

דו"ח מעבדה

אינטרפרומטרים

נעם מצליח ודב פלדשטרן

1 רקע תיאורטי

1.1 מטרת הניסוי

בניסוי זה נכיר שני סוגי אינטרפרומטרים, ונלמד מהם סוגי המדידות שניתן לעשות בעזרתם. נבצע כמה מהמדידות בעצמנו כדי למצוא גדלים פיסיקליים שונים: מקדמי השבירה של חומרים שונים, הערכת הפרש אורכי הגל עבור דובלט של נתון, וכדו'.

1.2 אינטרפרומטרים

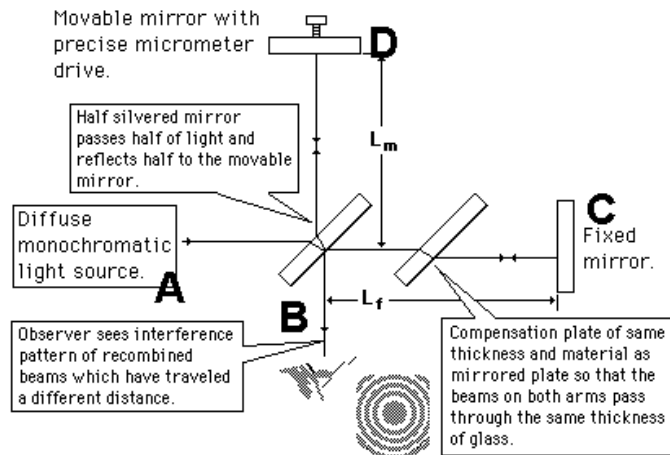
אינטרפרומטרים הם מכשירים שמנצלים את תופעת ההתאבכות כדי למדוד מרחקים מאד מאד קטנים, שלא ניתן למדוד בצורה ישירה. אופן המדידה המדויק משתנה בין סוגים שונים של אינטרפרומטרים, וכתלות באופן המדידה ניתן לנצל את הסוגים השונים לביצוע מדידות של גדלים פיסיקליים שונים.

הרעיון העומד בבסיס המכשיר הוא פיצול אלומת אור לקרניים שונות והעברתן בדרכים אופטיות שונות. על ידי חקירת תבנית ההתאבכות ביניהם, ניתן לחלץ מידע לגבי שינויים מאד מאד קטנים במרחקים בין חלקי המערכת.

ברוב הניסויים שלהלן אנו משתמשים באור לייזר. ואולם, כדי לקבל תבנית של טבעות, האור צריך להגיע במגוון של זוויות, וממקור לא נקודתי. לשם כך, אנו משתמשים בעדשה מפזרת, הגורמת לקרניים להתפזר, וליצור אפקט כרצוי. זה יוצר תבנית התאבכות בצורת טבעות: עבור קרניים בזוויות שונות ביחס למראות, המרחק האפקטיבי שהו עברו בין המראות הוא שונה, ולכן המקסימות מתקבלות במרחקים שונים ממרכז התבנית. מסימטריה סיבב כיוון התקדמות האור, הצורה המתקבלת היא של טבעות. בהמשך נראה תיאור יותר כמותי של נושא זה.

1.2.1 אינטרפרומטר מיכלסון

אלומת אור מגיעה מלייזר (A - ראה איור מספר 1) ומתפצלת לשניים במראה מפצלת (B): חלקה האחורי של מראה זו מוכסף חלקית, כך שחלק מהאור מצליח לחדור דרכה ולהמשיך לנוע אל עבר מראה קבועה (C). חלק אחר של האור פוגע בחלק האחורי של המראה המפצלת, ומוחזר לעבר מראה ניידת (D). הקרן מוחזרת ממנה, עוברת דרך המראה המפצלת, מתלכדת עם הקרן המוחזרת ממראה C, והקרן המאובכת ממשיכה הלאה לעבר הגלאי. על ידי שינוי המיקום המדויק של המראה D, ניתן לשלוט בהפרש הדרכים האופטיות בין הקרניים המתאבכות, ובכך בתבנית ההתאבכות המתקבלת.



איור 1: אינטרפרומטר מיכלסון

ממצב שבו הפרש הדרכים האופטיות בין הקרניים המתאבכות הוא 0 (כלומר, המרחק האפקטיבי מהנקודה בה הקרניים מתאבכות אל כל אחת מהמראות C ו-D - שווה), מזיזים את המראה הניידת במרחק Δ . אזי הפרש הדרכים האופטיות בין הקרניים המתאבכות הוא 2Δ וכי האור צריך לנוע הלוך וחזור לאורך תוספת המרחק Δ . λ אורך הגל של הלייזר. תנאי להתאבכות בונה הינו שהפרש הדרכים האופטיות יהיה כפולה שלמה של אורך הגל, קרי:

$$2\Delta = m\lambda \quad (1)$$

כדי לשנות את המרחק Δ , מסובבים בורג מיקרומטרי שמזיז את המראה D הזזות מאד קטנות. על הבורג מסומנות שנתות, כך שמתקיים היחס

$$\Delta = k \cdot \Delta b \quad (2)$$

, כאשר Δ היא הזזה במרחק בין המראות, Δb השינוי בשנתות, ו- k קבוע אופייני למכשיר.

