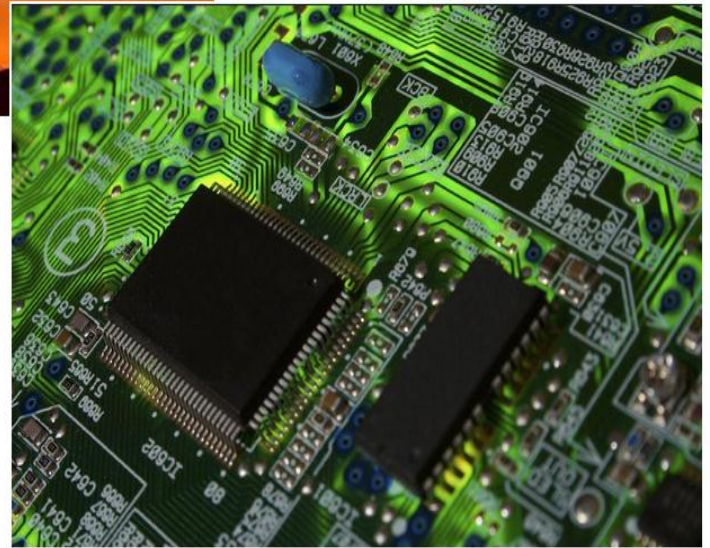
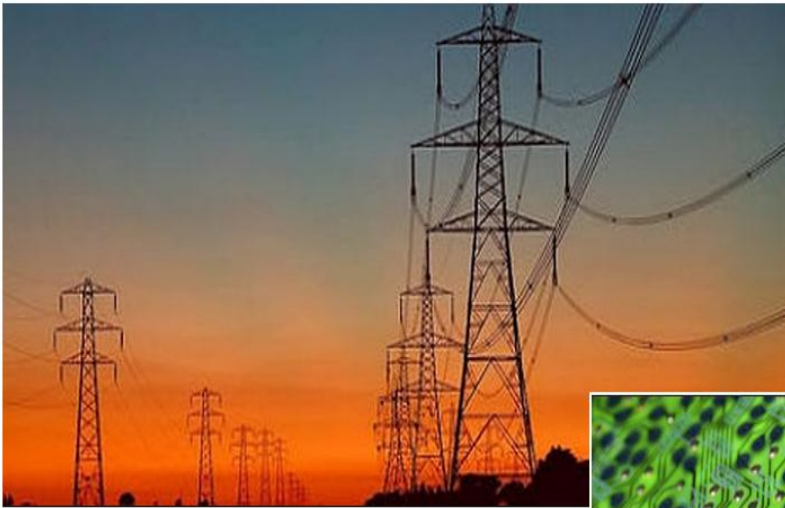


# Introdução à Eletricidade e análise de circuitos



Eng. Décio Rennó de Mendonça Faria

Fevereiro de 2014

## Sumário

<b>1) Circuitos em Corrente contínua</b> .....	4
1.1) Lei de Coulomb e corrente elétrica.....	4
1.2) Resistividade dos Materiais.....	5
1.3) Lei de Ohms.....	7
1.4) Potência.....	8
1.5) Energia.....	9
1.6) Associação de resistores (série e paralelo).....	10
1.7) Como identificar circuito série e paralelo.....	11
1.8) Lei de Kirchhoff para tensão (LKT).....	13
1.9) Divisores de tensão.....	16
1.10) Lei de Kirchhoff para correntes (LKC).....	17
1.11) Divisores de correntes.....	19
1.12) Método das malhas.....	20
1.13) Resistência interna da fonte.....	26
1.14) Teorema da máxima transferência.....	27
1.15) Teorema de Thevenin.....	28
<b>2) Circuitos Capacitivos e indutivos</b> .....	35
2.1) Capacitores.....	35
2.2) Circuito RC (tempo de carga e descarga).....	38
2.3) Capacitor em série e paralelo.....	40
2.4) Indutores.....	41
2.5) Tensão no indutor.....	44
2.6) Indutor em série e paralelo.....	45
<b>3) Corrente alternada básica</b> .....	45
3.1) Corrente alternada (onda senoidal).....	45
3.1.1) Tensão de pico (máxima).....	46
3.1.2) Frequência.....	47
3.1.3) Fase ( $\phi$ ).....	47
3.2) Relações de fase.....	48
3.3) Valor médio.....	49

3.4) Valor eficaz .....	50
3.5) Corrente alternada no capacitor.....	51
3.6) Corrente alternada no indutor.....	52
3.7) Fasor .....	53
3.8) Reatância Capacitiva .....	54
3.9) Circuito com capacitores .....	55
3.10) Reatância Indutiva.....	58
3.11) Circuito com Indutores .....	59
3.12) Circuitos RLC .....	61

## 1) Circuitos em Corrente contínua

### 1.1) Lei de Coulomb e corrente elétrica

A Lei de Coulomb é uma lei física que descreve o efeito de atração e repulsão entre partículas eletricamente carregadas. Basicamente afirma o seguinte:

- A força de atração ou repulsão é diretamente proporcional ao valor das cargas.
- A força diminui ao quadrado da distância entre as cargas.
- Será força de atração se as cargas forem de sinais opostos e repulsão se forem cargas iguais.

Matematicamente podemos escrever:

$$F = K \frac{Q_1 \cdot Q_2}{d^2}$$

Onde:

K = constante de Coulomb. No vácuo  $K = 9 \cdot 10^9$

$Q_1$  = Valor da carga em Coulombs

$Q_2$  = Valor da carga em Coulombs

d = distância entre as cargas, em metros.

#### Atração

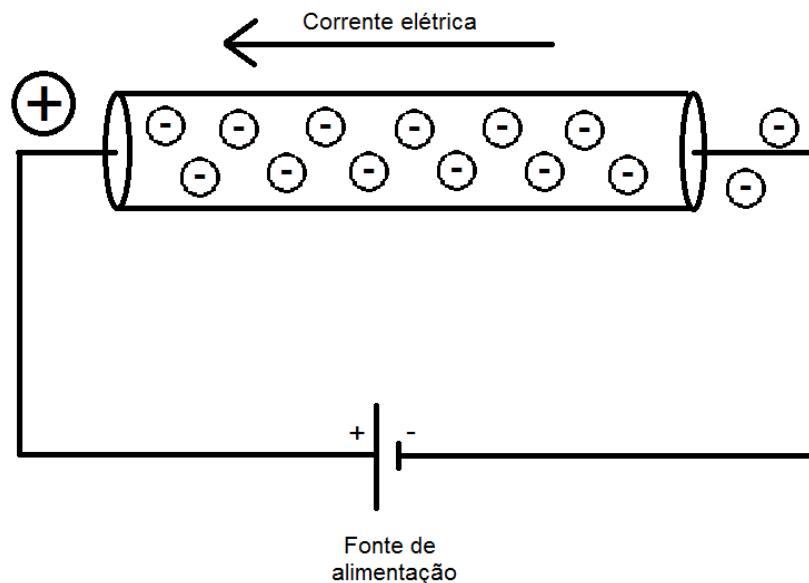


#### Repulsão



Esta é a força responsável pela corrente elétrica (movimento dos elétrons) e todos os fenômenos associados à eletricidade.

Vamos considerar agora um material que possua elétrons (cargas negativas) que possam ser facilmente deslocados. Se aplicarmos um potencial positivo em um dos lados e fornecermos elétrons do outro, teremos uma circulação destes elétrons pelo material.

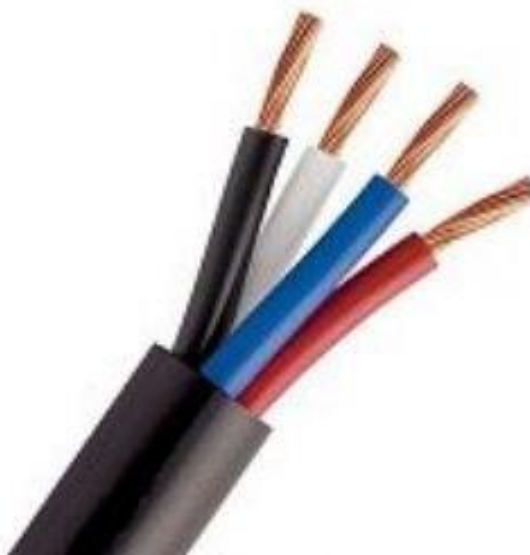


Essa movimentação é chamada de corrente elétrica e é medida em amperes (A). A força com que a fonte provoca a circulação da corrente é chamada de diferença de potencial, ou tensão elétrica e é medida em volts (V).

## 1.2) Resistividade dos Materiais

Como visto, a corrente elétrica é o movimento dos elétrons. Chamamos de elétrons livres de um material aqueles elétrons que são facilmente movimentados. Os materiais que possuem uma grande quantidade de elétrons livres são chamados “condutores”, aqueles que possuem poucos elétrons livre são chamados “isolantes”.

Os fios e cabos elétricos são feitos de materiais condutores no interior e materiais isolantes no revestimento.

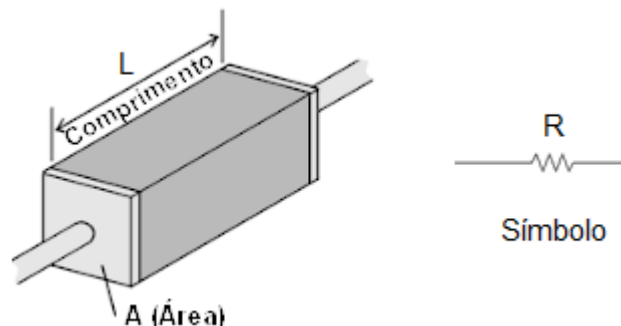


Todos os condutores, na temperatura ambiente (25°C), até o momento, não são condutores perfeitos e oferecem uma certa dificuldade à passagem da corrente elétrica. Esta dificuldade, ou resistência à passagem da corrente é a resistividade do material. Abaixo, temos uma tabela dos principais condutores.

Material	Resistividade $\rho$ ( $\Omega.m$ ) à temperatura de 20°C
Prata	$1.59 \times 10^{-8}$
Cobre	$1.72 \times 10^{-8}$
Ouro	$2.44 \times 10^{-8}$
Alumínio	$2.82 \times 10^{-8}$
Tungstênio	$5.60 \times 10^{-8}$
Níquel	$6.99 \times 10^{-8}$
Latão	$0.8 \times 10^{-7}$
Ferro	$1.0 \times 10^{-7}$
Estanho	$1.09 \times 10^{-7}$
Platina	$1.1 \times 10^{-7}$
Chumbo	$2.2 \times 10^{-7}$

Fonte: Wikipedia (<http://pt.wikipedia.org/wiki/Resistividade>) em 09/07/2013

Para sabermos a resistência total de um condutor, representada pelo símbolo abaixo, devemos saber a área e o comprimento deste.



A fórmula utilizada é:

$$R = \frac{\rho \cdot L}{A}$$

Onde:

R = Resistência em Ohms

$\rho$  = Resistividade do material

L = Comprimento do condutor

A = Área em metros<sup>2</sup>

### 1.3) Lei de Ohm

Como vimos, a tensão elétrica da fonte impõe uma força de atração nas cargas provocando a circulação da corrente elétrica. Vimos também que, os materiais condutores, por melhor que sejam oferecem uma certa resistência à passagem dessa corrente.

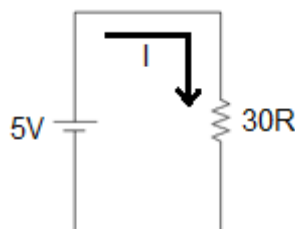
A lei de Ohms estabelece uma relação entre tensão, corrente e resistência, sendo muito simples, porém uma das leis mais importantes da eletricidade e eletrônica. Segue abaixo sua equação:

$$V = R.I$$

Analisando no aspecto matemático, se, por exemplo, a tensão  $V$  dobra de valor a corrente também dobra, vemos também que, se a resistência  $R$  dobra de valor a corrente cai pela metade. Ou seja, estes valores estão relacionados de forma linear.

Exemplo prático:

Encontrar a corrente no circuito abaixo:



Primeiramente cabe destacar dois pontos importantes:

- 1) A unidade de resistência padrão é Ohms representada com a letra grega ômega ( $\Omega$ ), porém é comum encontrar esquemas com valores  $30R$ , que equivale à  $30\Omega$ .
- 2) O lado maior da fonte de alimentação é o lado positivo.
- 3) O sentido da corrente real é o sentido dos elétrons, ou seja, do negativo para o positivo da fonte. Porém, o sentido utilizado na prática é sempre do positivo para o negativo.

Com o esquema e as informações acima, podemos agora calcular a corrente no circuito:

$$V = R.I$$

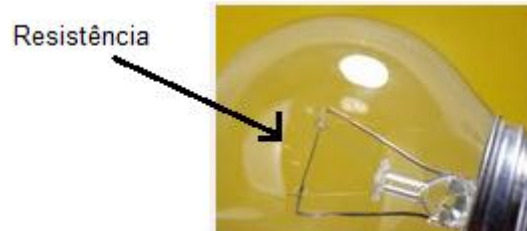
$$5 = 30.I$$

Resolvendo:

$$I = 0,167A$$

## 1.4) Potência

A resistência à passagem da corrente elétrica em um material provoca uma dissipação de energia que na maioria das vezes ocorre na forma de calor ( efeito Joule ). No caso de lâmpadas, essas dissipam boa parte da potência em forma de luz através da resistência do filamento.



No caso de motores, esta potência é transformada em força mecânica.

A potência é medida em Watts (W) e pode ser calculada através das seguintes fórmulas:

Potência dissipada ou produzida

$$P = V \cdot I$$

$$P = \frac{V^2}{R}$$

$$P = R \cdot I^2$$

Perceba que a potência aumenta ao quadrado da tensão e ao quadrado da corrente. Isso significa que, se dobrarmos a tensão em uma resistência, a potência dissipada por essa será multiplicada por quatro.

Exemplo: Qual a potência de um chuveiro elétrico com resistência de  $2,9\Omega$  alimentado em 127V?

Resposta:

Podemos usar a equação que relaciona Potência, Resistência e Tensão

$$P = \frac{V^2}{R}$$

$$P = \frac{127^2}{2,9}$$

Assim:

$$P = 5562W$$



## 1.5) Energia

Você já deve ter feito exercícios e depois de um certo tempo disse que não tem mais energia para continuar. Energia portanto, está relacionada com o tempo que se executa uma certa tarefa. No caso da energia elétrica, esta é calculada levando-se em conta a potência e o tempo que que esta potência foi utilizada:

$$Energia = Potência \times tempo$$

A conta de luz que você paga no final do mês é calculada pela energia que você gastou.



Exemplo: Qual a energia gasta por uma lâmpada de 100W ligada por 3 horas?

Resposta:

$$E = P \cdot t$$

$$E = 100 \cdot 3$$

$$E = 300W \cdot h$$

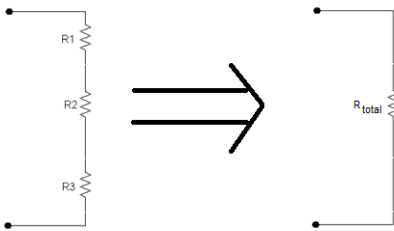
A unidade de energia é Watts.hora.

## 1.6) Associação de resistores (série e paralelo)

É muito comum alimentarmos circuitos em paralelo. Por exemplo, na sua casa, várias lâmpadas podem estar acesas ao mesmo tempo. Isso é um exemplo de resistências em paralelo. Quando utilizamos fios para alimentar um chuveiro, a resistência deste fio acaba formando um circuito série com a resistência do chuveiro. Estes são exemplos comuns de associação de resistência. Para efeito de cálculo podemos representar um determinado número de resistências em uma única resistência. A regra para isso é a seguinte:

### Circuito série:

Neste tipo de circuito a corrente passa por todos os componentes. Assim substituímos todos por uma única resistência.



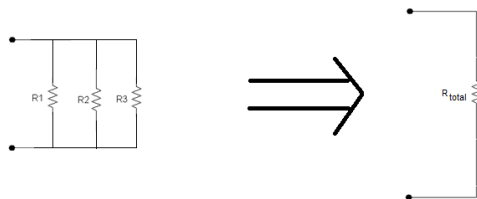
O valor de R<sub>total</sub> é:

$$R_{total} = R_1 + R_2 + R_3$$

Ou seja, é a soma de todos os valores das resistências.

