאור מורכב מחלקיקים שהם בעלי תנע ואנרגיה; יתרה מכך, אנו מניחים שהתנע והאנרגיה האלה תלויים לחלוטין באורך הגל של האור. כאשר הפוטון מתנגש באלקטרון - שאנו נניח שהוא נמצא במנוחה - אנו מצפים לראות התנהגות של התנגשות בין שני חלקיקים יחסותיים. בעקרון, כל מה שצריך לעשות כדי לחשב את התוצאות של אפקט קומפטון, הוא להשתמש בחוקי שימור התנע ושימור האנרגיה (היחסותיים!) בהתנגשות אלסטית בין פוטון לאלקטרון נייח.

12.1 אפקט קומפטון



איור 13: התנגשות פוטון ואלקטרון

| אלקטרוני | פוטון | | |
|---|---|--------|------|
| 0 | $\frac{h\nu}{c} \hat{i}$ | תנע | לפני |
| $m_e c^2$ | $h\nu$ | אנרגיה | |
| $\gamma m_e v \cos \phi \hat{i} + \gamma m_e v \sin \phi \hat{j}$ | $\hbar k' \cos \theta \hat{i} + \hbar k' \sin \theta \hat{j}$ | תנע | אחרי |
| $\gamma m_e c^2$ | $h\nu'$ | אנרגיה | |

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} = \frac{\hbar}{\lambda} = \hbar k$$

מחוקי השימור נקבל את המערכת הבאה:

$$\begin{cases} \frac{h\nu}{c} &= \frac{h\nu'}{c} \cos \theta + \gamma m_e v \cos \phi \\ \frac{h\nu'}{c} \sin \theta &= \gamma m_e v \sin \phi \\ h\nu + m_e c^2 &= h\nu' + \gamma m_e c^2 \end{cases}$$

נבודד את ה- $\sin \phi$ ו- $\cos \phi$ מהמשוואות:

$$\begin{aligned} \cos \phi &= \frac{h\nu - h\nu' \cos \theta}{c\gamma m_e v} \\ \sin \phi &= \frac{h\nu' \sin \theta}{c\gamma m_e v} \end{aligned}$$

אם נעלה את שני אגפי ימין בריבוע ונחבר אותם, נקבל (לפי הזהות $\cos^2 \phi + \sin^2 \phi = 1$):

$$\begin{aligned} h^2 (\nu^2 - 2\nu\nu' \cos \theta + \nu'^2 \cos^2 \theta + \nu'^2 \sin^2 \theta) &= (c\gamma m_e v)^2 \\ h^2 (\nu^2 - 2\nu\nu' \cos \theta + \nu'^2) &= m_e^2 c^4 \frac{v^2}{c^2 - v^2} \end{aligned} \quad (4)$$

כאשר בשלב האחרון השתמשנו בעובדה ש- $\frac{c^2}{c^2 - v^2} = \frac{1}{1 - (v/c)^2} = \gamma^2$. כעת נטפל במשוואה האחרונה - נעביר אגפים ונעלה בריבוע:

$$(h\Delta\nu)^2 + 2m_e c^2 h\Delta\nu + m_e^2 c^4 = \gamma^2 m_e^2 c^4$$

כאשר הגדרנו $\nu - \nu' = \Delta\nu$. נעביר אגפים, ונשתמש בשוויון

$$(\gamma^2 - 1) = \frac{1}{1 - (v/c)^2} - 1 = \frac{1 - 1 + (v/c)^2}{1 - (v/c)^2} = \frac{(v/c)^2}{(c^2 - v^2)/c^2} = \frac{v^2}{c^2 - v^2}$$

ונקבל:

$$(h\Delta\nu)^2 + 2m_e c^2 h\Delta\nu = m_e^2 c^4 \frac{v^2}{c^2 - v^2} \quad (5)$$

נשים לב לכך שאגפי ימין של שתי המשוואות 4 ו-5 שווים. נשווה את אגפי שמאל של שתי המשוואות:

$$\begin{aligned} h^2 (\nu^2 - 2\nu\nu' \cos \theta + \nu'^2) &= (h\Delta\nu)^2 + 2m_e c^2 h\Delta\nu = \\ &= h^2 (\nu^2 - 2\nu\nu' + \nu'^2) + 2m_e c^2 h\Delta\nu \end{aligned}$$

$$2h^2\nu\nu'(1 - \cos \theta) = 2m_e c^2 h \Delta\nu$$

$$\frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta) = \frac{c \Delta\nu}{\nu\nu'}$$