1.2.2 אינטרפרומטר פאברי-פרו

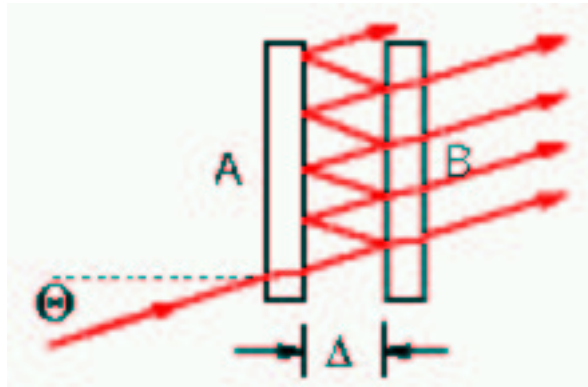
אלומת האור מגיעה למראה מפצלת (A) (איור מספר 2), עוברת דרכה וממשיכה לעבר מראה מפצלת (B) שנמצאת במרחק Δ ממראה A. חלק מהקרן עוברת דרך B, וחלקה מוחזר ל-A; ומשם שוב מוחזר חלק מהקרן ל-B וחוזר חלילה. התוצאה היא שאת B עוברות המון קרניים שכל אחת מהן עברה דרך אופטית אחרת, וכולן מתאבכות מעבר ל-B ויוצרות תבנית התאבכות.

ניתן להראות שהתאבכות בונה של הקרניים תתקבל כאשר זווית הפגיעה של הקרן ביחס לניצב למראות מקיימת

$$2\Delta \cos \theta = m\lambda \quad (3)$$

. מכאן שנראה של המסך טבעות סביב הניצב למראות, כאשר המקסימום יתקבלו בזווית הנ"ל.

גם במכשיר זה יש בורג מיקרומטרי בדומה לזה שתיארנו לעיל, כמובן עם k משלו.



איור 2: אינטרפרומטר פאברי-פרו

2 מהלך הניסוי

בכל הניסויים הבאים השתמשנו בלייזר בעל אורך גל $\lambda = 632.8 \text{ nm}$. האור הועבר, כאמור, דרך עדשה מפזרת.

2.1 מיכלסון

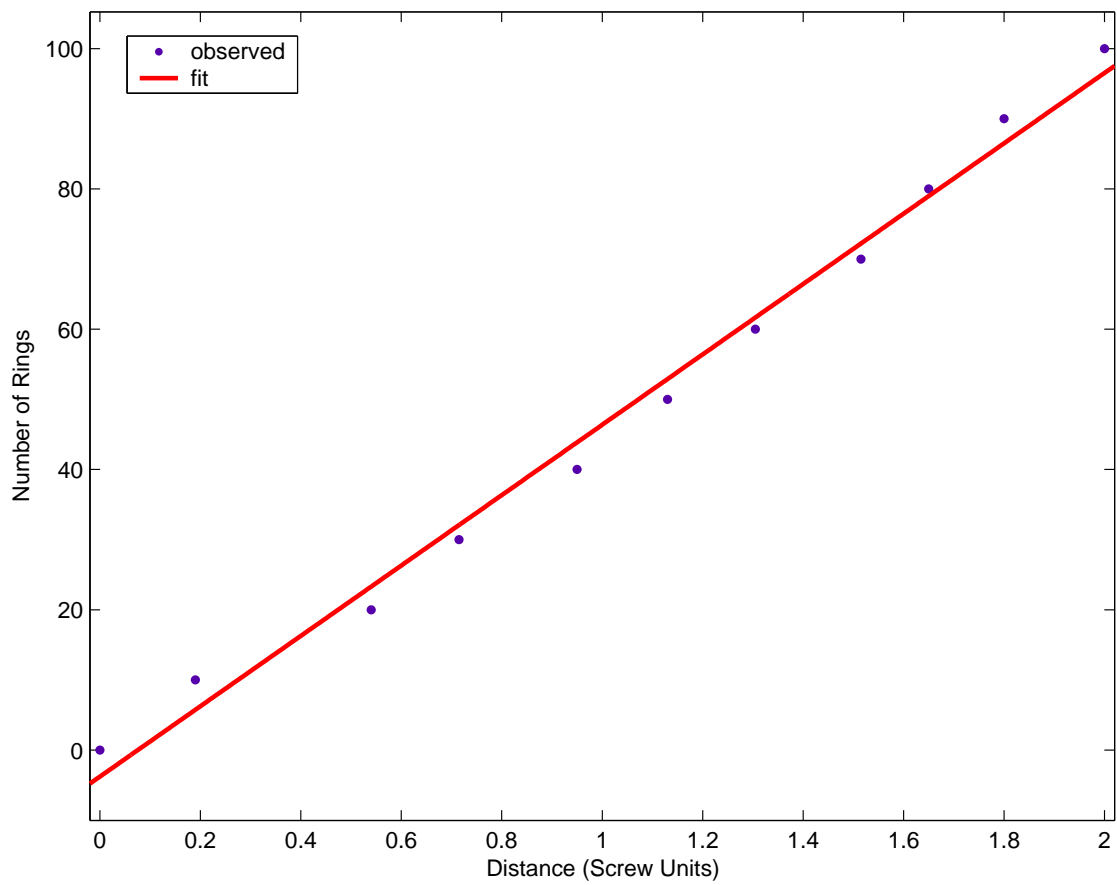
2.1.1 כיוול

בחלק זה של הניסוי עלינו למצוא את קבוע הפרופורציה k המקשר בין השנתות בבורג המיקרומטרי להזזה בפועל של המראה הניידת. לשם כך, ערכנו מדידות של מספר הטבעות כפונקציה של השינוי בשנתות. את השינוי במספר הטבעות ניתן לקשר למרחק Δd בין המראות, לפי נוסחה 1 - כל טבעת שנוספת או מתחסרת פירושה שינוי באחד במספר m , ולכן שינוי מתאים במרחק Δd . כפי שראינו, יש קשר פרופורציה בין Δd ל- Δb (נוסחה 2), ולכן הנוסחה מקבלת את הצורה $2k \cdot \Delta b = \Delta m \cdot \lambda$.