### Circuito paralelo:

Neste circuito, a corrente se divide entre os componente **e retorna à um único ponto.**



Para este caso R<sub>total</sub> será:

$$\frac{1}{R_{total}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

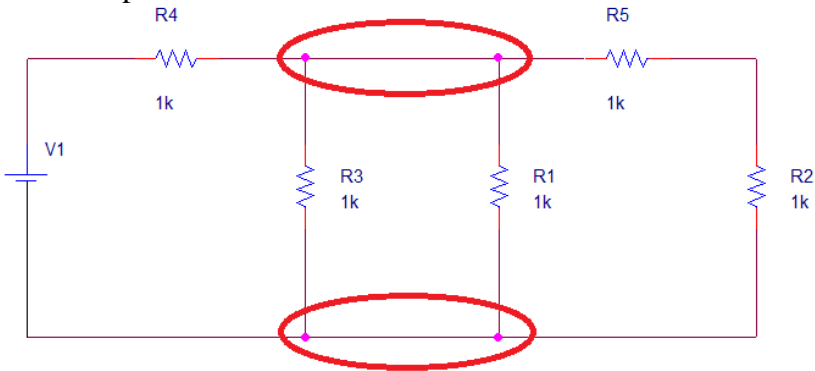
Se for somente duas resistências podemos fazer:

$$R_{total} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

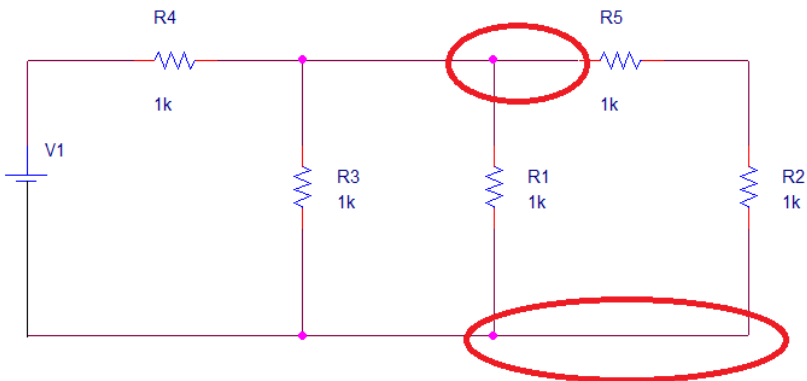
### 1.7) Como identificar circuito série e paralelo

Como visto anteriormente, um circuito está em paralelo quando a corrente sai de um ponto, se divide e retorna à um outro ponto comum.

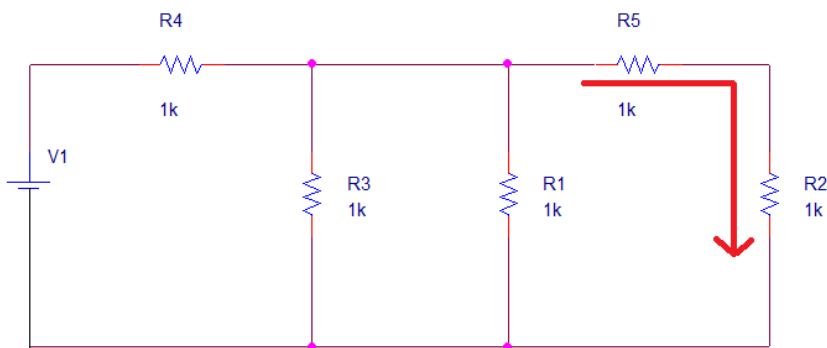
Por exemplo:



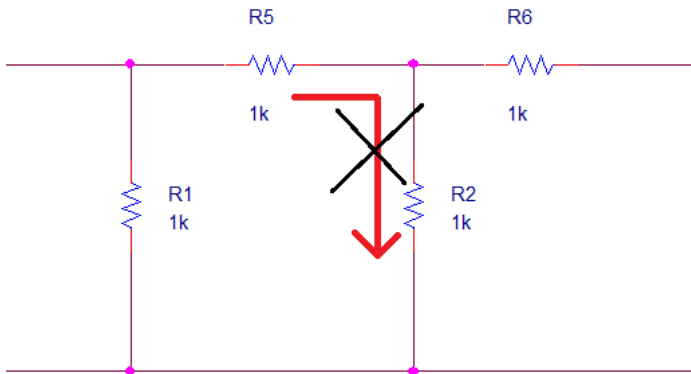
Neste circuito, perceba que os resistores R3 e R1 estão ligados à um mesmo ponto, portanto estão em paralelo.



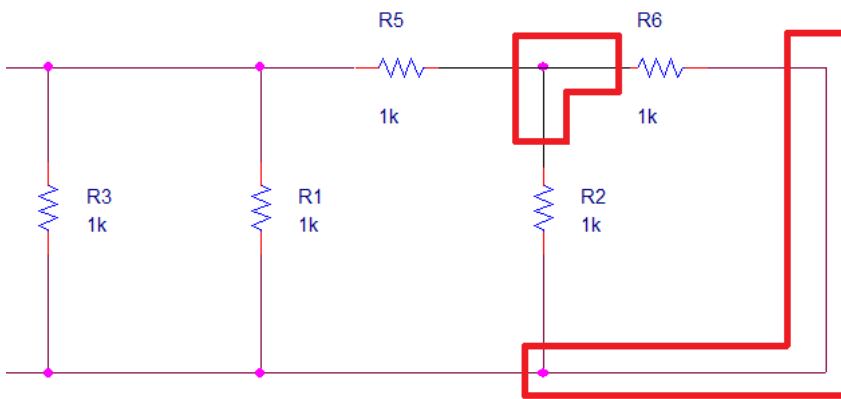
Neste segundo exemplo, os resistores R5 e R2 estão em série e a resistência total formada por eles está em paralelo com R1. Portanto, para simplificar devemos primeiro resolver o circuito série achando a resistência total para depois calcular o paralelo.



Neste mesmo circuito, R5 está em série com R2 pois “a mesma corrente que passa por R5 passa por R2”

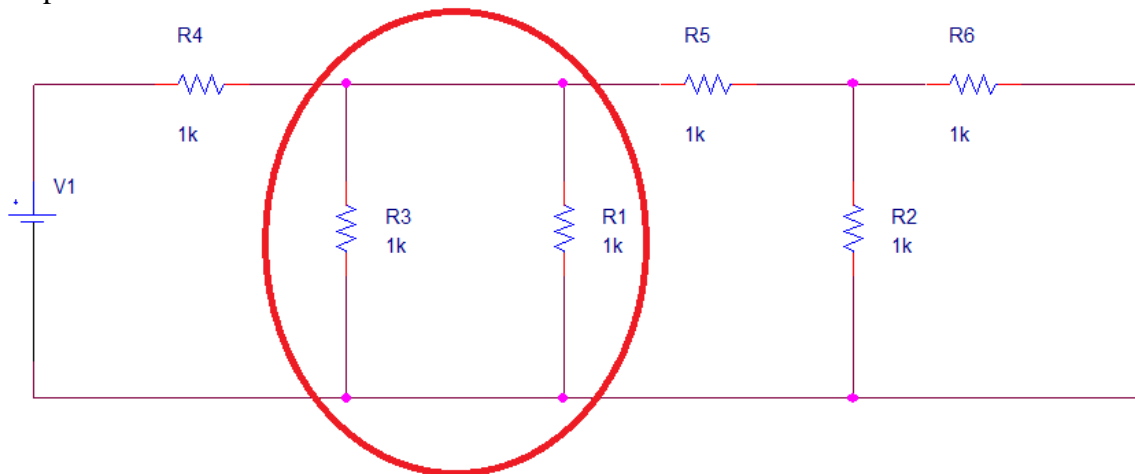


Se for acrescentado um resistor R6 neste circuito, R5 e R2 não mais estarão em série.

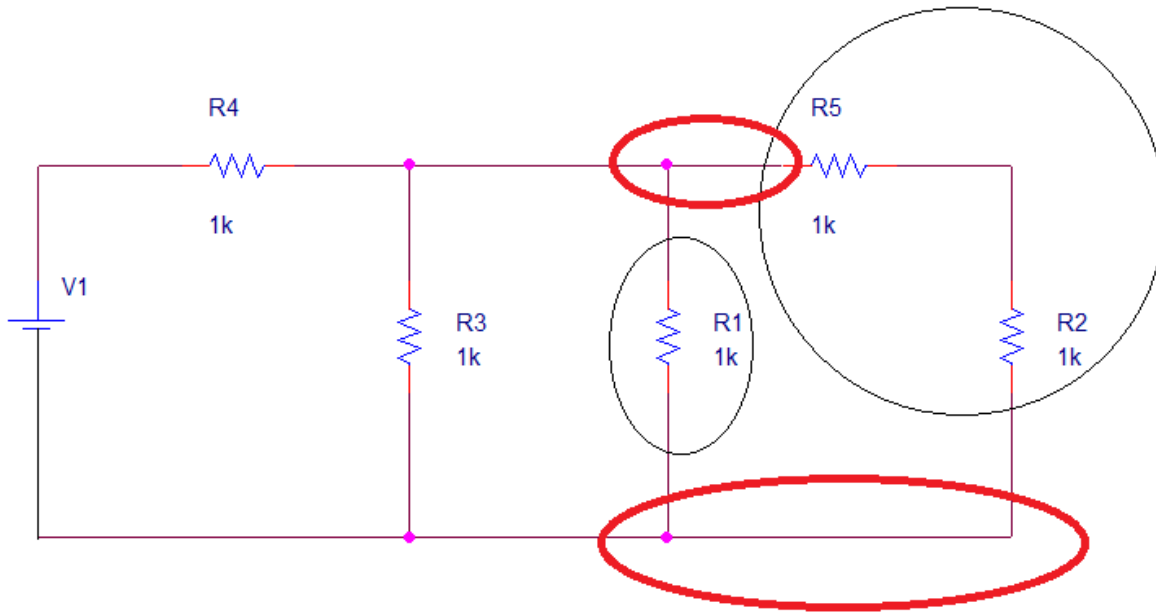


Já neste caso R6 está em paralelo com R2 pois seus terminais estão interligados.

Você pode simplificar circuitos paralelos somente quando souber o valor das duas resistências, por exemplo:



No circuito abaixo só é possível fazer o paralelo de R1 com R5 e R2 quando calcular o série de R5 e R2 que neste caso é  $R_{série}=R5+R2$  para depois disso calcular o paralelo de  $R_{série}$  com R1.



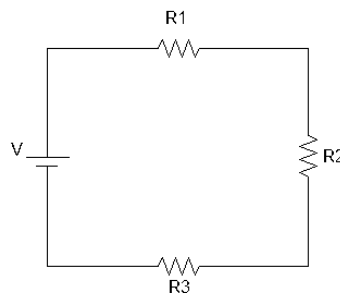
### 1.8) Lei de Kirchhoff para tensão (LKT)

A lei de kirchhoff para tensões pode ser definida como:

“A soma das tensões em uma malha fechada é igual a zero”

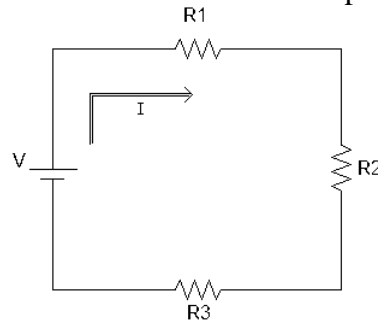
Primeiramente precisamos entender o que é uma malha fechada. Em todo circuito elétrico ou eletrônico temos ligações entre os componentes formando circuitos fechados.

Por exemplo:



No circuito acima, temos um exemplo de circuito fechado, pois, se partirmos de um ponto qualquer e imaginar um percurso sobre ele, acabaremos chegando ao ponto de partida.

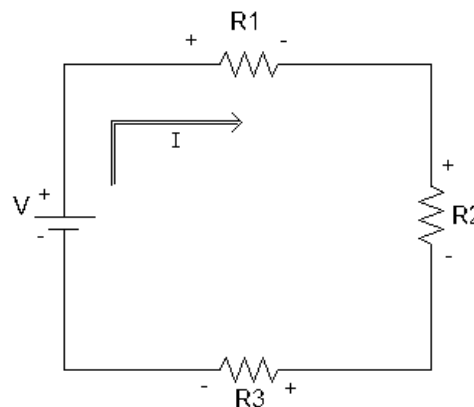
Para aplicar a lei de Kirchhoff para tensões neste circuito, devemos primeiramente encontrar o sentido da corrente provocado pela fonte de tensão. Neste exemplo o sentido da corrente é:



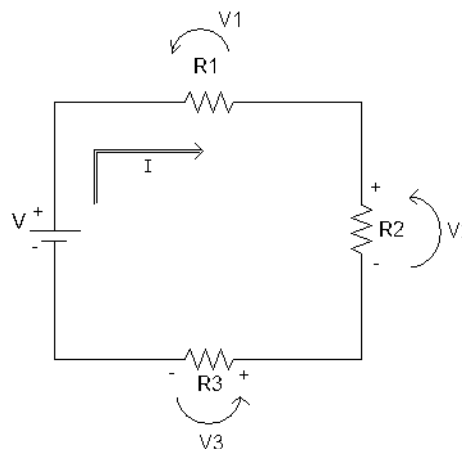
Ou seja, o sentido convencional da corrente vai do positivo da fonte para o negativo da fonte.

Em seguida, devemos analisar a queda de tensão em cada componente. Por exemplo, na resistência, essa queda de tensão tem o lado positivo no mesmo lado que a corrente entra. Isto é obvio, pois se a corrente vai do positivo para o negativo, na resistência o lado mais positivo só pode estar no lado que a corrente está entrando.

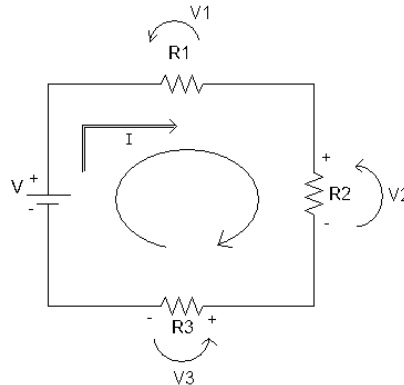
Já no caso da fonte, o lado mais positivo é o próprio positivo da fonte. Temos então a seguinte situação:



Um modo alternativo para representar a queda de tensão é a utilização de uma seta curvada, onde a ponta da seta corresponde ao lado mais positivo da queda de tensão:

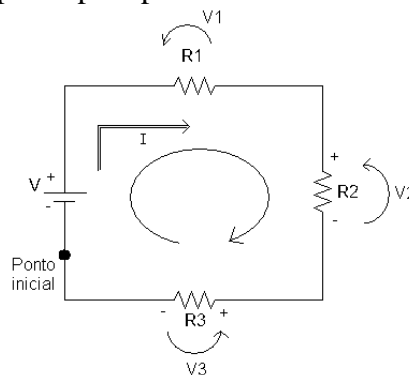


Continuando nossa análise, devemos agora escolher um sentido para percorrer a malha (circuito fechado). Neste momento, podemos escolher qualquer sentido. Vamos escolher o sentido horário.



Coincidentemente, este é o mesmo sentido da corrente, porém, como citado anteriormente isso não é obrigatório.

Vamos agora escolher um ponto para percorrer a malha. Pode ser qualquer lugar.



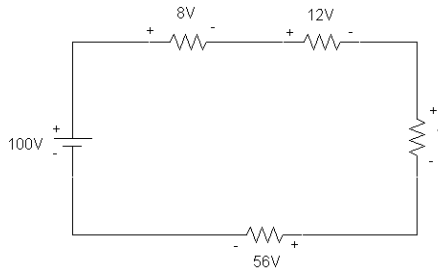
Para esse nosso exemplo, foi escolhido um ponto logo abaixo da fonte.

Seguindo a malha fechada a partir deste ponto, temos primeiramente a fonte de tensão que tem o positivo para cima e a favor do sentido de nossa análise. Desta forma, colocamos o primeiro termo de nessa equação com sendo positivo. Continuando encontramos a resistência R1 com uma tensão no sentido contrário de nossa análise, assim o segundo termo terá um valor negativo em nossa equação. O mesmo ocorre com as tensões V2 e V3. Seguindo a lei de Kirchhoff e igualando à zero temos:

$$V - V1 - V2 - V3 = 0$$

Agora basta resolver a equação e encontrar o valor desejado.