אם נתרגם את התדירות לאורך גל ($\lambda = \frac{c}{\nu}$) נראה שמתקיים

$$\frac{c \Delta\nu}{\nu\nu'} = c \left(\frac{\nu - \nu'}{\nu\nu'} \right) = c \left(\frac{1}{\nu'} - \frac{1}{\nu} \right) = \lambda' - \lambda$$

וקיבלנו את התוצאה המבוקשת:

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta) = \lambda_c (1 - \cos \theta) \quad (6)$$

כאשר $\lambda_c = \frac{h}{m_e c}$ הוא "אורך הגל של קומפטון" עבור אלקטרון.

כעת ניתן לראות שההסחה באורך הגל של הקרינה המוחזרת יחסית לפוגעת, אינה תלויה בכלל באורך הגל ההתחלתי, אלא רק בזווית ההסטה מכיוונה המקורי. כמו כן, ניתן לראות שהסחה מקסימלית באורך הגל מתקבלת עבור זווית של 180° .

12.2 האפקט הפוטואלקטרי (פיזור ישיר)

מלבד אפקט קומפטון, שזה עתה תיארונו, קיים אפקט נוסף שבו הקרינה פוגעת באלקטרונים ונבלעת כולה; התוצאה של בליעה כזאת היא אלקטרונים בעלי אותה אנרגיה כמו זו של הפוטון הפוגע.

הסתכלות אחרת על אותה תופעה היא שהקרינה המקורית גורמת לאוסלציות של מטענים בתווך, ותנודות אלה גורמות לפליטה של קרינה נוספת; ברור שתדירות האוסלציות תהיה שווה לתדירות הקרינה הפוגעת (כח מאלץ מכתוב את התדירות שלו) ולכן נקבל קרינה משנית באותה תדירות.

בכל מקרה, התוצאה הסופית היא שיש קרינה משנית לכל הכיוונים שהתדירות שלה שווה לתדירות המקורית.

12.3 דעיכה אקספוננציאלית

במעבר קרינה אלמ"ג דרך חומר, רק חלקה מגיח מעברו השני של התווך. כמות הקרינה שה-צליחה לעבור תלויה אקספוננציאלית באורכו של התווך לאורך מסלולה דרכו. אופן הדעיכה תלוי בגורמים שונים, כגון תכונות החומר.

13 מהלך הניסוי

13.1 תיאור המערכת

בניסוי נתונים כמה מקורות רדיואקטיביים שונים, הפולטים קרינת גאמא. את המקורות מניחים על פתח בלון הממולא בגז, שמהווה המטרה - כלומר האלקטרונים שבהם מתנגשים

הפוטונים. בתחתית הבלון נמצא גלאי, הקולט את האנרגיה הנפלטת בכיוון 180° . הגלאי מחובר למחשב, וזה מציג גרף של ההתפלגות לפי האנרגיה של מספר הפגיעות בגלאי.

13.2 תחזיות

אנו מצפים לראות התפלגות, שיהיו בה שני שיאים: שיא אחד באנרגיה המקורית של המקור (כתוצאה מהפיזור הישיר), ושיא שני סביב האנרגיה של האלקטרון שעבר אפקט קומפטון והועף אל הגלאי. כמובן שאנחנו מצפים לראות התפלגות מסויימת סביב השיאים האלה, כתוצאה מאפקטים סטטיסטיים שונים. האנרגיה המקורית של המקור היא האנרגיה הגבוהה ביותר במערכת (משם אפשר רק לאבד אנרגיה...) ולכן השיא בעל האנרגיה הגבוהה ביותר יהיה שם. מכיוון שאנרגית המקור נתונה לנו, נוכל להשתמש בעובדה זו לצורך כיוול ציר האנרגיה.

מכיוון שהגלאי נמצא מאחורי המטרה, האלקטרונים שנקלוט הם אלה שיועפו בזווית $\phi = 0$; משימור תנע בכיוון y , חייב להיות שאלקטרונים אלה הועפו על ידי פוטונים שחזרו בזווית $\theta = 180^\circ$. נוסחה 6 מצטמצמת עכשיו לנוסחה

$$\lambda' = \lambda + 2\lambda_c$$

. זו הנוסחה שבעזרתה נחשב את האנרגיה שסביבה נצפה לראות את השיא השני, תוך שימוש בקשר בין אנרגיה של פוטון לאורך הגל: הנוסחה תתן לנו את אורך הגל - ולכן האנרגיה - של הפוטון המוחזר; ומשימור אנרגיה נקבל שאנרגיית האלקטרון תהיה בדיוק $E_0 - E'$.