באיור 3 מובא גרף המציג את התוצאות. ביצענו התאמה לגרף לינארי, ומהשיפוע חישבנו

$$k = 1.5867 \cdot 10^{-5} \text{ m/screw unit}$$

מקור השגיאה המשמעותי הוא השגיאה ב- Δm - מספר הטבעות: לפעמים קרה שהיו קפיצות פתאומיות בתבנית הטבעות, למרות שהסיבוב בבורג היה רציף; יכול להיות שזה נובע מכך שכשמזיזים את הבורג, המנגנון הפנימי (קפיץ?) לא תמיד משתחרר מיד עם הזזת הבורג, ואז באיזשהו שלב פתאום משתחרר וזו במידה שהוא אמור לזוז - רק שאנחנו לא מספיקים לספור את מספר הטבעות שנוספות בקפיצה הפתאומית. חיזוק להשערה זאת אנו מקבלים מכך שלפעמים הפסקנו לסובב את הבורג, אך מרקם הטבעות המשיך להשתנות מעט במשך כמה שניות - כנראה מפני שהקפיץ המשיך להשתחרר קצת. קשה לתת הערכה כמותית לשגיאות שעלולות לנבוע מכך.



איור 3: כיול אינטרפרומטר מיכלסון

2.1.2 מציאת מקדם השבירה של זכוכית

בחלק זה של הניסוי הנחנו לוחית זכוכית באמצע בין B ל-D. על ידי שינוי הזווית של הלוחית יחסית לניצב לכיוון התקדמות הקרניים, ניתן לשנות באופן רציף את המרחק האפקטיבי שהאור בזרוע זו עובר. הנוסחה המקשרת בין הזווית של הלוחית α לבין המרחק האפקטיבי Δ פותחה בחוברת, והיא

$$\Delta = d \left(\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \cos \alpha - (n - 1) \right) \quad (4)$$

כאשר d עובי הלוחית.

בשלב ראשון ניסינו להעריך מהי הזווית המדוייקת שבה הלוחית ניצבת לכיוון התקדמות הקרניים. עשינו זאת כך: כאשר מקטינים או מגדילים את הזווית בערך המוחלט רואים שהטבעות קטנות או גדלות בהתאם; ולכן, כאשר חוצים את הזווית $\alpha = 0$, הטבעות משנות את כיוון הגדילה. על ידי זיהוי הנקודה בה מתרחש שינוי זה, ניתן להעריך את הנקודה המדוייקת בה הלוחית מקבילה למראות. בדרך זו הערכנו את נקודת ההקבלה בזווית $\alpha = 0.5 \pm 0.5^\circ$. מדדנו בסרגל את עובי הלוחית, ומצאנו ערך של $d = 1 \text{ mm}$.

ביצענו מספר סטים של מדידות: בכל סט מדידות, התחלנו מאיזושהי זווית α , וספרנו את השינוי במספר הטבעות כפונקציה של השינוי בזווית (הסיבה שביצענו את המדידות במספר סטים שונים היא פשוט כי כל כמה זמן איבדנו ספירה של הטבעות - פתאום יש קפיצה בגלל הזזת המערכת, או דברים כאלה - ולכן לא הצלחנו לעשות מדידה אחת ארוכה של כל הזוויות). מכיוון שבכל סט מדידות התחלנו לספור את הטבעות מאפס שרירותי - בלי קשר לזווית ממנה התחלנו למדוד - המדידות לא התאימו זה לזה ברציפות. כדי לאחד את כולם יחד, בחרנו סט מדידות גדול, וקבענו אותו בתור נקודת הייחוס שאליו התאמנו - ע"י שינוי הגובה - את כל שאר הסטים. כמו כן, עבור סט הייחוס קבענו על ידי התאמה גם את הזווית שבה הלוחית מקבילה למראות (כלומר, הזווית אצלנו שהיא זווית 0 האמיתית) ומצאנו shift בשיעור $0.6211^\circ = 0.0108 \text{ rad}$ - וזה מתאים בדיוק למה שמצאנו בעיף.

לאחר שכל המדידות צורפו לסט מדידות אחד גדול, התאמנו את המדידות לנוסחה 4. כפי שניתן לראות, נוסחה זו מקשרת את הזווית למרחק, ואילו המדידות שלנו מקשרות את הזווית למספר הטבעות; כדי לקשר הכל יחד, נעזרנו בנוסחה 1. תחילה, קבענו את $d = 1 \text{ mm}$, וקיבלנו $n = 1.58$. בשלב שני, ניסינו גם להוסיף פרמטר של הזזת הגרף בגובה (כלומר, במספר הטבעות), ולא קבענו את d אלא הכנסנו אותו כפרמטר; יש פה הרבה משחק עם קביעת חסמים וניחושים התחלתיים לפרמטרים, אבל באופן כללי הגענו לערכים של n בין 1.36 ל-1.67 עבור d יותר או פחות סבירים (כאשר "סביר" זה אומר לכל היותר $\pm 0.5 \text{ mm}$ - שכן זו השגיאה המקסימלית במדידה בסרגל).