Exemplo: Encontre a tensão  $V$  do circuito abaixo:



Adotando o sentido horário e analisando temos:

$$100 - 8 - 12 - V - 56 = 0$$

Resolvendo:

$$V = 100 - 8 - 12 - 56$$

$$V = 24V$$

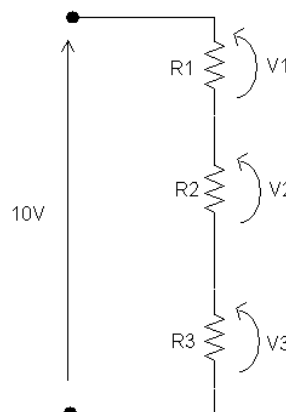
### 1.9) Divisores de tensão

O divisor de tensão ocorre em todo circuito série. Basicamente a regra é a seguinte:

**“Em um circuito resistivo série, a tensão aplicada ao circuito é dividida proporcionalmente aos valores das resistências”**

Podemos facilmente encontrar esta proporção dividindo o valor da resistência pela resistência total do circuito série. Multiplicando este valor pela tensão total a ser dividida encontramos o valor da tensão no componente.

Exemplo: Seja o circuito:





No circuito anterior, uma tensão de 10V está sendo aplicada no circuito série com os resistores R1, R2 e R3. Esta mesma tensão está sendo dividida entre eles na seguinte proporção:

$$V1 = \frac{10.R1}{R1 + R2 + R3}$$

$$V2 = \frac{10.R2}{R1 + R2 + R3}$$

$$V3 = \frac{10.R3}{R1 + R2 + R3}$$

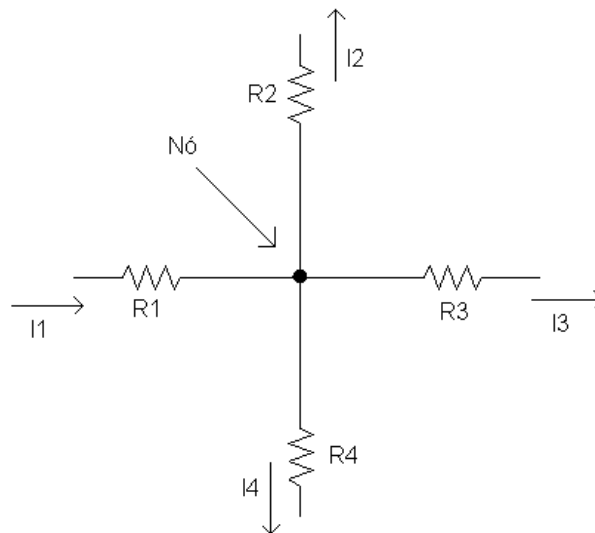
### 1.10) Lei de Kirchhoff para correntes (LKC)

A lei de kirchhoff para correntes pode ser definida como:

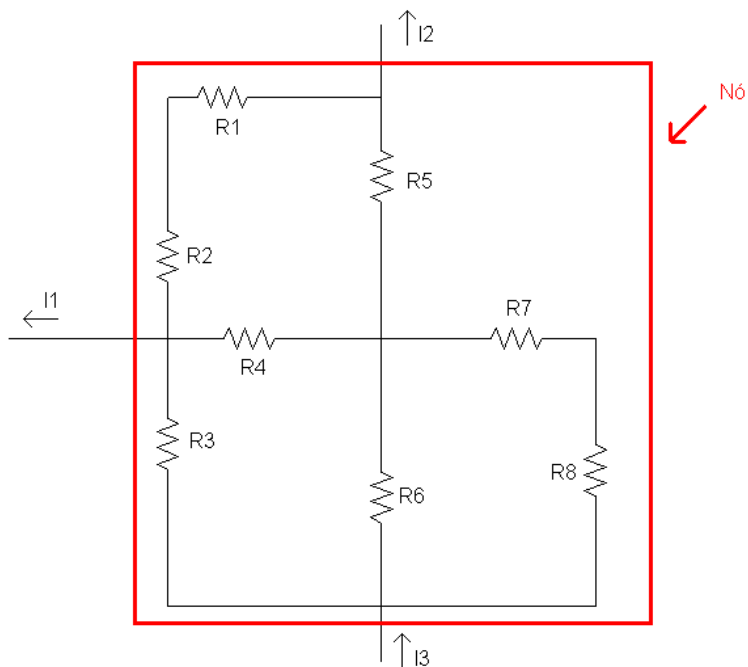
“ A soma das correntes que entram em um nó é igual a soma das correntes que saem de um nó”

Um nó pode ser um único ponto ou um circuito completo. Por exemplo:

Circuito 1:



Circuito 2:



Aplicando a lei de Kirchoff para correntes no circuito 1 temos:

$$I_1 - I_2 - I_3 - I_4 = 0$$

Neste exemplo as correntes que entram foram somadas e as correntes que saem foram subtraídas. No mesmo exemplo poderíamos fazer:

$$I_1 = I_2 + I_3 + I_4$$

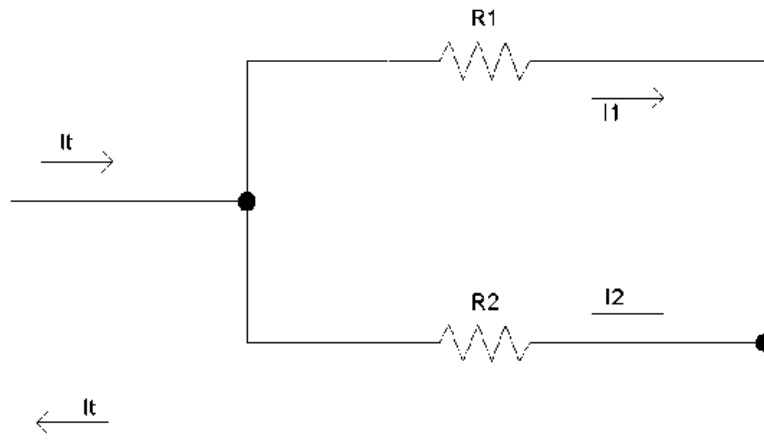
Ou seja, a soma das correntes que entram é igual a soma das correntes que saem.

Aplicando o mesmo raciocínio para o Circuito 2 temos:

$$I_1 + I_2 = I_3$$

### 1.11) Divisores de correntes

O divisor de corrente ocorre em circuitos paralelo, onde a corrente se divide em duas ou mais partes e se unem novamente em algum ponto.



As correntes em um circuito como esse podem ser calculadas pela seguinte equação:

$$I_1 = \frac{I_t \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{e} \quad I_2 = \frac{I_t \cdot R_1}{R_1 + R_2}$$

Porém, a resistência total é formada pelos resistores em paralelo e isto deve ser calculado. Uma maneira direta de se calcular  $I_1$  é a seguinte:

$$I_1 = \frac{I_t \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Deve-se tomar muito cuidado ao aplicar a regra dos divisores de corrente, pois como pode ser visto, a corrente  $I_1$  é encontrado multiplicando a corrente total por  $R_2$  e não por  $R_1$ .

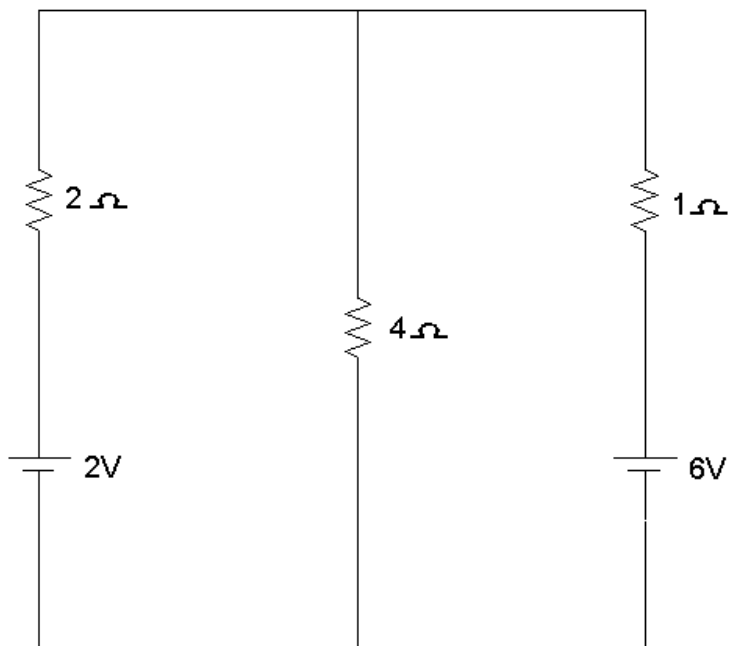
Para calcular  $I_2$  basta aplicar a mesma fórmula desta vez multiplicando  $I_t$  por  $R_1$

$$I_2 = \frac{I_t \cdot R_1}{R_1 + R_2}$$

Esta técnica somente é válida para circuitos divisores de corrente com dois resistores. Para três ou mais resistores devemos calcular a resistência equivalente do circuito paralelo e usar a fórmula geral descrita anteriormente.

## 1.12) Método das malhas

Seja o seguinte circuito:



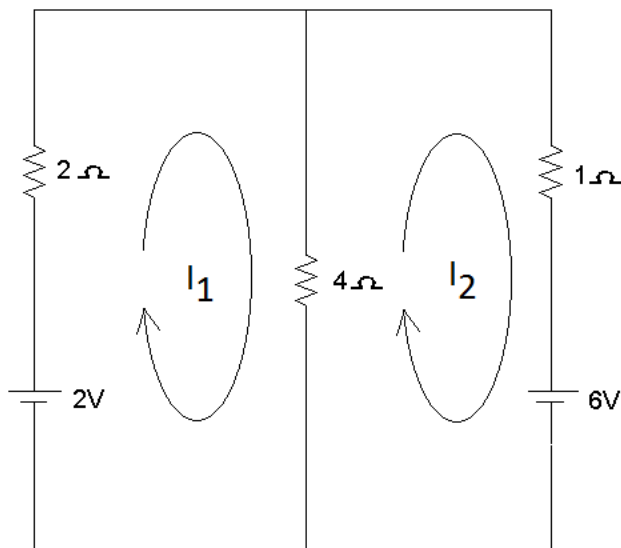
Neste circuito, podemos perceber que as duas fontes fornecem corrente, sendo a corrente e as tensões resultantes resultado da interação entre elas. Para calcular o valor das correntes e tensões deste tipo de circuito, podemos utilizar uma técnica chamada de “Método das malhas”.

O método das malhas consiste em alguns passos a serem seguidos para de chegar a solução. São eles:

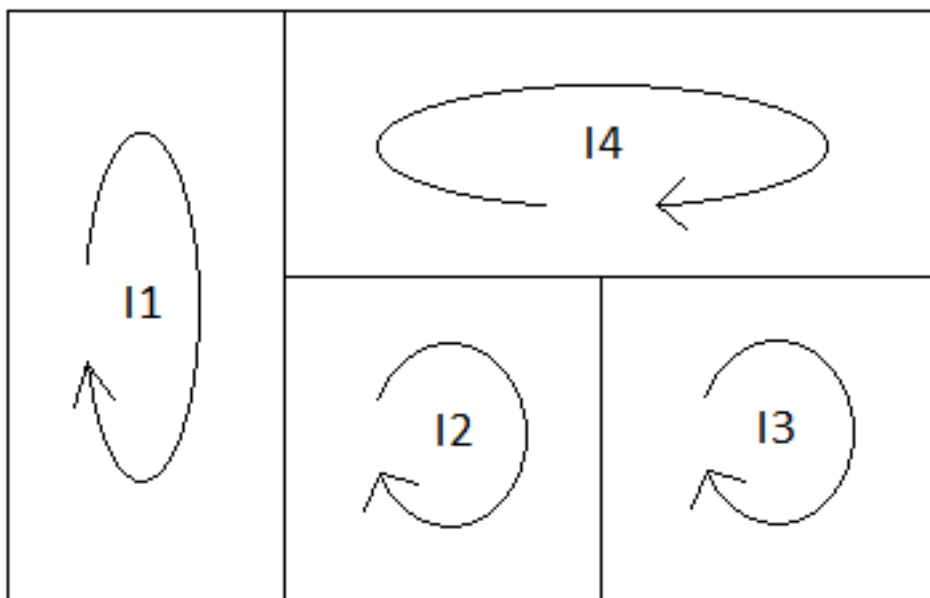
- 1) **Adote sentidos horários para as correntes dentro da malha fechada, não se importando com o sentido real da corrente.**
- 2) **Nos resistores, sinalize o positivo e o negativo da tensão de acordo com as corrente adotadas. Podem haver duas tensões com polaridades diferentes em um mesmo resistor.**
- 3) **Aplique a lei de Kirchhoff para tensões em todas as malhas obtendo as equações do sistema.**
- 4) **Resolva o sistema de equações.**

Resolvendo para este circuito temos:

- 1) Adote sentidos horários para as correntes dentro da malha fechada, não se importando com o sentido real da corrente.

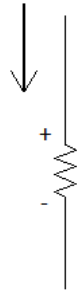


É importante frisar que, o sentido horário é sempre adotado, independente se existe ou não uma fonte na malha. Abaixo um exemplo de como deve ser feito em um circuito com várias malhas:

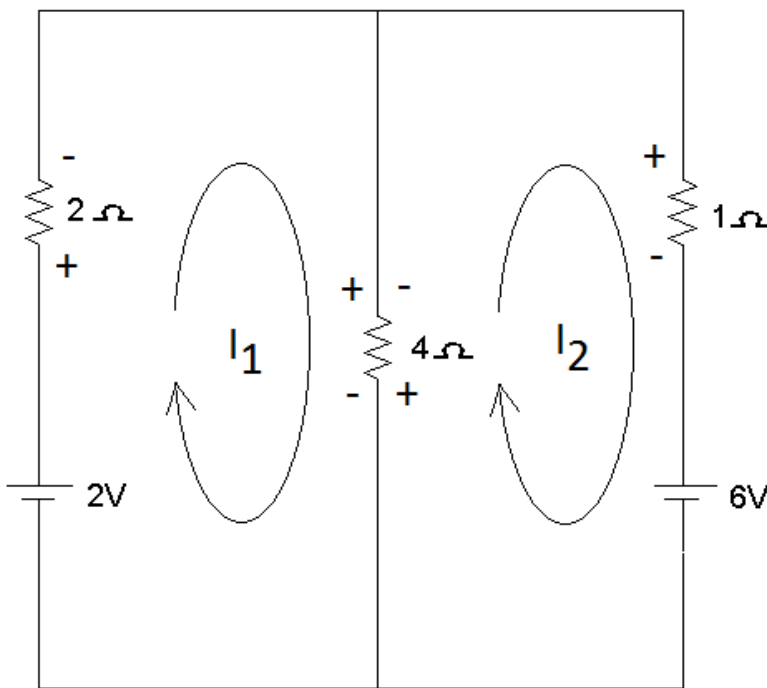


Não importa quais componentes existam, cada malha fechada deve ser associada à uma corrente no sentido horário.

- 2) Nos resistores, sinalize o positivo e o negativo da tensão de acordo com as corrente adotadas. Podem haver duas tensões com polaridades diferentes em um mesmo resistor.

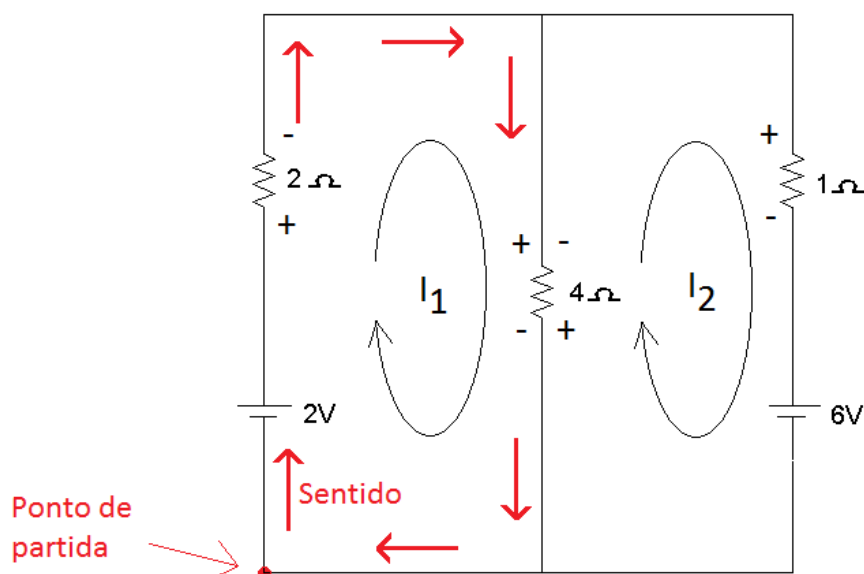


O positivo sempre deve ser colocado no lado que a corrente entra.