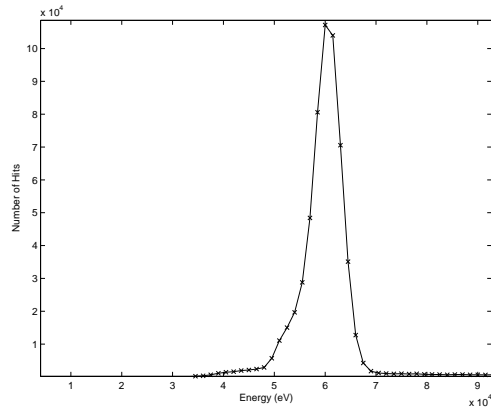
13.3 מהלך הניסוי

13.3.1 אפקט קומפטון

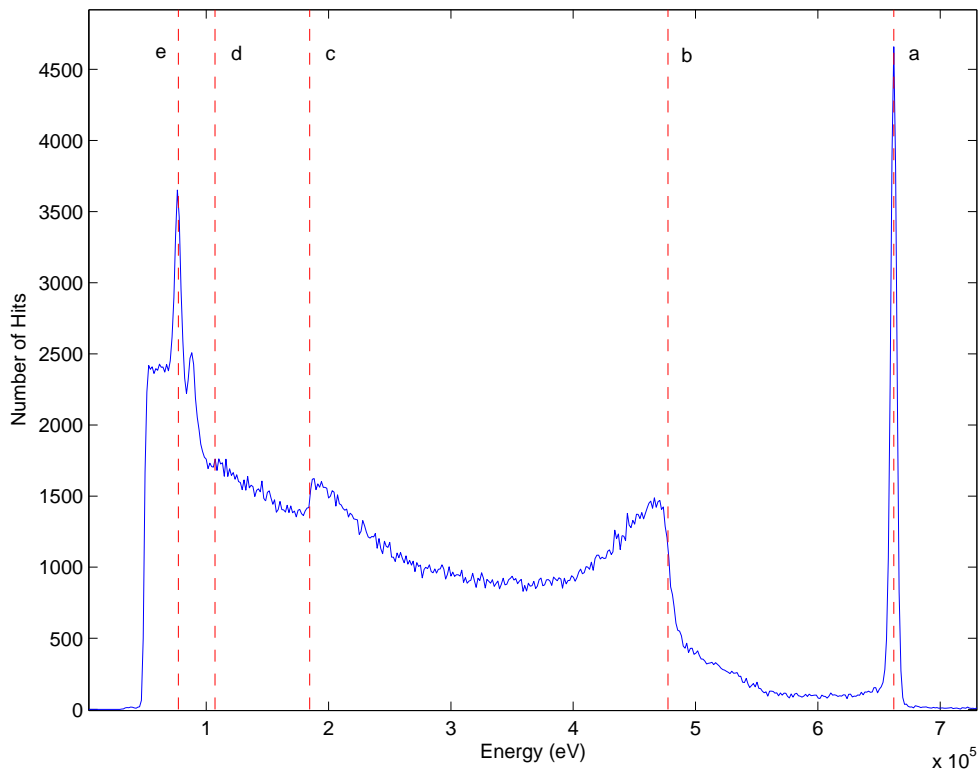
בשלב ראשון ביצענו באמצעות המערכת מדידה עבור כל אחד משלושת המקורות. בכל גרף, כילנו את ציר x (האנרגיה) לפי השיא הגבוה ביותר, שהוא נובע מפיזור ישיר, ועל כן אנו מניחים שהאנרגיה שלו היא אנרגית הפליטה של המקור. להלן הגרפים:

כפי שניתן לראות, הגרף שקיבלנו מה- ^{241}Am הוא די משעמם: יש רק שיא אחד, וסביר להניח שהוא של הפיזור הישיר. האנרגיה ההתחלתית של המקור היא מאד נמוכה, כך שהאלקטרון מקבל מעט מאד אנרגיה (11000 eV); כנראה שאנרגיה כזאת היא מספיק נמוכה, שהיא לא נקלטת בגלאי: אולי משום שהאלקטרון בכלל לא מגיע לגלאי, בגלל התנגשויות עם חלקיקים אחרים בתווך, או אולי הגלאי פשוט לא קולט אנרגיות כל כך נמוכות. (יש לזכור שהגרף שהבאנו, כבר ממוקד באיזור המעניין; רוב רובו של הגרף שהתקבל מהמדידות, היה שטח ריק מימין לזה שהבאנו...).