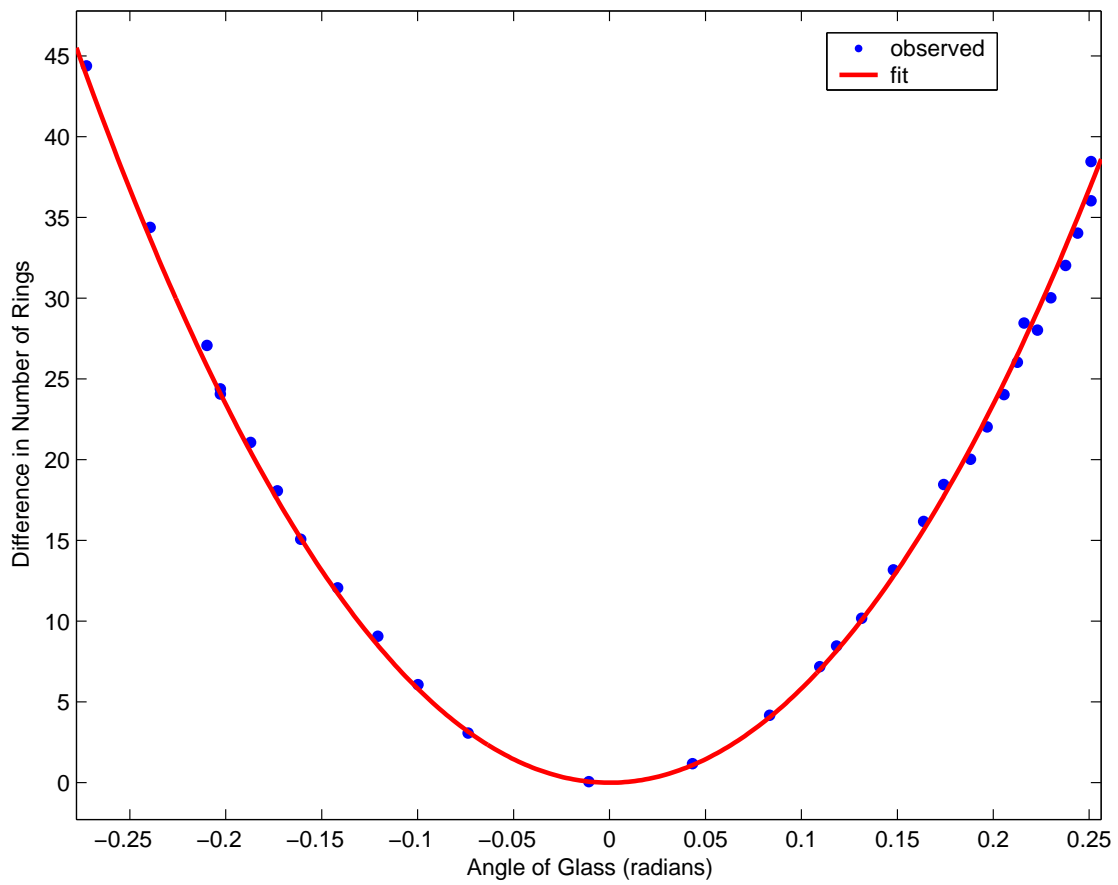
עשינו גם התאמה לנוסחה המקורבת $\Delta \approx \frac{\alpha^2 d}{2} \frac{n-1}{n}$, וקיבלנו ערכים $n = 1.509$, $d = 1.1 \text{ mm}$.

2.1.3 מקדם השבירה של אויר

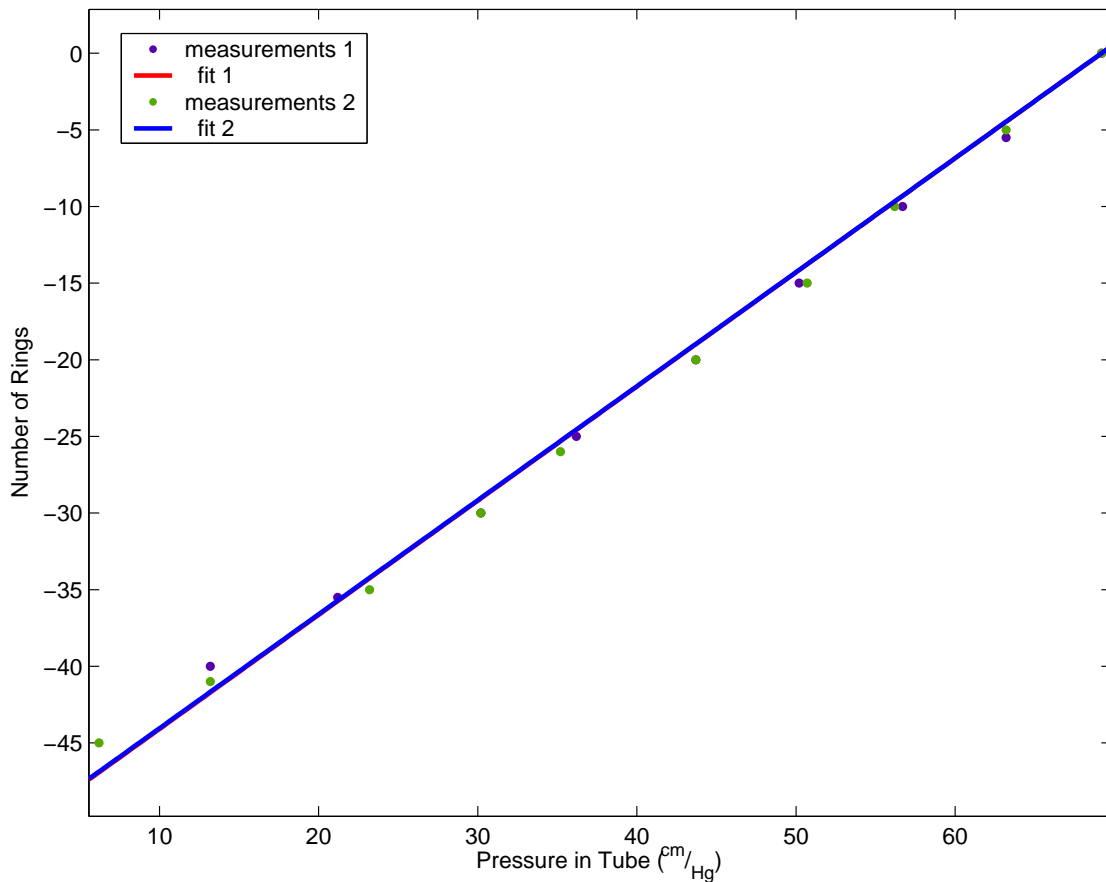
מקדם השבירה של גז תלוי בין השאר גם בלחץ שלו. בפרט, זה נכון עבור האויר. כאשר קרן אור עוברת מאויר בלחץ P_0 לשפופרת בעלת אורך L שבו יש אויר בלחץ P , היא תצבור דרך אופטית בשיעור הניתן על ידי הנוסחה

$$\Delta = (n_0 - 1)L \cdot (P - P_0)/P_0$$

כאשר n_0 מקדם השבירה של האויר בלחץ P_0 .