Podemos perceber que, sobre a resistência de  $4\Omega$  existem duas tensões contrárias. Fisicamente isto é impossível, da mesma forma que não é possível circular a duas correntes pelo componente ao mesmo tempo. Porém, não devemos nos preocupar com isso. Trata-se de um artifício que permitirá no final encontrar os valores corretos das correntes.

3) Aplique a lei de Kirchhoff para tensões em todas as malhas obtendo as equações do sistema.



Aplicando a lei de Kirchhoff para tensões no sentido horário, como mostrado na figura acima temos:

$$2 - 2.I_1 - 4.I_1 + 4.I_2 = 0$$

Vale lembrar que, na lei de Kirchhoff para tensões, obviamente somamos tensões, assim, como ainda não sabemos os valores das correntes, substituímos o valor da tensão pelo valor da resistência vezes a corrente, pois  $V = R.I$ .

Outro ponto importante a ser observado é que, existem em alguns componentes dois valores de tensão, como é o caso da resistência de  $4\Omega$ .

Tomar cuidado ao colocar o valor das fontes. Elas possuem polaridades fixas e não faz sentido multiplicar o valor da tensão pela corrente quando se aplica LKT.

Fazendo o mesmo para a segunda malha temos:

$$-4.I_2 + 4.I_1 - 1.I_2 - 6 = 0$$

A partir deste ponto, o problema passa a ser matemático. Temos duas equações e duas incógnitas ( as correntes  $I_1$  e  $I_2$ ).

Com um pouco de algebrismo temos:

$$-6.I_1 + 4.I_2 = -2$$

$$4.I_1 - 5.I_2 = 6$$

Transformando em matrizes, podemos aplicar a regra de Cramer:

$$\begin{vmatrix} -6 & 4 \\ 4 & -5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 \\ 6 \end{vmatrix}$$

Aplicando Sarrus na matriz principal temos:

$$\begin{vmatrix} -6 & 4 \\ 4 & -5 \end{vmatrix}$$

$$D = -6 \cdot -5 - 4 \cdot 4$$

$$D = 14$$

Substituindo a primeira coluna pela matriz coluna e resolvendo temos:

$$\begin{vmatrix} -2 & 4 \\ 6 & -5 \end{vmatrix}$$

$$D_1 = -2 \cdot -5 - 4 \cdot 6$$

$$D_1 = -14$$

Substituindo agora a segunda coluna pela matriz coluna e resolvendo temos:

$$\begin{vmatrix} -6 & -2 \\ 4 & 6 \end{vmatrix}$$

$$D_2 = -6 \cdot 6 - (-2) \cdot 4$$

$$D_2 = -28$$

Para achar as correntes  $I_1$  e  $I_2$  fazemos:

$$I_1 = \frac{D_1}{D}$$

$$I_2 = \frac{D_2}{D}$$

Assim:

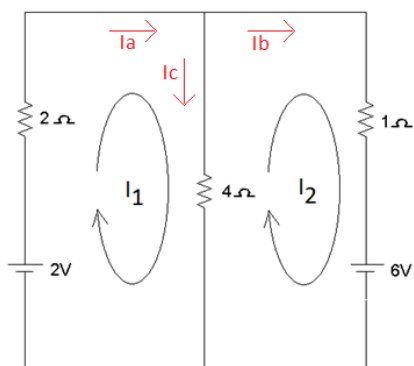
$$I_1 = -1A$$

$$I_2 = -2A$$

Porém, o problema não está resolvido!!!!



Neste método, inventamos as correntes  $I_1$  e  $I_2$  e agora devemos transformar essas correntes nas correntes reais do circuito. Analisando o circuito podemos introduzir as seguintes correntes:



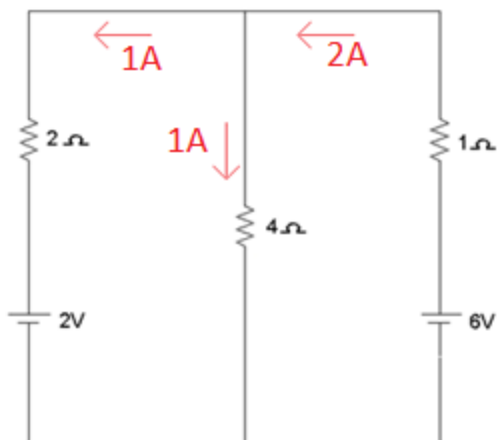
Perceba que  $I_a$ ,  $I_b$  e  $I_c$  são as verdadeiras correntes, apesar de ainda não sabermos se estão no sentido certo. Associando com as correntes que utilizamos inicialmente temos:

$$\begin{aligned} I_a &= I_1 \\ I_b &= I_2 \\ I_c &= I_1 - I_2 \end{aligned}$$

Resolvendo:

$$\begin{aligned} I_a &= -1A \\ I_b &= -2A \\ I_c &= -1 - (-2) = 1A \end{aligned}$$

Esta já é a resposta, mas podemos deixá-la mais clara redesenhando o circuito:



### 1.13) Resistência interna da fonte

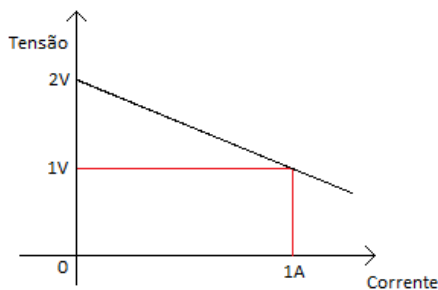
Estudamos que, uma fonte de tensão de corrente contínua pode ser representada pela diferença de potencial entre seus terminais da seguinte forma:



Aprendemos também que, o lado maior tamanho (no exemplo acima o lado superior) representa o potencial mais positivo da fonte.

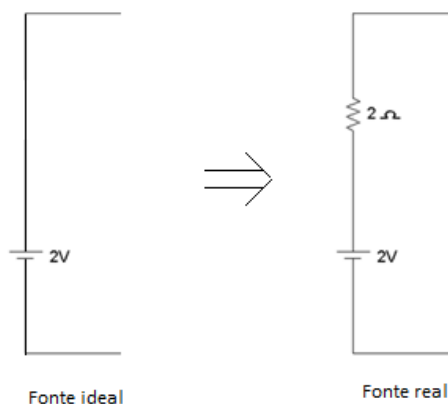
Da forma que foi apresentado, a tensão de 2V é constante independentemente da corrente. Esta é uma fonte ideal.

Nos circuitos reais, as fontes são construídas com componentes que possuem uma certa resistividade. Até mesmo o fio condutor que é utilizado apresenta uma resistividade. O resultado disso é, quando a fonte começa a fornecer corrente, o valor da tensão deixa de ser o inicial e passa a depender da corrente consumida.



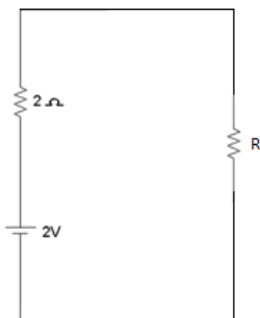
No gráfico acima, podemos claramente verificar que, nossa fonte de 2V apresenta uma tensão de somente 1V quando a corrente chega à 1A, e adquire valores intermediários de tensão de acordo com o valor da corrente.

Para trabalharmos com este efeito, podemos representar todas as quedas internas como se fossem provocadas por um único resistor em série. Desta forma, a representação em um circuito real deve ser feita da seguinte forma:



## 1.14) Teorema da máxima transferência

Seja o seguinte circuito:



Vamos supor que  $R$  represente a resistência de uma carga que deva aproveitar ao máximo a potência da fonte que temos. Neste caso, qual seria o valor ideal de  $R$ ?

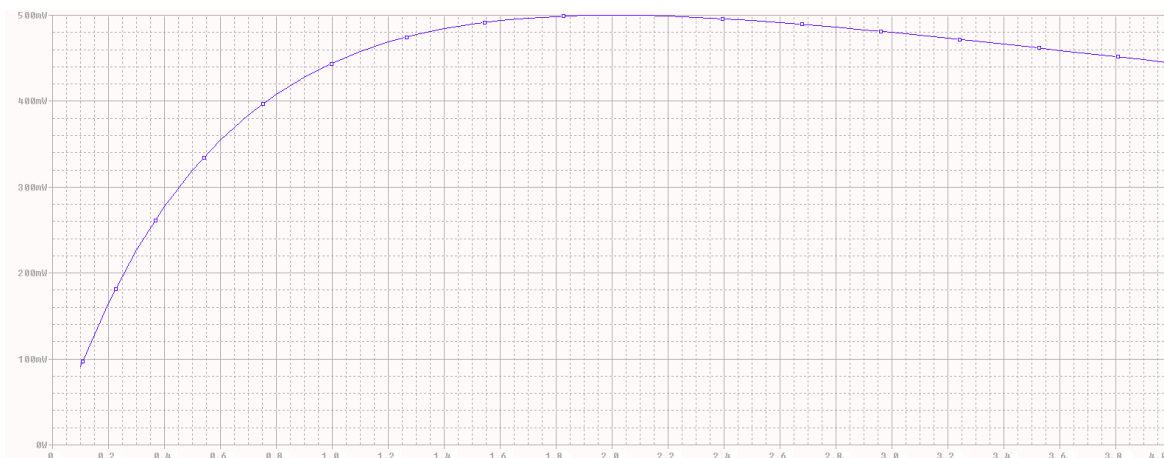
Sabemos que a potência total na carga é dada por:

$$P = V \cdot I$$

Se a resistência  $R$  se aproximar de zero, teremos a máxima corrente. Porém, o valor da tensão tenderá à zero e a potência será próxima de zero.

Por outro lado, se a resistência tender ao infinito, a tensão terá o seu maior valor mas a corrente tenderá à zero. Assim, a potência novamente tenderá à zero.

O gráfico que representa esta relação pode ser visto abaixo:



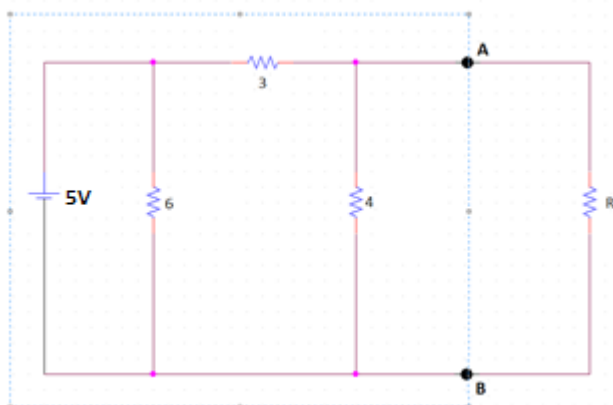
Como é possível observar, a máxima potência ocorre quando  $R = 2\Omega$ .

Esta mesma conclusão pode ser obtida algebricamente, assim podemos afirmar que:

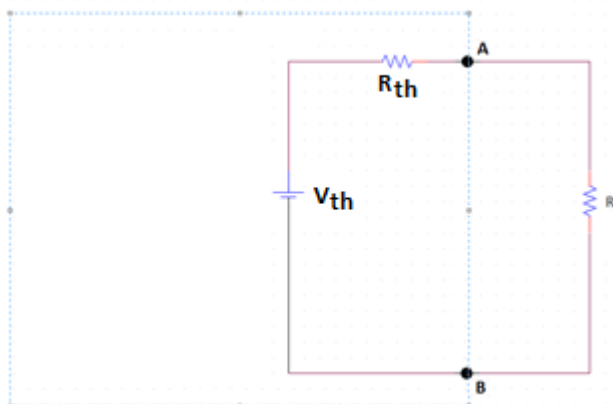
“A máxima transferência de potência ocorre quando  $R_{\text{carga}} = R_{\text{fonte}}$ . “

## 1.15) Teorema de Thevenin

Seja o circuito abaixo:

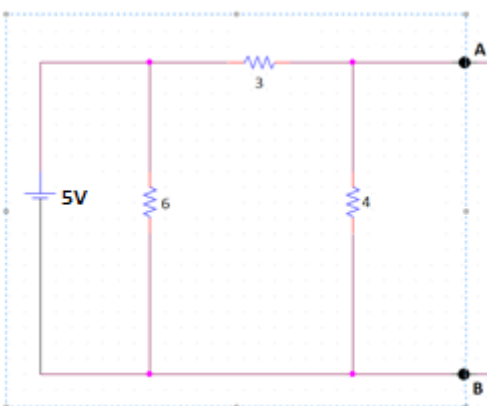


Neste circuito, o resistor  $R$  recebe uma tensão através dos pontos A e B. Em certos casos, é interessante substituir o circuito do interior da “caixa azul” por um único circuito composto de uma fonte de corrente contínua e uma resistência:

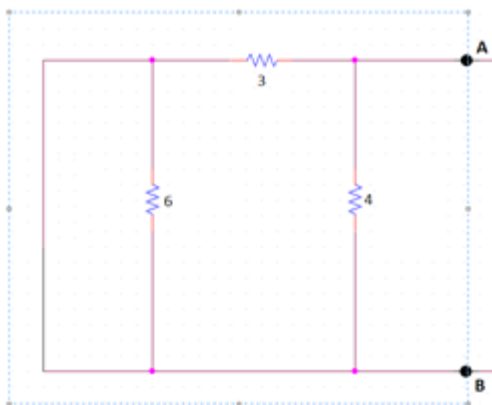


O valor da fonte  $V_{th}$  e da resistência  $R_{th}$  é calculado da seguinte forma:

- 1) Considere somente os componentes dentro da caixa e marque os pontos de saída.



- 2) Considere um curto circuito em todas as fontes de tensão e calcule a resistência equivalente entre os pontos A e B:



Neste exemplo  $R_{eq} = 3 // 4$

$$R_{eq} = 1,71 \text{ Ohms}$$

Este é o valor de  $R_{th}$ , ou seja:

$$\mathbf{R_{th} = R_{eq}}$$

Obs.: O resistor de 6 Ohms ficou curto circuitado e não entrou no calculo.