הגרף של ה- ^{137}Cs (איור מספר 15) הרבה יותר מעניין: המקור פולט קרינה בעלת אנרגיה $E_0 = 0.662 \text{ MeV}$, והגרף מכויל לפי מיקום השיא הזה (a). האנרגיה שחישבנו עבור אלקטר-ונים שמוחזרים מאפקט קומפטון היא $E_e = 4.774 \cdot 10^5 \text{ eV}$, וכששרטטנו בגרף קו באנרגיה ²לא ברור לנו מה בדיוק קולט הגלאי - האם פוטונים, או אלקטרונים, או שניהם. בהמשך נתייחס לנושא זה לאור התוצאות שקיבלנו.



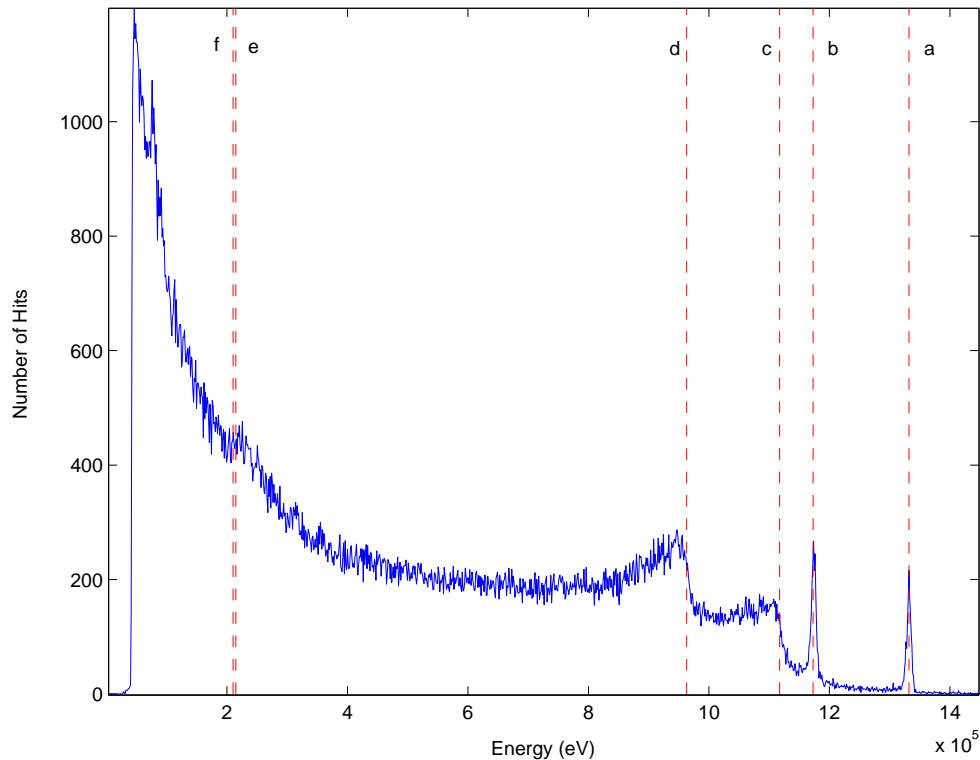
איור 14: התפלגות מספר הפגיעות לפי אנרגיה של מקור ^{241}Am



איור 15: התפלגות מספר הפגיעות לפי אנרגיה של מקור ^{137}Cs

הזאת (b), ראינו שהיא אכן מתאימה לשיא³. ועכשיו הפתעה: משום מה - ולא ברור לנו משום

³למעשה, היא לא מתאימה בדיוק: המקסימום האמיתי שמדדנו הוא לא כל כך חד, ומתקבל באיזור $4.7 \cdot 10^5$ eV. הסטייה היא גדולה מהסטייה שנובעת מהרזולוציה של המדידות, ולכן עלינו למצוא הסבר נוסף. כפי שניתן לראות, יש סביב השיא הראשי (של הפיזור הישיר) התפלגות מסויימת, וסביר להתייחס לרוחב הגאוסיאן הזה כאל השגיאה בכול. הרוחב של הגאוסיאן הוא מסדר גודל של $0.08 \cdot 10^5$ eV, וכאמור - זהו סדר הגודל של הסטייה המצופה בכל