איור 4: מדידת מקדם השבירה של זכוכית



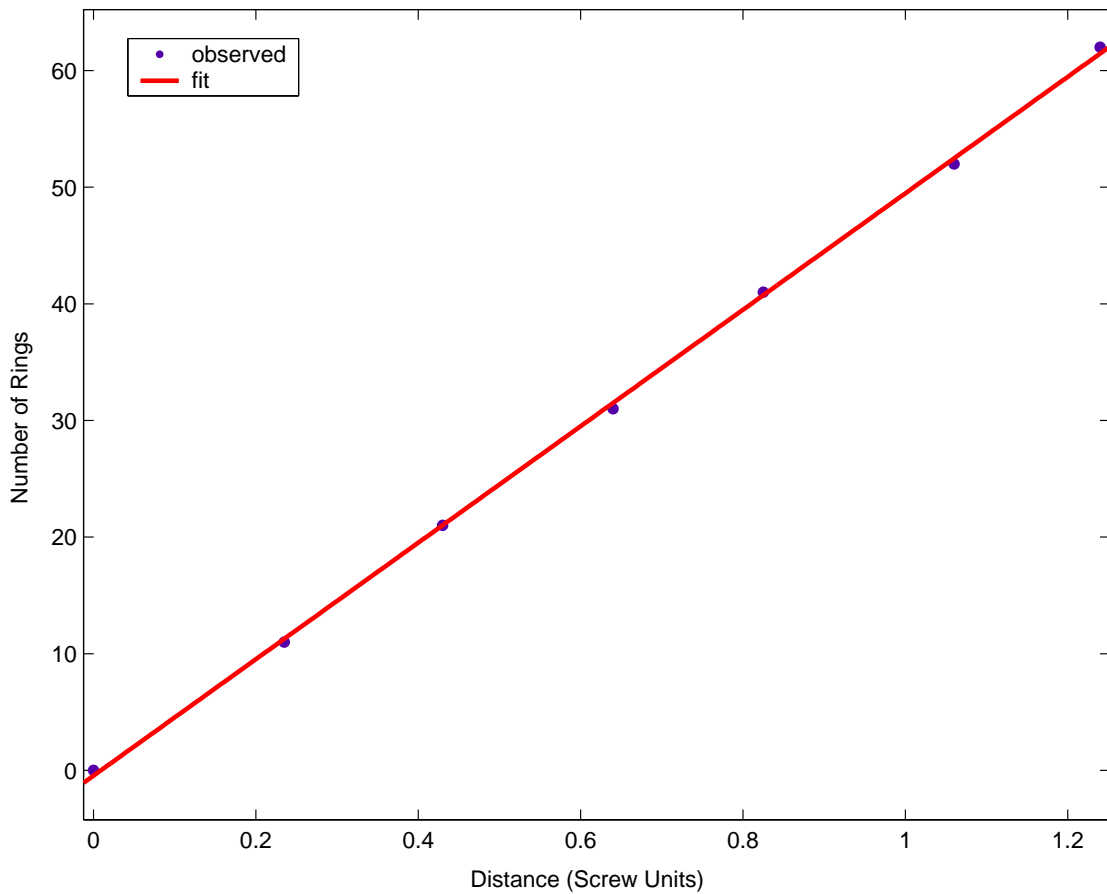
איור 5: מספר הטבעות כפונקציה של הלחץ בשפופרת

הסימן של מספרי הטבעות תלוי בקביעת נקודת האפס, ובכיוון גדילת הטבעות.

במעבדה מדדנו לחץ של 692 Torr ($1 \text{ Torr} = 1 \text{ mm/Hg}$). הכיול של מד הלחץ הידני שבו השתמשנו במדידות הוא הפוך - כלומר: ככל שלחץ האויר קטן, כך הלחץ עליו מורה המכשיר - גדל. מד הלחץ הידני מודד ביחידות של cm/Hg , ובלחץ המעבדה המכשיר הורה על 12 cm/Hg . זהו P_0 שלנו. עובי הצניורית $L = 6.9 \pm 0.1 \text{ cm}$.

מדדנו את השינוי במספר הטבעות כתלות בלחץ בשפופרת, ושוב, קישרנו בין "מרחק" ובין מספר הטבעות בעזרת נוסחה 1. ביצענו שני סטים של מדידות. התאמנו בנפרד כל אחד מהסטים, וערכנו בגרף (איור מס' 1.5) הערכים שקיבלנו מההתאמה עבור n_0 הם $n_0 = 1.0002361$ מסט המדידות הראשון, ועבור הסט השני $n_0 = 1.0002363$.

¹נקודה מעניינת היא, שכאשר ביצענו את ההתאמה, המחשב הדפיס עבור הפרמטר n_0 את הערך 1 בדיוק - מה שמובן לא סביר, כי אז כל הנוסחה מתאפסת! לכן, כדי לקבל רק את החלק השברי של n , היה עלינו לשים במקום n_0 את הביטוי $1 + k_0$, ולבצע התאמה לזה. (הבעיה הייתה רק בהדפסת הערכים - ההתאמה בכל מקרה הייתה נכונה).