- 3) Agora, considere a fonte e encontre a tensão entre os pontos A e B com o circuito aberto. Não coloque nenhum componente externo entre os pontos A e B. Por divisor de tensão temos:

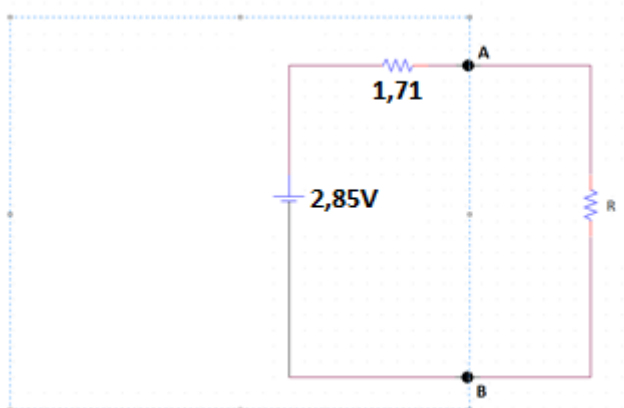
$$V_{ab} = 5 \cdot \frac{4}{3 + 4}$$

$$V_{ab} = 2,85V$$

Este é o valor de  $V_{th}$ , ou seja:

$$\mathbf{V_{th} = V_{ab}}$$

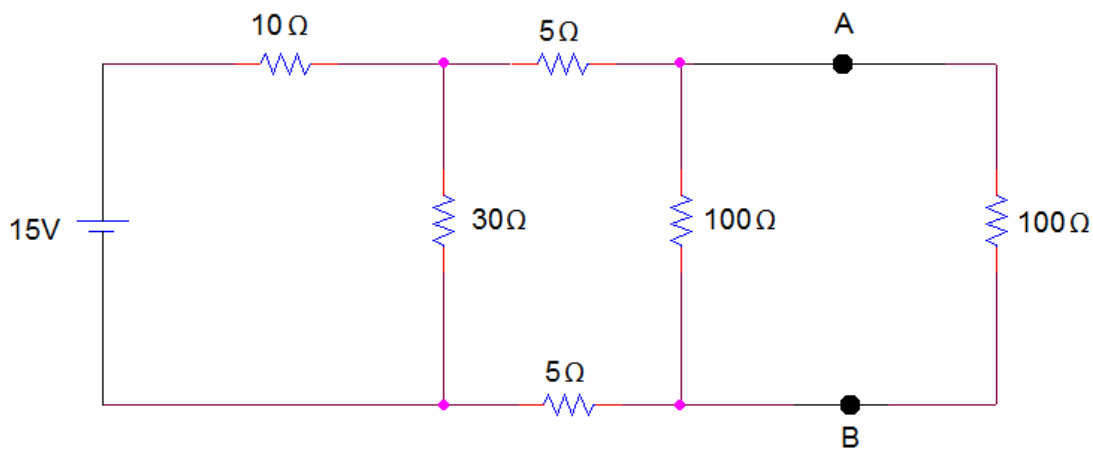
4) Redesenhe o circuito substituindo todo o circuito por  $R_{th}$  e  $V_{th}$ :



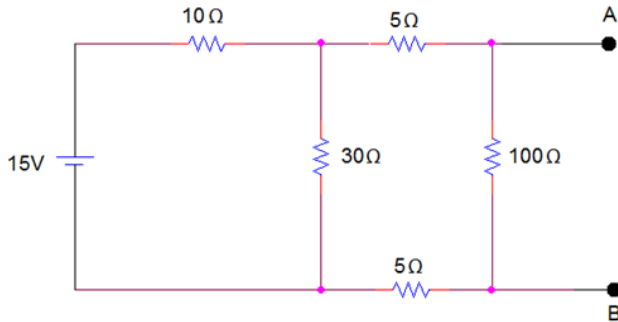
Esta técnica pode ser aplicada em qualquer circuito e é definida pelo Teorema de Thévenin:

**Qualquer circuito de corrente contínua linear de dois terminais pode ser substituído por um circuito equivalente composto de uma única fonte e uma resistência**

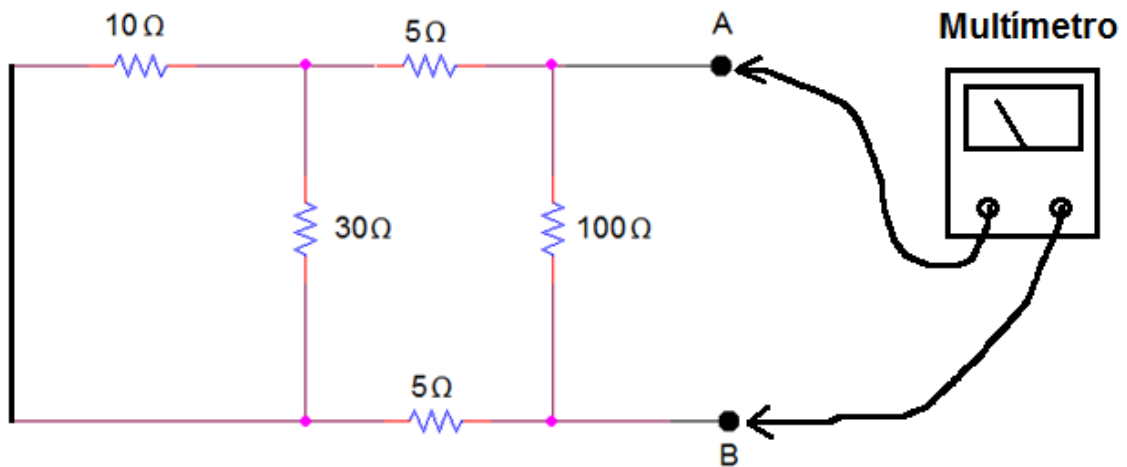
5) Considere a saída entre os pontos A e B e encontre o circuito equivalente de thevenin:



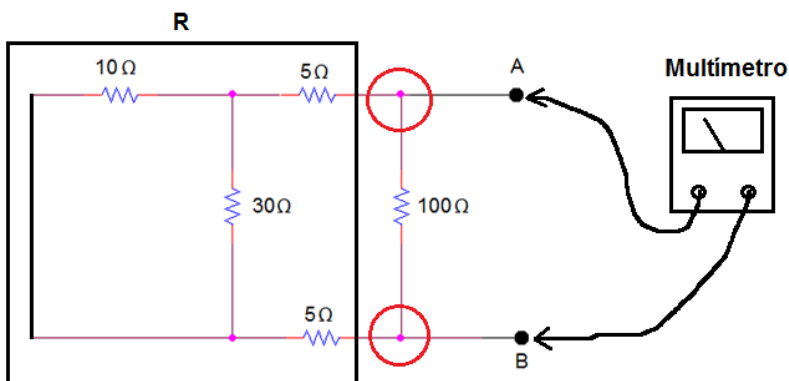
Como a saída está entre os pontos A e B, o resistor de  $100\Omega$  do lado direito não faz parte do problema e deve ser retirado ficando:



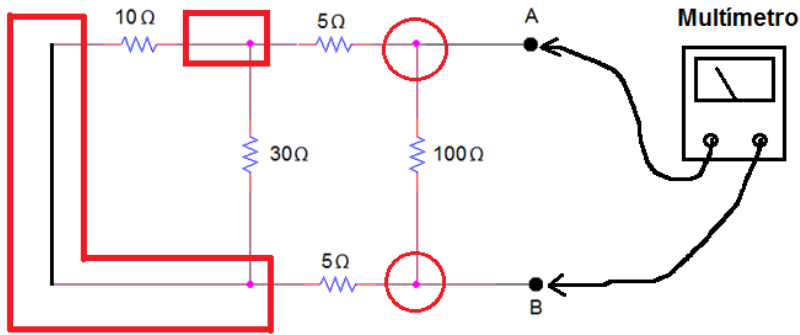
Colocando a fonte em curto temos:



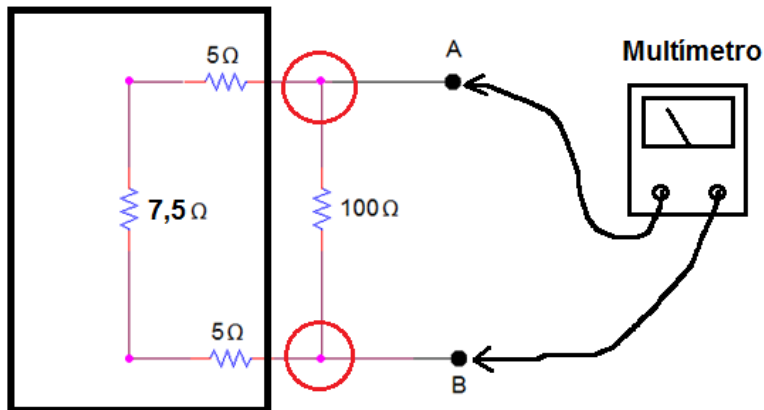
O  $R_{th}$  é o valor da resistência medida por nosso multímetro imaginário.



Neste circuito, o resistor de  $100\Omega$  está em paralelo com R, formado pelas resistências de  $10\Omega$ ,  $30\Omega$ ,  $5\Omega$  e  $5\Omega$ . Como não sabemos o valor de R devemos primeiramente encontrar a resistência equivalente fazendo:



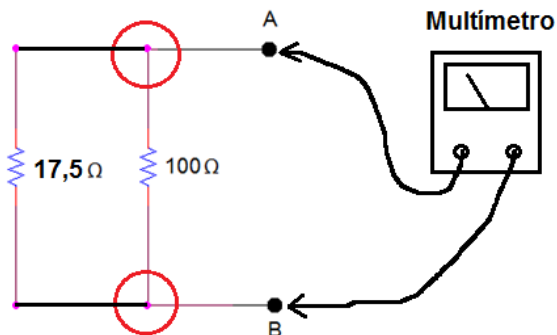
10Ω em paralelo com 30Ω. Que resulta em 7,5Ω.



Agora temos um circuito série para simplificar. Ainda não temos como calcular o paralelo do 100Ω com este circuito.

Simplificando o circuito série temos:

$$R = 5 + 7,5 + 5 = 17,5\Omega$$

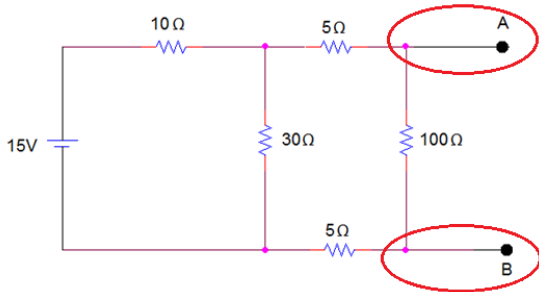


Finalmente encontramos  $R_{th}$  que é o paralelo de 17,5Ω com 100Ω.

$$R_{Thevenin} = 14,89\Omega$$



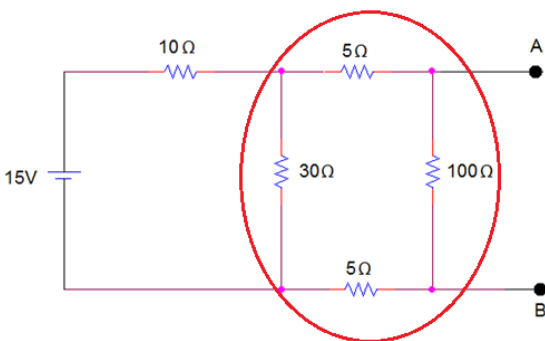
Para calcular a tensão de Thevenin temos que achar a tensão entre os pontos A e B.



Perceba que a tensão entre os pontos A e B é exatamente a tensão sobre a resistência de 100Ω.

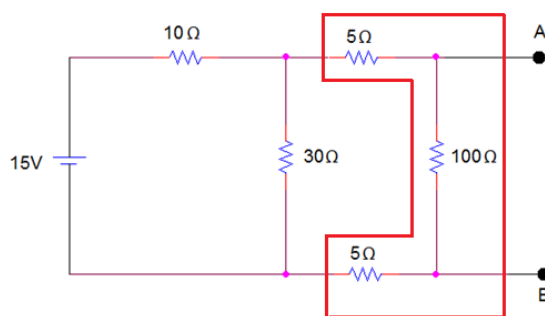
Temos várias formas de fazer isso: Podemos achar as correntes do circuito achando o R equivalente e fazendo divisor de corrente, achar a corrente total e calcular a queda no resistor de 10Ω entre outras. Uma das mais simples é a seguinte:

**R<sub>equivalente</sub>**

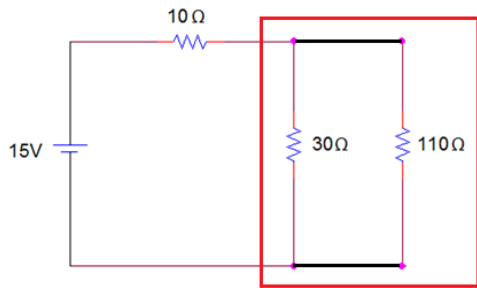


Calcular R<sub>equivalente</sub> fazendo:

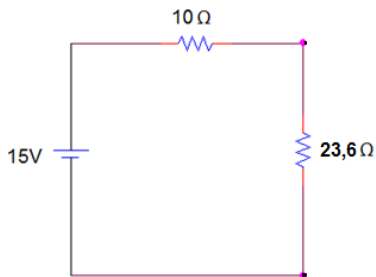
**Série**



$$R_{\text{série}} = 5 + 100 + 5 \rightarrow R_{\text{série}} = 110\Omega$$



Note que os pontos A e B não aparecem pois fazem parte da resistência de 110Ω calculada. Fazendo agora o paralelo temos:

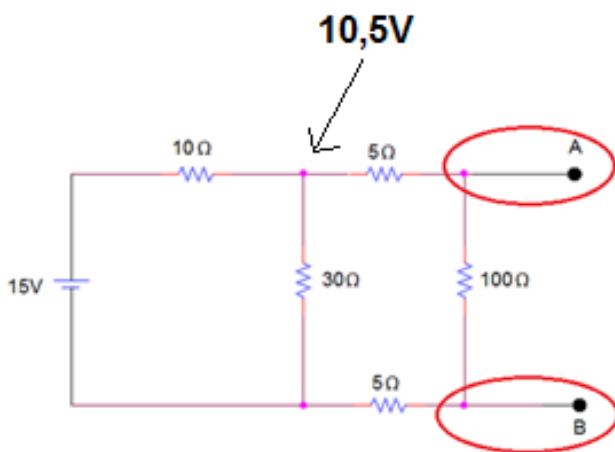


Temos assim um divisor de tensão que permite calcular o valor da tensão depois da resistência de 10Ω.

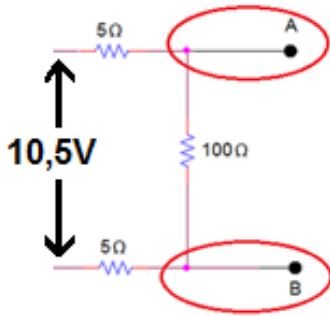
$$V = \frac{15 \cdot 23,6}{10 + 23,6}$$

$$V = 10,5V$$

Temos então:



Queremos encontrar a tensão entre os pontos A e B. Redesenhando temos:



Este circuito é um circuito série e podemos aplicar a regra do divisor de tensão:

$$V_{ab} = \frac{10,5 \cdot 100}{5 + 5 + 100}$$

$$V_{ab} = 9,54V$$

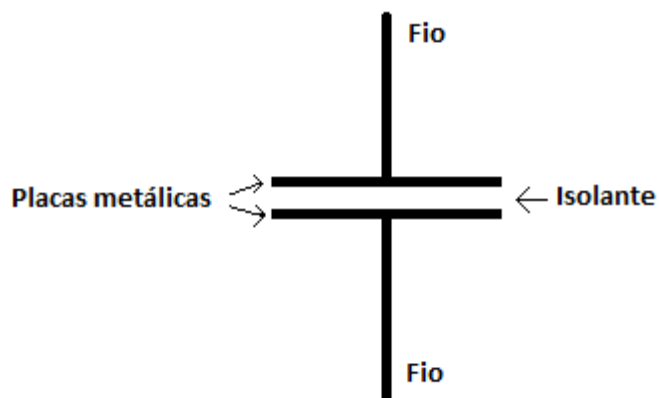
Portanto  $V_{th} = 9,54V$

Observação: Quando observado de fora para dentro (direita para a esquerda) o resistor de  $100\Omega$  está em **paralelo** com os pontos A e B e o resto do circuito, porém, quando observado da esquerda para direita, ele é o último componente e fica em **série** com as duas resistências de  $5\Omega$ .

## 2) Circuitos Capacitivos e indutivos

### 2.1) Capacitores

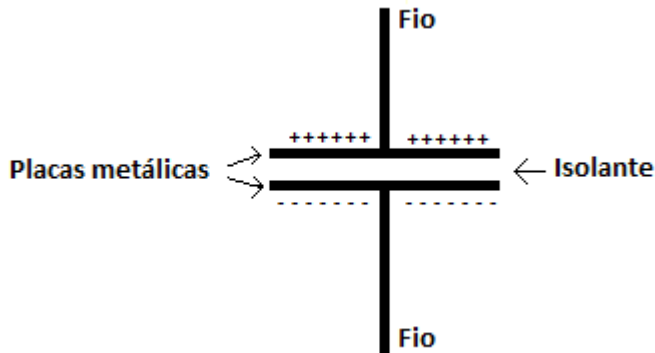
Os capacitores são dispositivos capazes de armazenar cargas elétricas formados por duas placas metálicas separadas por um isolante:



Sua capacidade de armazenar cargas pode ser entendida através do princípio de atração dos campos elétricos.