איור 16: התפלגות מספר הפגיעות לפי אנרגיה של מקור ^{60}Co

מה - החלטנו לחשב גם את האנרגיה של הפוטון המוחזר מהאפקט ($E_p = 1.846 \cdot 10^5 \text{ eV}$); וכשרטטנו קו באנרגיה הזאת, זה פשוט נחת על שיא (c)! זה מאד הפתיע אותנו, משום שהפוטון המוחזר, כזכור, מוחזר בזווית של 180° , והגלאי בהחלט לא אמור לקלוט פוטון כזה; ההסבר שלנו לזה, הוא שהבלון עשוי ממתכת, וכנראה קורה לפעמים שפוטון פוגע בדפנות הבלון ומוחזר. לא ברור לנו לגמרי אם הגלאי קולט פוטונים, או שהוא קולט רק אלקטרונים. אבל אפילו אם הוא קולט רק אלקטרונים, הרי שהפוטון כנראה פוגע באלקטרון שמקבל את כל האנרגיה של הפוטון בפיזור ישיר, והוא נקלט בגלאי עם האנרגיה של הפוטון המוחזר.

אבל רגע! אם כבר הפוטון חוזר, אז למה שלא יעבור קומפטון במקום פיזור ישיר? לכן, חישבנו גם את האנרגיות שהיינו מצפים לקבל מאפקט קומפטון של פוטון משני (כלומר, פוטון שהוא עצמו מוחזר מאפקט קומפטון קודם). ובכן, פוטון שמוחזר מאפקט קומפטון שני יהיה בעל אנרגיה של $E_{p2} = 1.072 \cdot 10^5 \text{ eV}$, והאלקטרון - $E_{e2} = 0.773 \cdot 10^5 \text{ eV}$, ואכן ניתן לראות בגרף שיאים מתאימים (d, e בהתאמה).

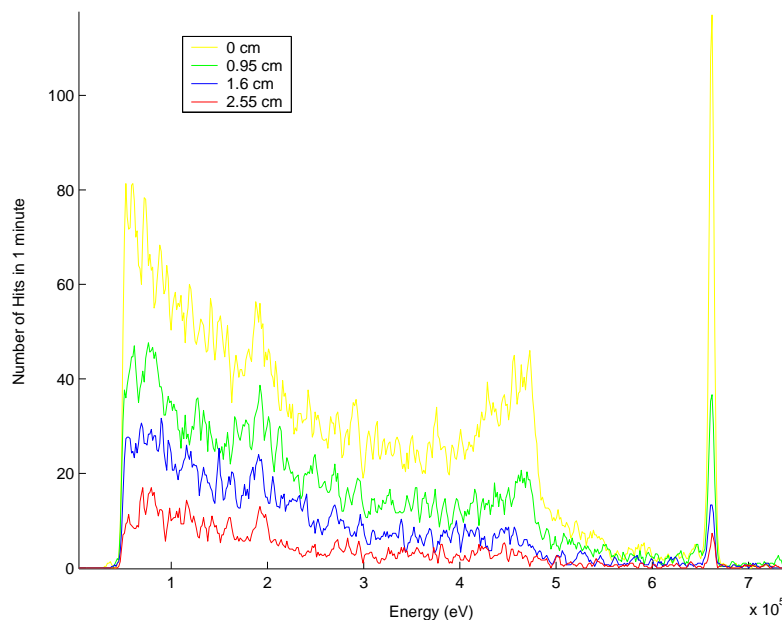
גם הגרף של ה- ^{60}Co (איור מספר 16) מעניין: כזכור, המקור פולט קרינה בשתי אנרגיות שונות - $E_1 = 1.332 \text{ MeV}$ ו- $E_2 = 1.173 \text{ MeV}$. באמת ניתן לראות את שני השיאים האלה (קיים a ו-b בהתאמה). חישבנו את האנרגיות שאמורים לקבל האלקטרונים כתוצאה מאפקט קומפטון, והן: $E'_{e1} = 1.1173 \text{ MeV}$ ו- $E'_{e2} = 9.629 \text{ MeV}$ (קיים c ו-d). קיים e ו-f הן האנרגיות המדידות, כי הכיול נעשה לפי זה. ואכן, הסטייה של השיא (b) נופלת בטווח הנ"ל.