איור 6: כיול אינטרפרומטר פאברי-פרו

2.2 פאברי פרו

2.2.1 כיול

בשלב ראשון כוילנו את המערכת כדי למצוא את ערך הקבוע k , בדיוק באותו אופן שנעשה עבור אינטר-פרומטר מיכלסון. התוצאות מוצגות באיור מס' 6. מההתאמה חישבנו את ערך הקבוע

$$k = 1.5798 \cdot 10^{-5} \text{ m/screw unit}$$

בחוברת נתון הערך של k בתור 0.020, אבל לא מסומנות היחידות. כנראה שהוא נתון שם ביחידות של mm/screw unit , ואז הערך שמצאנו הוא קרוב מאד לזה הנתון.

מקור השגיאות פה זהה למה שראינו באינטרפרומטר, אם כי ניתן לראות שההתאמה כאן הרבה יותר טובה. בגלל הסטייה מהערך הנתון של k , ניסינו להעריך מה השגיאה היתה צריכה להיות כדי לקבל את הערך הנתון, ומצאנו שהיינו מקבלים $k = 0.02$ רק עבור שגיאה של טבעת שלמה לכל פחות מ-4 טבעות שספרנו, וזה אינו מתקבל על הדעת; מלבד העובדה, שכפי שניתן לראות בגרף, כל הנקודות נופלות על הישר

המותאם! כך שנראה לנו יותר סביר לומר שכנראה k - בחוברת אינו מדוייק - אולי בגלל שינויים שקרו עם הזמן, וכו'.

2.2.2 מציאת סדר ה- m_0

סדר ההתאבכות הוא הגודל m המופיע בנוסחה 1. הוא מבטא את מספר הטבעות שנוצרו ע"י הגדלת המרחק Δ בין המראות. בפרט, עבור $\Delta = 0$, נקבל $m = 0$. עבור מרחק Δ (קבוע אך ערכו אינו ידוע) בין המראות נרצה למצוא את סדר ההתאבכות עבור הטבעת שבמרכז מרקם הטבעות. טכנית איננו יכולים לקרב את המראות למרחק אפס ולספור את מספר הטבעות שנוצרות תוך כדי הרחקת המראות זה מזה; בנוסף, השגיאה במדידת Δ תגרוור שגיאה בלתי סבירה בערכי m . לכן אנו נאלצים לחשב את m ו- Δ בצורה עקיפה. נוכל לעשות זאת מהסתכלות בתבנית ההתאבכות עצמה: אם נמדוד את המרחקים בין הטבעות, נקבל משיקולים טריגונומטריים $\tan \theta_{m_0+p} = r_p/L$, כאשר θ_{m_0+p} היא הזווית ממוקד העדשה המפזרת אל הטבעת ה- p מהמרכז, L המרחק מהמסך למוקד, ו- r_p רדיוס הטבעת ה- p .

מיקמנו את הלייזר במרחק 77 cm מהמסך (לקחנו $L = 77$ cm, למרות שזה לא מתחשב במרחק המוקד מהעדשה). מדדנו את המרחק בין המראות וקיבלנו ערך משוער של $\Delta \approx 1.75$ mm. העתקנו על נייר את תבנית ההתאבכות המוקרנת על המסך, ומהצויר חילצנו את הרדיוסים x_p . מהנוסחה הנ"ל קישרנו בין הרדיוסים לזוויות, והתאמנו לינארית את הגרף של הקוסינוסים של הזוויות לפי מספר הטבעות לנוסחה 3 (איור מספר 7). הערכים שהתקבלו מההתאמה עבור הפרמטרים שלנו הם מרחק בין המראות $\Delta = 1.259$ mm, וסדר ההתאבכות של הטבעת במרכז $m_0 = 3979.3$.

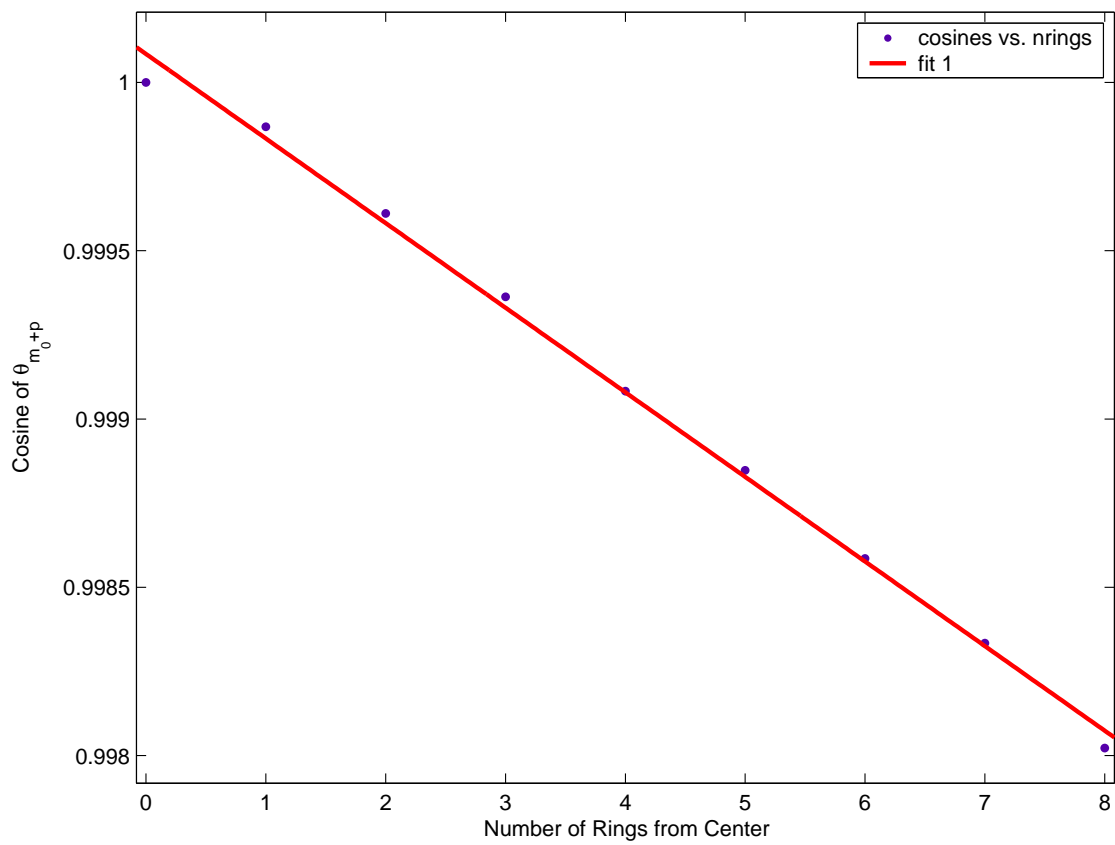
עבור שני סטים נוספים של מדידות קיבלנו $d = 1.2$ mm, ובדיקו אותו ערך עבור m_0 .