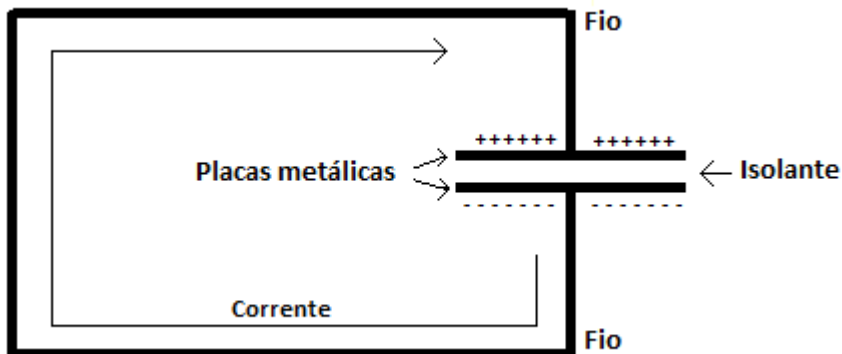
Imagine uma fonte ligada aos dois terminais com um potencial elétrico positivo na parte superior e um potencial negativo na parte inferior.

As cargas positivas e negativas chegaram às placas porém não haverá circulação de corrente pois elas estão isoladas.



Se considerarmos uma distância muito pequena entre as placas, as cargas positivas e negativas estarão se atraindo fortemente, porém devido à isolamento estas não se encontram. Assim, ao retirar a fonte de alimentação, estas cargas ficaram presas (armazenadas) no capacitor.

Podem parecer que o capacitor ficará eternamente carregado. Porém imagine agora se colocarmos um condutor entre os dois terminais do capacitor:



As cargas negativas (elétrons) encontram um caminho para chegar às cargas positivas (lacunas), estas se recombinais e o capacitor está descarregado.

A quantidade de carga que um capacitor pode armazenar depende da área das placas, da distância entre elas e do material isolante usado para separar as placas.

$$C = \epsilon \frac{A}{d}$$

Onde:

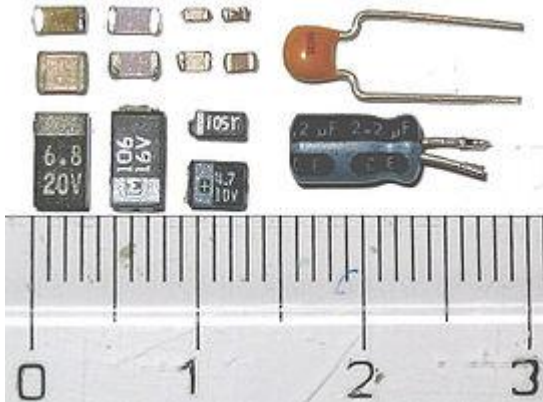
$C$  = Capacitância, medida em Farads

$\epsilon$  = Permissividade do isolante em F/m

$A$  = Área das placas em metros quadrados

$d$  = Distância entre as placas em metros

Segue abaixo alguns exemplos de capacitores utilizados em equipamentos eletrônicos e elétricos:



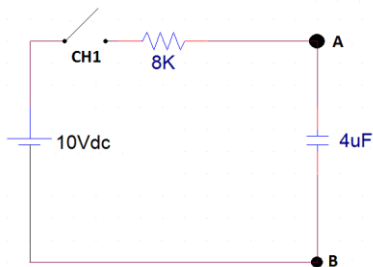
Capacitor variável



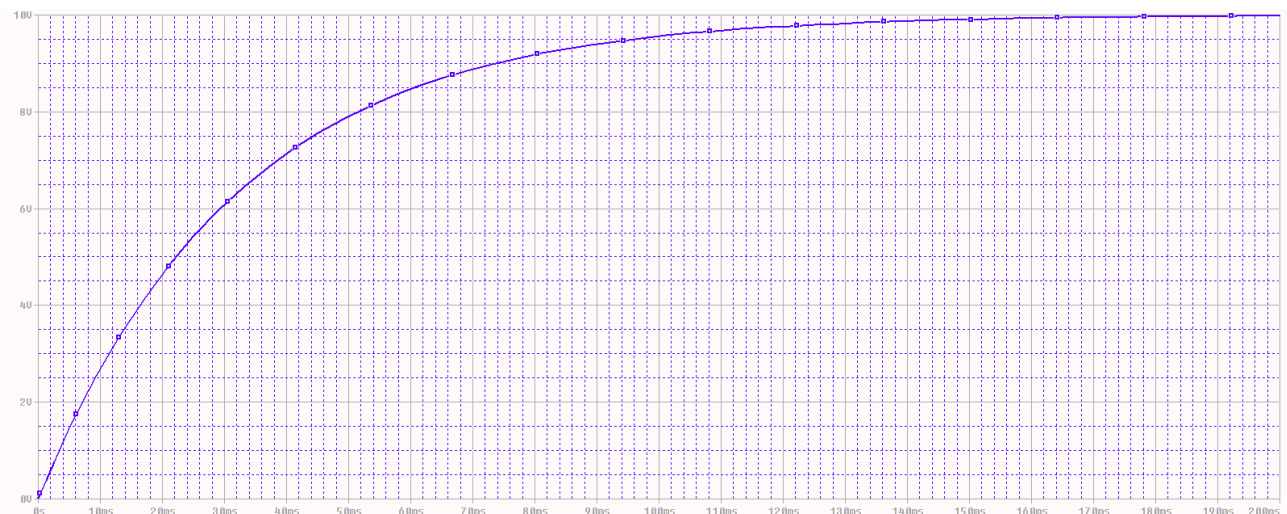
Fonte: wikipedia (<http://pt.wikipedia.org/wiki/Capacitor>)

## 2.2) Circuito RC (tempo de carga e descarga)

Como visto, um capacitor pode ser carregado ou descarregado aplicando-se uma diferença de potencial entre seus terminais. Durante a carga e a descarga ocorre a circulação da corrente elétrica. Se limitarmos esta corrente com o uso de um resistor, teremos um circuito muito importante que aparece de muitas formas em todos os circuitos eletrônicos e elétricos. O circuito RC.



Ao ligarmos a chave CH1, a seguinte tensão aparece entre os terminais A e B do capacitor:



Como pode ser visto, os 10V da fonte leva um certo tempo para aparecer entre os terminais A e B. A velocidade de carga ou descarga depende do tamanho do capacitor e do valor da resistência. Estes dois componentes definem uma característica do circuito chamada “constante de tempo” e é calculada por:

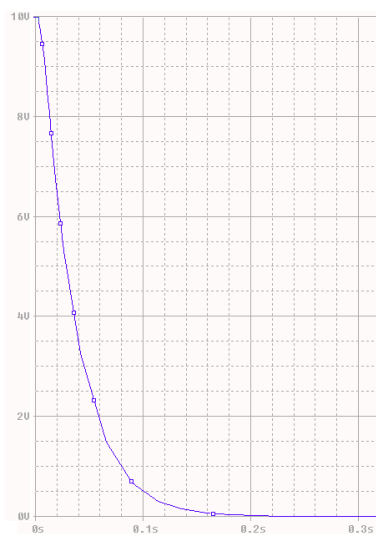
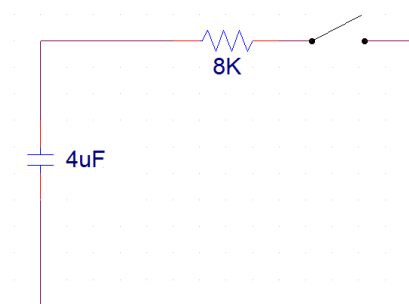
$$\tau = R \cdot C$$

A equação completa para a curva de resposta é dada por:

$$V_c = E \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

Como se trata de uma curva exponencial, existe um grande crescimento nos momentos iniciais. Para  $t = R.C$  a tensão chega à 63,2% do valor total. Em  $t = 2.R.C$  este valor passa para 86,5%, porém, seu crescimento fica cada vez mais lento à medida que chega ao valor da tensão nominal da fonte.

A curva de descarga de um capacitor através de uma resistência também segue a mesma regra.



Sendo sua equação dada por:

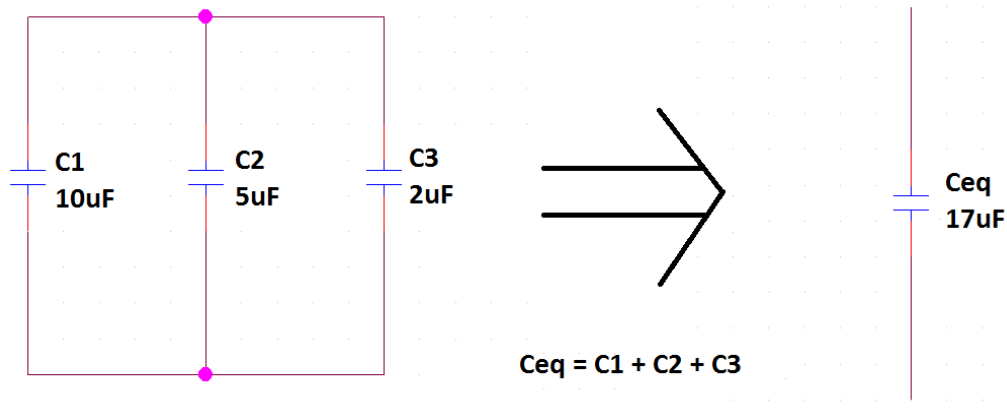
$$V_c = E \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

Onde:

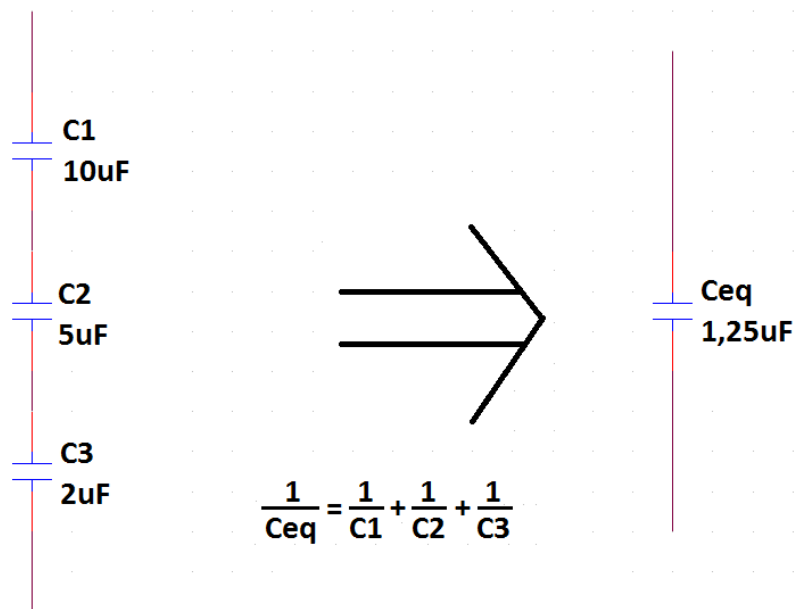
$V_c$  = Tensão sobre o capacitor.

### 2.3) Capacitor em série e paralelo

Colocando capacitores em paralelo a capacidade de armazenamento (capacitância) aumenta. O resultado total é a soma das capacitâncias de todos os capacitores.



Colocando capacitores em série, a capacitância total diminui, porém, a tensão que pode ser aplicada aumenta, pois fica dividida entre os capacitores. O cálculo é feito da seguinte forma:

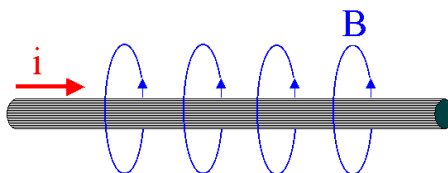


Perceba que é a mesma fórmula utilizada para resistores em paralelo, porém, neste caso, além de ser associação de capacitores, eles estão ligados em série.

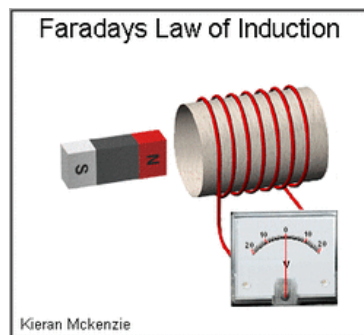


## 2.4) Indutores

No início do século XIX, Orsted descobriu que, a corrente elétrica em um condutor criava um campo magnético em sua volta.



Neste mesmo século, Faraday descobriu que, um campo magnético variável passando por uma bobina, ou uma bobina movimentando-se em um campo magnético gerava corrente elétrica.

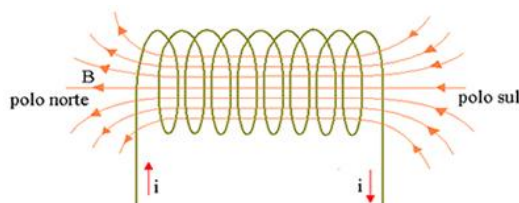


Complementando as descobertas de Orsted e Faraday, através de vários experimentos, Lenz definiu a seguinte lei:

O sentido da corrente é o oposto da variação do campo magnético que lhe deu origem.

Esta lei é conhecida como Lei de Lenz.

Como resultado desses experimentos, se aplicarmos uma corrente contínua em uma bobina, que também é chamada de indutor, esta corrente produzirá um campo magnético igual à de um ímã, com polos norte e sul.



Da mesma forma, se um **campo magnético variável** passar pela bobina, aparecerá entre seus terminais uma diferença de potencial capaz de gerar corrente elétrica. Sendo este o princípio de funcionamento do motor, do gerador, do transformador e muitos outros equipamentos elétricos.

Quando aplicamos uma corrente variável em um indutor, este gera um campo e este campo gera uma corrente no sentido inverso no próprio indutor. Devido à esse fenômeno:

Toda bobina se opõe a qualquer variação de corrente.

Esse efeito é equivalente à resistência, pois é uma dificuldade à passagem da corrente elétrica, porém, só ocorre quando existe variação de corrente.

Assim, se compararmos com o capacitor, podemos dizer que uma bobina “armazena” energia em forma de campo magnético. Essa capacidade de armazenamento é chamado de auto-indutância e é calculada por:

$$L = \frac{N^2 \mu A}{l}$$

Onde:

L = indutância, medida em Henries, H

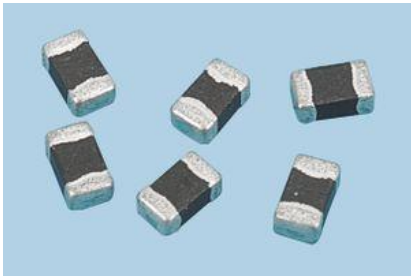
N = Número de espiras da bobina ou indutor

$\mu$  = Permeabilidade magnética do núcleo em H/m

A = área da face da bobina em metros quadrados

l = comprimento da bobina em metros

Abaixo, alguns exemplos de indutores utilizados em equipamentos eletrônicos:



Indutores SMD



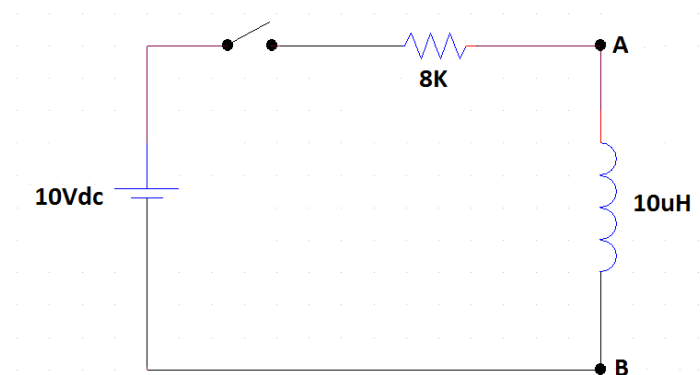
Indutores com fio para montagem SMD



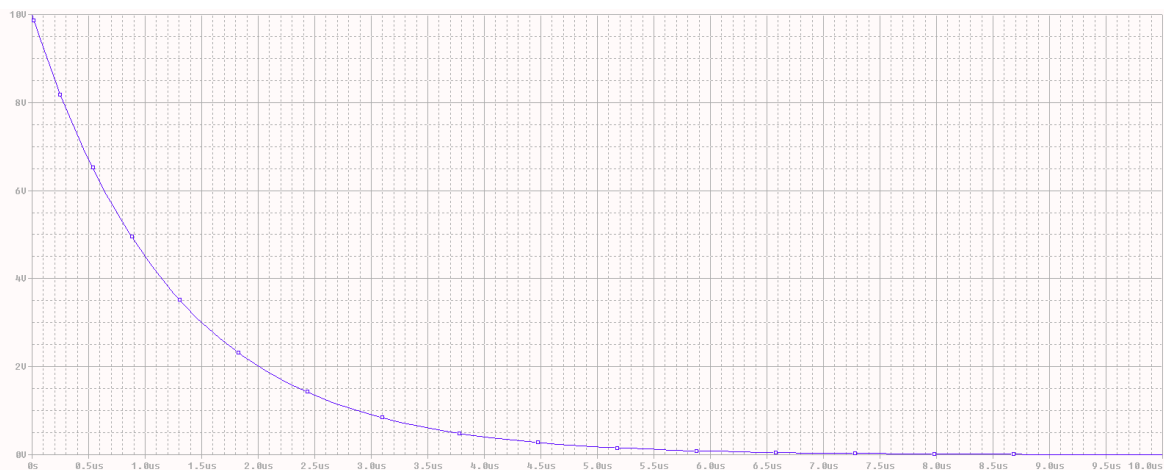
Indutores com fio esmaltado e núcleo toroidal

## 2.5) Tensão no indutor

Como o indutor oferece uma dificuldade a passagem da corrente elétrica quando esta é variável, podemos montar um circuito chamado circuito RL.