המתאימות לפוטונים המוחזרים מאפקט קומפטון מכל אחד מהמקורות.

13.3.2 דעיכה אקספוננציאלית

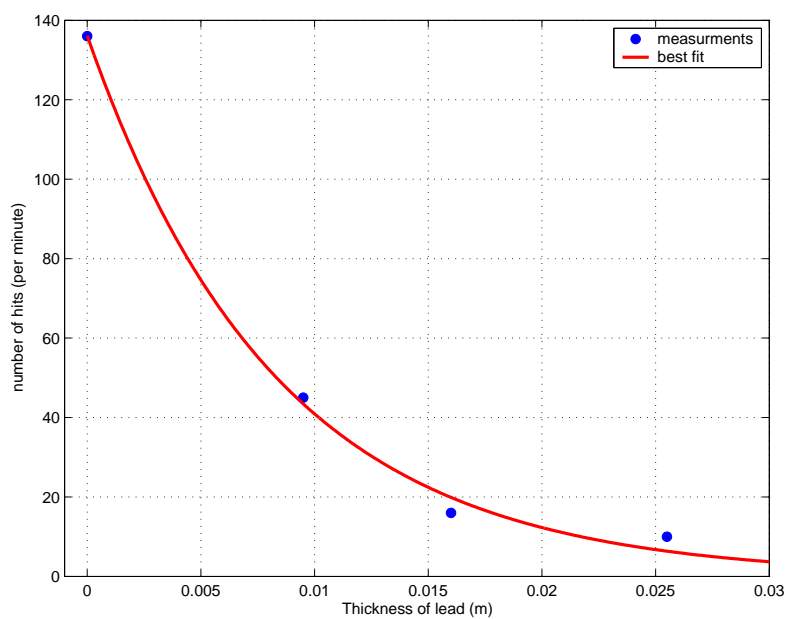
כאמור, רצינו לבדוק גם את האפקט של מעבר של הקרינה דרך חומר. לשם כך, נתונים שני גושי עופרת, ברוחבים של 0.95 cm ו-1.6 cm. את המדידות עשינו רק עבור מקור ^{137}Cs :

בשלב הראשון, לקחנו את המקור ועשינו מדידה במשך 60 שניות בלי אף אחד מהגושים. חשוב בניסוי הזה להקפיד על הזמנים, משום שאנו רוצים להשוות את כמות הקרינה שעוברת, וזה כמובן תלוי בזמן. לאחר מכן ביצענו מדידות נוספות, כל פעם עם צירוף אחר של הגושים, כך שבסך הכל קיבלנו מדידות עבור ארבעה אורכים שונים שדרכם הקרינה עוברת. את המדידות ניתן לראות באיור מספר 17. כבר מהגרף הזה ניתן לראות בצורה מאד יפה את



איור 17: מדידות של מקור ^{137}Cs דרך עופרת בעוביים שונים

הדעיכה, ואפילו ניתן לראות שהיא נראית אקספוננציאלית. כדי למדוד זאת במדויק, צריך כמובן לבצע התאמה לגרף. לשם כך, התמקדנו באיזור של השיא של הפיזור הישיר, שם אנו מניחים שהרעש משפיע בצורה הכי פחות משמעותית (כי האנרגיה שם היא הגבוהה ביותר). לקחנו את נקודת השיא מכל עובי, ושרטטנו גרף של מספר הפגיעות כפונקציה של העובי, וציפינו לקבל גרף מהצורה $n = Ae^{Bx}$. כדי שלקבועים תהיה משמעות, צריך מידע נוסף שאין לנו (תלות בחומר וכו'), אבל המטרה שלנו היא רק לאשר שהירידה היא אכן אקספוננציאלית. התוצאות מובאות באיור מס' 18. כפי שניתן לראות, יש התאמה לא רעה לאקספוננט, בהתחשב בכך שההתאמה נעשתה על סמך ארבע נקודות בלבד.



איור 18: מספר הפגיעות בשיא המרכזי, כפונקציה של העובי

המדירות הן עבור מקור ^{137}Cs , ובכל עובי נעשתה מדידה במשך 60 שניות.