ניסינו לעשות התאמה נוספת, שמתחשבת גם במרחק המוקד. יש לשים לב לכך שהפעם המשוואות להם צריכים להתאים הן כבר לא לינאריות, כיוון שעכשיו אי אפשר לחשב ישירות את הזוויות, אלא המרחק מהמוקד - שהוא פרמטר לא ידוע - משפיע על חישוב הזוויות. כאשר ביצענו התאמה ראשונית, ללא הגבלת הערכים האפשריים של הפרמטרים, קיבלנו תוצאות לא כל כך טובות. לכן היינו צריכים להגביל את L (שמבטא עכשיו את המרחק של המסך ממוקד העדשה) לטווח הגיוני (הגבלנו אותו לטווח בין 100 - 77 ס"מ). כעת התקבלו תוצאות סבירות, אך גם אז טווח השגיאה ש-Matlab העריך עבור הפרמטרים הראו שההתאמה די חסרת משמעות. ההתאמה מובאת באיור מספר 8, והערכים המותאמים הם: $L = 77.07$ cm, $m_0 = 3970$, $d = 1.256$ mm. מגיאומטריה ניתן לחשב שמרחק המוקד יהיה פחות מ-3 cm: בחישוב מקורב, המרחק מהמסך לעדשה הוא בערך 70 cm, ורדיוס התמונה הוא בערך 10 cm; רדיוס העדשה הוא מסדר גודל של מילימטרים בודדים, ולכן, מדמיון משולשים, סדר הגודל של המרחק בין עדשה למוקד הוא סנטימטרים בודדים (מילימטרים $\times \frac{70}{10}$). אבל שוב, נראה שההתאמה שקיבלנו היא לא מאד משמעותית.