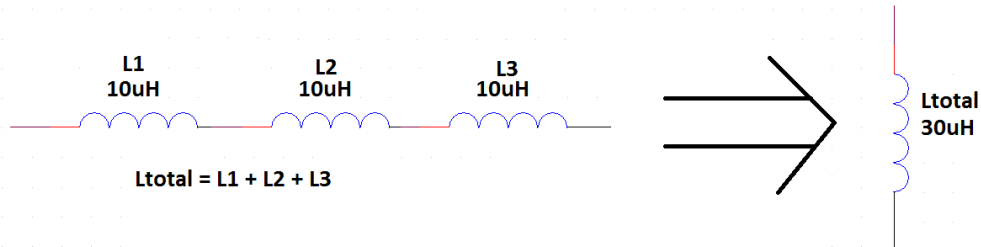
Como resultado, temos a seguinte tensão entre os pontos A e B:



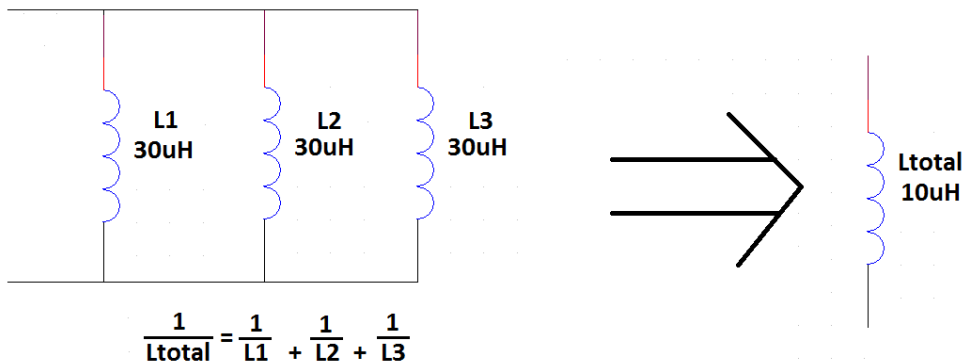
Perceba que, no momento inicial, temos a tensão da fonte, ou seja, o indutor não deixou passar corrente elétrica. À medida que o tempo passa, a corrente aumenta até chegar ao ponto do indutor tornar-se um curto circuito e conseqüentemente a tensão entre os pontos A e B tornarem-se iguais a zero.

## 2.6) Indutor em série e paralelo

Indutores ligados em série aumentam proporcionalmente aos valores destes:



Colocando indutores em paralelo, a indutância diminui, da mesma forma que resistências em paralelo.

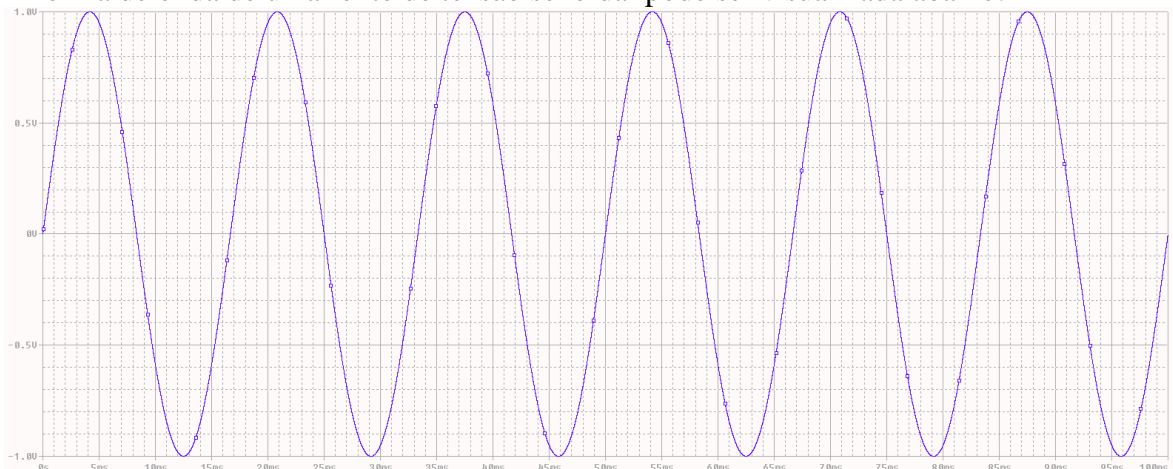


### 3) Corrente alternada básica

#### 3.1) Corrente alternada (onda senoidal)

Corrente alternada é o nome dado à toda corrente que varia com o tempo. Em nosso estudo, vamos considerar corrente alterna somente a corrente alternada senoidal.

A forma de onda de uma fonte de tensão senoidal pode ser visualizada abaixo:



Sendo sua equação dada por:

$$V = V_{max} \cdot \text{sen}(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \emptyset)$$

Onde:

V = é o valor da tensão dependente do tempo

Vmax = Tensão máxima da onda, também chamada tensão de pico

f = frequência da onda

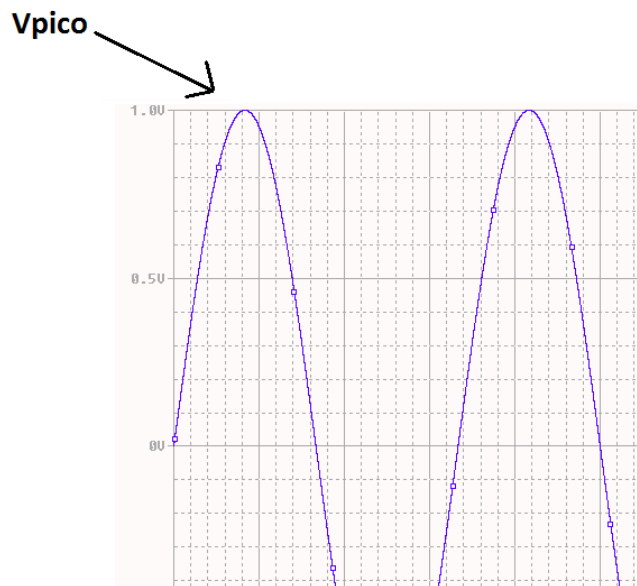
t = tempo

$\emptyset$  = fase da onda

Analisando este sinal e sua equação podemos destacar:

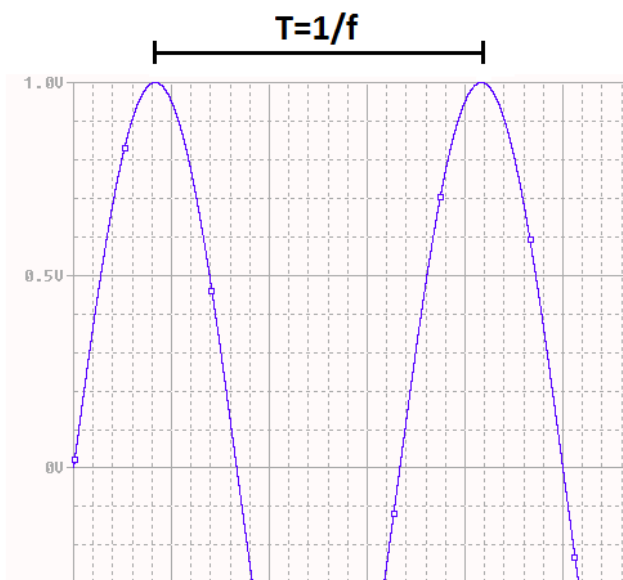
### 3.1.1) Tensão de pico (máxima)

Existem 2 valores, a tensão de pico positiva e a tensão de pico negativa.

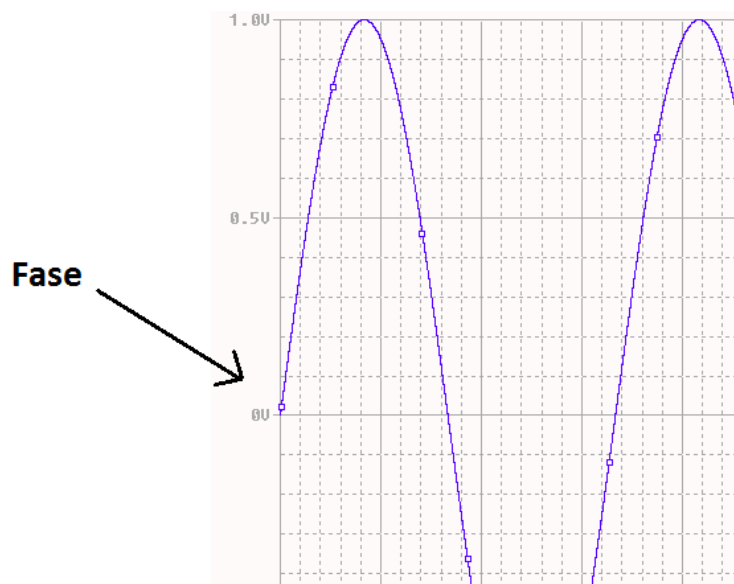


## 3.1.2) Frequência

Representa o número de ciclos completos por segundo. Está relacionado com o tempo que uma onda leva para completar um ciclo ( período da onda,  $T$  ).

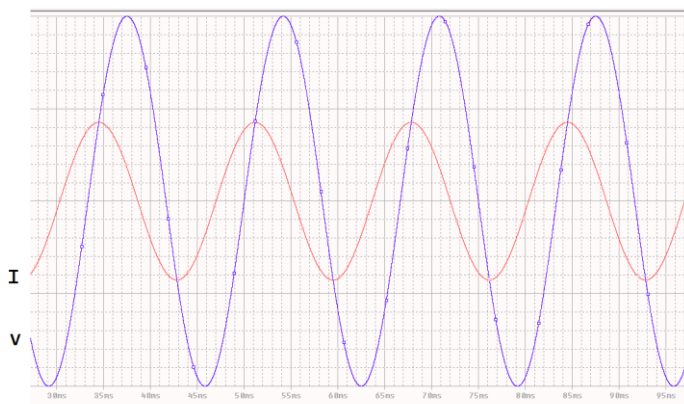
3.1.3) Fase ( $\emptyset$ )

Representa o ponto inicial da onda. Uma onda pode começar no instante zero ou em qualquer outro tempo. A fase identifica esse ponto e serve para compararmos ondas que se iniciam em tempos diferentes.



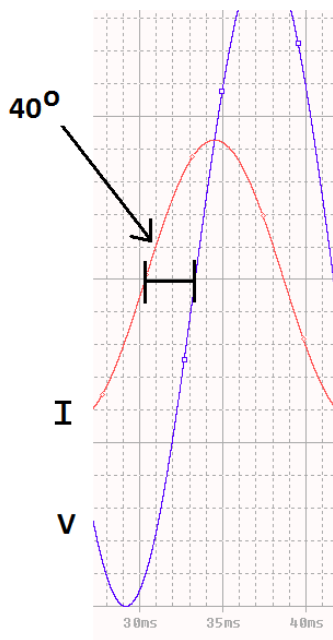
### 3.2) Relações de fase

Em circuitos alternados, quando comparamos a corrente com a tensão, podemos ter sinais de corrente defasados da tensão:



Na imagem acima, podemos ver uma corrente que começa antes da tensão. Dizemos que a corrente está adiantada da tensão.

Neste nosso exemplo, a corrente está adianta em  $40^\circ$  da tensão, ou se preferir, a tensão está atrasada em  $40^\circ$  da corrente.





Matematicamente estas ondas podem ser representadas, por exemplo, da seguinte forma:

$$V = 10.\text{sen}(2.\pi.60.t + 0^\circ)$$

$$I = 0,2.\text{sen}(2.\pi.60.t - 40^\circ)$$

Como a onda adiantada começa antes, devemos colocar o sinal negativa para que isso aconteça. Este mesmo sinal pode ser representado da seguinte forma:

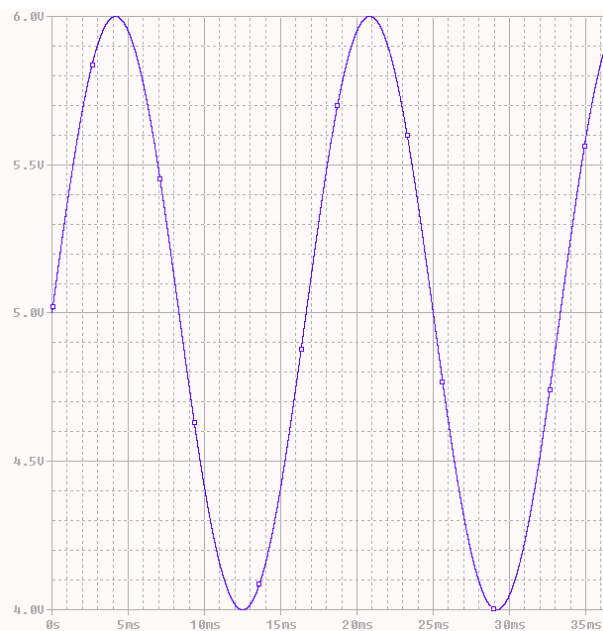
$$V = 10.\text{sen}(2.\pi.60.t + 70^\circ)$$

$$I = 0,2.\text{sen}(2.\pi.60.t + 30^\circ)$$

São os mesmo sinais de tensão e de corrente. Esse exemplo deixa mais claro o motivo do uso do sinal negativo apresentado anteriormente. O importante é a diferença entre as fases.

### 3.3) Valor médio

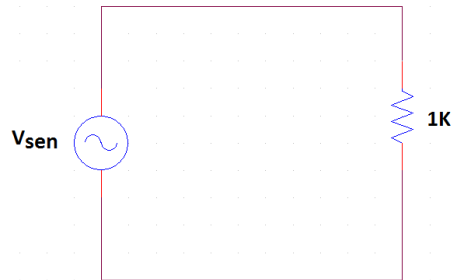
Uma onda senoidal pode estar deslocada de seu eixo para cima ou para baixo. No exemplo abaixo podemos visualizar este caso:



Percebe que esta onda possui somente tensões positivas. O valor de pico positivo é de 6V e o valor de pico negativo é de 4V. O valor de pico foi definido anteriormente, podemos agora definir um novo valor chamado “Valor Médio” que para a onda senoidal completa está no centro da onda. No nosso exemplo, a tensão média é de 5V.

### 3.4) Valor eficaz

Considere o seguinte circuito:

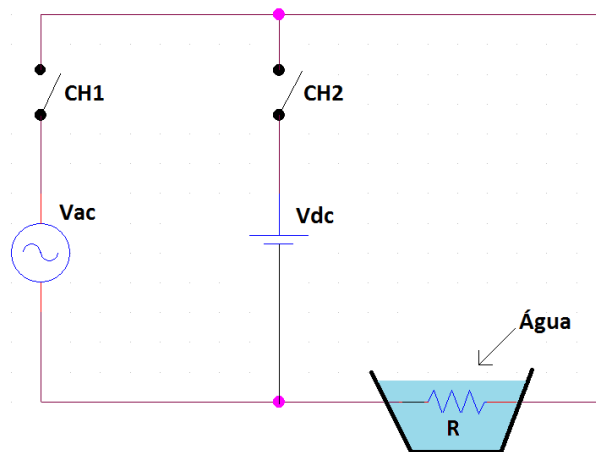


Onde:

$$V_{sen} = 10 \cdot \text{sen}(2 \cdot \pi \cdot 60 \cdot t + 0)$$

Se desejarmos calcular a potência dissipada no resistor de 1K, como devemos fazer?