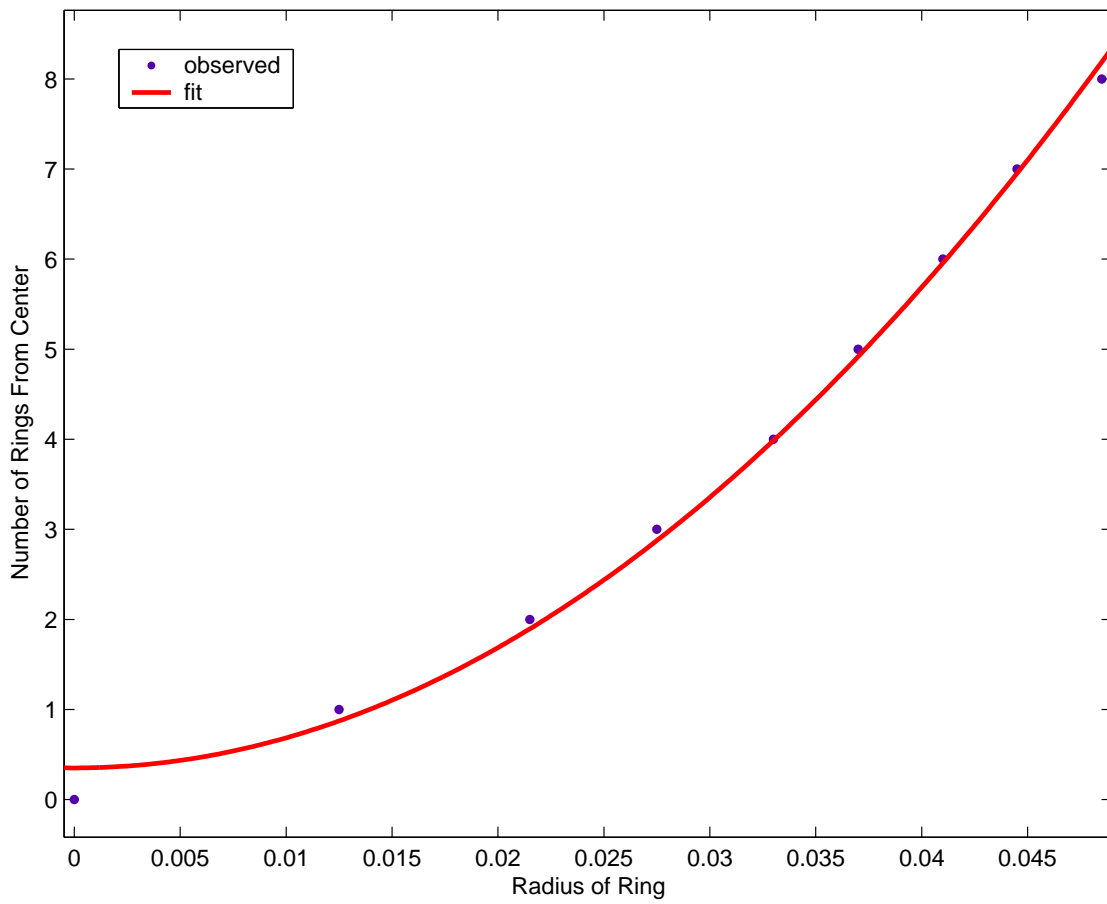
2.2.3 דובלט הנתרן

בספקטרום הפליטה של נתרן מופיעים בין השאר שני קווים ספקטראליים בעלי אורכי גל קרובים מאד (λ_1), בתחום הצהוב. בספקטרומטר רגיל קשה להפריד בין שני אורכי הגל, וכדי להפריד ביניהם ניתן להיעזר באינטרפרומטר פאברי-פרו. אם מסתכלים על האור הנפלט ממנורת נתרן דרך האינטרפרומטר, עבור כל אורך גל מקבלים סדרת טבעות אחרת. מיקומם המדויק של הטבעות בכל סדרה תלוי באורך הגל ובמרחק בין המראות, ונתון לפי נוסחה 3. מנוסחה זו נובעים מספר מקרים מיוחדים:

1. כאשר 2Δ הוא כפולה שלמה הן של λ_1 והן של λ_2 , הטבעות מתלכדות.



איור 7: מדידת סדר ההתאבכות מאינטרפרומטר פאברי-פרו



איור 8: מדידת סדר ההתאבכות, תוך התחשבות במרחק מהמוקד

2. כאשר 2Δ הוא כפולה שלמה של λ_1 , אבל כפולה "שלמה וחצי" של λ_2 , המקסימות של הסדרה המתאימה ל- λ_1 יתקבלו בדיוק באמצע בין הטבעות של λ_2 .

כמסקנה מהעובדות הנ"ל, ניתן לפתח קשר בין $|\lambda_1 - \lambda_2|$ לבין המרחקים בין המראות שבהם מתקבלים המקרים 1 ו-2. בפרט, עבור שתי פעמים עוקבות שבהם מתרחש מקרה 2, הנוסחה המקשרת היא

$$\lambda_1 - \lambda_2 = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{2(d_a - d_b)}$$

כאשר d_a ו- d_b הם המרחקים בין המראות המתאימים לשתי הפעמים העוקבות. מכיוון שאיננו יודעים את λ_1 ו- λ_2 במדויק, אבל הם כל כך קרובים זה לזה כך שאנו יודעים ערך משוער לשניהם, נוכל להציב $\lambda_1 \lambda_2 = \bar{\lambda}^2 = \lambda^2$, כאשר λ הוא אורך הגל המשוער לשניהם.

ערכנו שתי מדידות של המרחקים בין המצבים הסמוכים של צפיפות קווים כפולה. הסיבה שלא ביצענו יותר מדידות היא שהמרחק בין מצבים סמוכים כנ"ל הוא גדול יותר ממה שניתן להשיג על ידי הזאת הבורג. שתי המדידות הן עבור אותם שני מצבים, רק שהן התבצעו על ידי שני אנשים שונים; מכיוון שיש פה המון מקום להערכה בזיהוי המצבים, הנחנו שמדידות ע"י אנשים שונים יתנו איזשהו מדד לשגיאה.

כמו כן, הנוסחה תלויה ב- d_a ו- d_b . בפועל, אנו מודדים את המרחק בין המצבים ביחידות בורג, וכדי לקשר ליחידות מרחק נשתמש בנוסחה 2 התלויה בקבוע k של המכשיר. כזכור, יש לנו שני ערכים עבור k : זה שמדדנו בשלב הכיול, וזה הנתון מהחוברת. בנייתו התוצאות, השתמשנו בשניהם בנפרד.

הצבנו בנוסחה, ולהלן התוצאות עבור הגודל $|\lambda_1 - \lambda_2|$:

מדידה 2 (m)	מדידה 1 (m)	קבוע הכיול
$7.8787 \cdot 10^{-10}$	$8.2638 \cdot 10^{-10}$	$k = 1.5798 \cdot 10^{-5} \text{ m/screw unit}$
$6.2234 \cdot 10^{-10}$	$6.5276 \cdot 10^{-10}$	$k = 0.020 \text{ mm/screw unit}$

הערך האמיתי, כפי שנמצא באינטרנט, הוא $5.974 \cdot 10^{-10} \text{ m}$. השגיאה עבור k שאנו מצאנו בשלב הכיול היא (במקרה הגרוע) כ-38 אחוז; עבור k הנתון - כ-9 אחוז. כאמור, המדידה כולה מבוססת על הערכה בעין, וקשה מאד למצוא את המצבים המדויקים, כך שהשגיאות הנ"ל אינן מפתיעות במיוחד. כמו כן, כל שגיאה ב- k תגרוור שגיאה בחישוב הזה.

3 נספח

נסיים בקוריוז: בזמן המדידות של דובלט הנתרן, גילינו שתי תופעות מעניינות (שלא קשורות כלל לניסוי) שקשורות לצבעים:

- מנורת הנתרן פולטת אור באורך גל מאד מסויים (שניים, למעשה, כפי שראינו) בתחום הצהוב. כש-הסתגרנו בחדר וכיבינו את כל האורות כך שמקור האור היחיד היה מנורת הנתרן, שמנו לב שהכל קיבל גוון צהוב - שזה לכשעצמו לא מפתיע, אבל זה היה במידה כזאת שלא ניתן היה לזהות צבעים כלל!
- אחרי שמסתכלים כמה זמן דרך האינטרפרומטר על הטבעות של הנתרן, התחלנו לראות בעין כתמים סגולים. אנו משערים שמדובר בתופעה פיזיולוגית, שכן צהוב וסגול הם צבעים משלימים.