Como a tensão senoidal é uma tensão variável, para efeito de cálculo não podemos utilizar o valor máximo, 10V, como se fosse constante. Utilizar a tensão média, que na maioria das vezes é zero também não faz sentido. A solução é encontrar um valor de tensão contínua que provoque o mesmo efeito desta tensão alternada sobre a resistência.



O esquema acima ilustra essa situação. A resistência R é utilizada para aquecer a água. Devemos encontrar um valor para a fonte de corrente alternada que provoque o mesmo aquecimento que a fonte de corrente contínua. Ou seja, o aquecimento será o mesmo se ligarmos a chave CH1 ou a chave CH2.

Esse valor é chamado de “Valor Eficaz”. Para corrente alternada senoidal o valor eficaz é calculado da seguinte forma:

$$V_{ef} = \frac{V_{pico}}{\sqrt{2}}$$

Como exemplo vamos considerar uma tensão alternada que varia de -180V à 180V, ou seja 180V de pico. Neste:

$$V_{ef} = \frac{180}{\sqrt{2}}$$

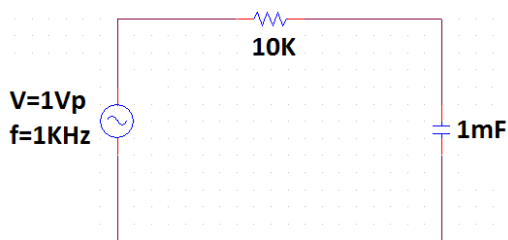
$$V_{ef} = 127,3V$$

Esta é a tensão alternada que chamamos de 127V e temos em nossas casa.

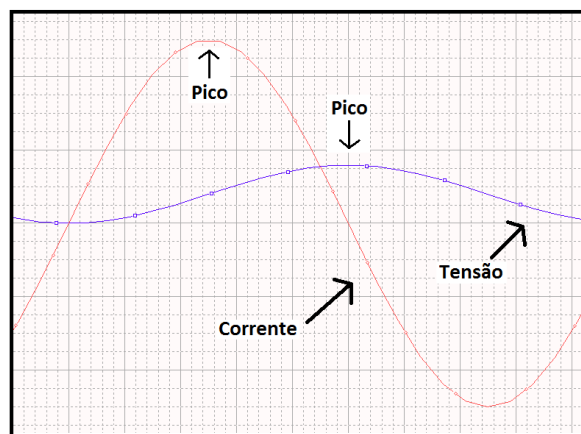
### 3.5) Corrente alternada no capacitor

Como vimos, quando o capacitor está descarregado conduz a corrente elétrica até carregar completamente. No momento inicial o capacitor representa um curto circuito. Como resultado, em um circuito RC com corrente alternada, a **corrente fica adiantada da tensão**. Em cima do capacitor, esta corrente está exatamente 90° defasada da tensão.

Seja o circuito abaixo:



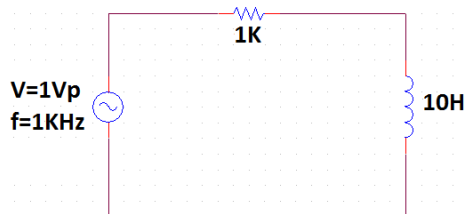
Traçando um gráfico da tensão e da corrente sobre o capacitor temos:



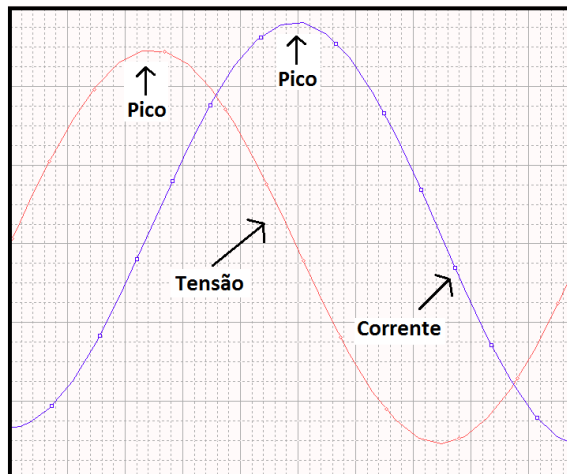
Na imagem anterior, podemos observar que a corrente não está em fase com a tensão no capacitor. É possível observar que no ponto de máxima tensão a corrente passa pelo ponto zero. Isso é totalmente coerente, pois a corrente zera quando o capacitor está totalmente carregado.

### 3.6) Corrente alternada no indutor

Fazendo uma analogia com o capacitor, podemos perceber que o indutor trabalha de forma inversa ao capacitor. No momento em que uma tensão é aplicada no indutor a corrente é zero (neste momento, no capacitor é a máxima). Somente depois de um certo tempo, passa a existir corrente no circuito. Seja o seguinte circuito:



Traçando um gráfico da tensão e da corrente sobre o indutor vamos perceber que a **corrente** **estará 90° atrasada** com relação à tensão:



Como esperado, a máxima tensão ocorre com a corrente em zero.

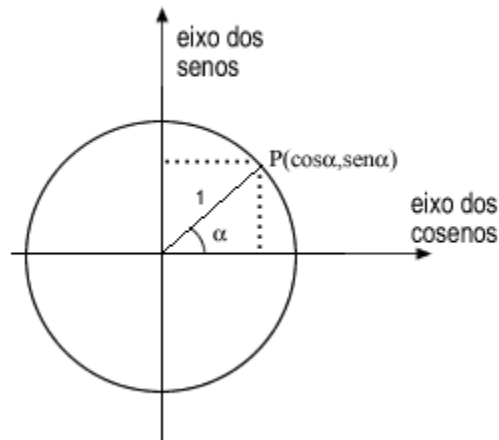
#### Resumindo

No Capacitor	→	Corrente Adiantada 90 °
No Indutor	→	Corrente Atrasada 90°

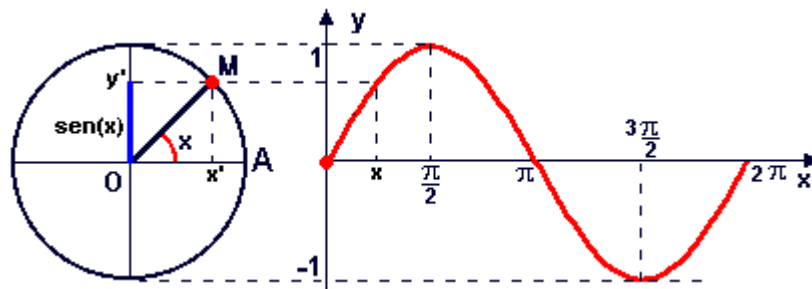
### 3.7) Fasor

Somar e subtrair equações com senos e cossenos em circuitos elétricos além de muitas vezes não ser uma tarefa tão simples toma um certo tempo e dificulta a compreensão do circuito. Uma forma alternativa para resolver problemas em corrente alternada é trabalhar com fasores.

Sabemos que no plano cartesiano, o eixo  $y$  é chamado de eixo dos senos e este valor é determinado pelo ângulo formado entre uma reta de comprimento unitário e o eixo  $x$ .



Se imaginarmos esta reta girando, teremos vários valores de seno variando de -1 à 1, como ilustra a figura abaixo:



Perceba, que está é exatamente nossa onda senoidal. Assim, podemos representar nossa onda com dois valores.

Uma amplitude: que indicará o valor eficaz da tensão ou corrente

Um ângulo: que indicará se a tensão ou corrente está adiantada ou atrasada.

Para transformar um sinal senoidal em fasor devemos observar os seguintes pontos:

- 1) Todas as tensões e correntes devem ser senoidais de mesma frequência
- 2) O valor de pico deve ser transformado em valor eficaz ( dividir por raiz de dois).
- 3) Deve-se adotar um sinal com fase igual a zero como referência.

Exemplo:

$$v = 4 \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + 30^\circ)$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

Perceba que a frequência não importa, porém deve ser a mesma para todas as tensões e correntes.

Transformando os 4V de pico em eficaz temos

$$v = \frac{4}{\sqrt{2}}$$

$$v = 2,828V$$

Assim, nossa representação em fasor será:

$$v = 2,828 \angle 30^\circ$$

### 3.8) Reatância Capacitiva

Em corrente alternada, o capacitor permite a passagem da corrente elétrica pois fica o tempo todo carregando e descarregando. Porém, não é um condutor perfeito e oferece uma certa dificuldade a corrente elétrica. Essa dificuldade é chamada de “**Reatância Capacitiva**” e é calculada por:

$$X_c = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$$

Onde:

$X_c$  = Reatância Capacitiva em Ohms

$f$  = Frequência da corrente ou tensão alternada

$C$  = Capacitância, em Farads

Devemos observar que a reatância varia com a frequência. Para corrente contínua, a frequência é zero e temos  $X_c$  tendendo ao infinito, ou seja, um circuito aberto. Quando a frequência é muito alta, a reatância tende a zero, ou seja um curto circuito.

Além da variação com a frequência, é importante destacar um ponto muito importante:

## O capacitor não dissipa potência

Apesar de ter tensão e corrente, a potência que é absorvida pelo capacitor é devolvida ao circuito.

A representação matemática do capacitor em fasor é:

$$Z = X_c \angle -90^\circ$$

Onde:

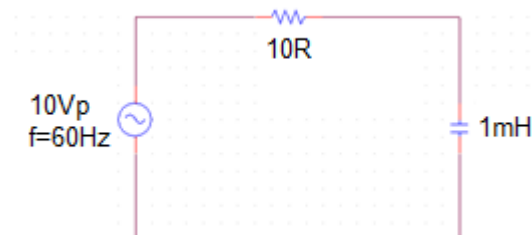
Z = Impedância do circuito

$X_c$  = Reatância capacitiva

A impedância é a dificuldade à passagem da corrente elétrica. A diferença entre impedância e resistência é que a impedância varia com a frequência e a resistência não.

### 3.9) Circuito com capacitores

Considere o circuito RC:



Este circuito é o mesmo utilizado como exemplo no item corrente no capacitor. Calculando a reatância capacitiva temos:

$$X_c = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$$

$$X_c = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 60 \cdot 1 \cdot 10^{-3}}$$

$$X_c = 2,65\Omega$$

Representando em fasor a impedância do capacitor temos:

$$Z = 2,65 \angle -90$$

A resistência não varia com a frequência e não adianta nem atrasa a corrente, desta forma, a **representação da resistência em fasor é:**

$$Z = R \angle 0^\circ$$

No nosso exemplo:

$$Z = 10 \angle 0^\circ$$

Considerando a fonte como referência ( ângulo zero ) temos:

$$V_{ef} = \frac{V_p}{\sqrt{2}}$$

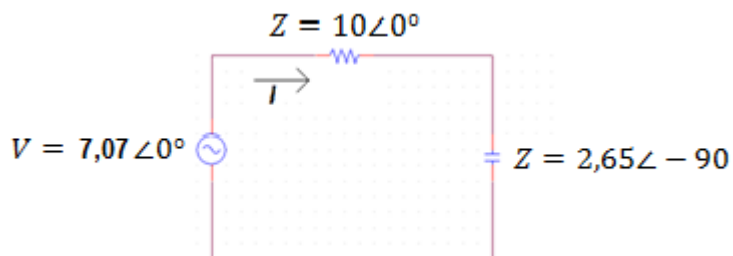
$$V_{ef} = \frac{10}{\sqrt{2}}$$

$$V_{ef} = 7,07V$$

Em fasor:

$$V = 7,07 \angle 0^\circ$$

Assim, nosso circuito em fasor pode ser redesenhado:



A impedância total do circuito segue a lei de Ohms, ou seja, reatâncias em série se somam.

$$Z_{total} = Z_1 + Z_2$$

$$Z_{total} = 10 \angle 0^\circ + 2,65 \angle -90^\circ$$



Como não podemos somar na forma polar, vamos passar para a forma retangular:

$$Z_{total} = 10 + j0 + 0 - j2,65$$

Resolvendo:

$$Z_{total} = 10 - j2,65$$

Retornando para polar:

$$Z_{total} = 10,34 \angle -14,84^\circ$$

Para calcular a corrente do circuito fazemos o mesmo que em corrente contínua.

$$I = \frac{V}{Z}$$

Neste caso, utilizaremos a impedância no lugar da resistência. Assim:

$$I = \frac{7,07 \angle 0^\circ}{10,34 \angle -14,84^\circ}$$

$$I = 0,68 \angle 14,84^\circ A$$

### Interpretando o resultado:

A corrente tem um valor eficaz de 0,68A e está adiantada 14,84° com relação à tensão.

Podemos ainda calcular pela lei de Ohm a tensão em cima do resistor e do capacitor:

No resistor:

$$V = Z.I$$

$$V = 10 \angle 0^\circ . 0,68 \angle 14,84^\circ$$

$$V = 6,8 \angle 14,84^\circ V$$

No capacitor:

$$V = Z.I$$

$$V = 2,65 \angle -90^\circ . 0,96 \angle 14,84^\circ$$

$$V = 1,81 \angle -75,16^\circ V$$

A princípio parece que erramos, pois  $1,81V + 6,8V$  não dá os  $7,07V$  da fonte. Porém, vamos fazer essa operação em fasores:

$$V = 6,8\angle 14,84^\circ + 1,81\angle -75,16^\circ$$

Transformando para a forma retangular:

$$V = 6,57 + j1,74 + 0,46 - j1,74$$

$$V = 7,04 - j0,008$$

Voltando para polar:

$$V = 7,04\angle -6,5^\circ \approx 7,07\angle 0^\circ$$

O pequeno erro de  $0,03V$  e  $6,5^\circ$  se deve aos vários arredondamentos que fizemos.

#### Observação importante

- O Fasor representa a onda senoidal e sempre deve estar na forma polar representando a amplitude e o ângulo da tensão ou corrente. Para resolver matematicamente passamos temporariamente os valores para a forma retangular.
- A soma das tensões e todas as operações devem ser feitas em forma de fasor. Como demonstrado, a soma dos valores eficazes de cada componente não podem ser feita sem o ângulo de fase.

### 3.10) Reatância Indutiva

Em corrente alternada, da mesma forma que o capacitor, o indutor fica o tempo todo carregando e descarregando. No indutor, a dificuldade à passagem da corrente elétrica é chamada de “**Reatância Indutiva**” e é calculada por:

$$X_l = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$$

Onde:

$X_l$  = Reatância Indutiva em Ohms

$f$  = Frequência da corrente ou tensão alternada

$L$  = Indutância, em Henrys (H)

Da mesma forma que o capacitor, a reatância indutiva varia com a frequência. Para corrente contínua, a frequência é zero e temos  $X_L$  tendendo ao zero, ou seja, um curto circuito. Quando a frequência é muito alta, a reatância tende a infinito, ou seja um circuito aberto.

Além da variação da reatância com a frequência como o capacitor,

**O indutor não dissipa potência**

A representação matemática do capacitor em fasor é:

$$Z = X_L \angle 90^\circ$$

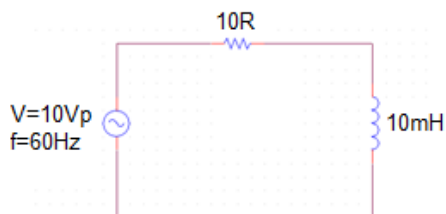
Onde:

$Z$  = Impedância do circuito

$X_L$  = Reatância indutiva

### 3.11) Circuito com Indutores

Considere o seguinte circuito:



Adotando o mesmo raciocínio utilizado para o circuito RC, fazemos:

$$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$$

$$X_L = 2 \cdot \pi \cdot 60 \cdot 10 \cdot 10^{-3}$$

$$X_L = 3,77\Omega$$

$$Z = 3,77 \angle 90^\circ$$

Por definição:

$$V = 10 \angle 0^\circ$$

$$R = 10 \angle 0^\circ$$

Assim, a impedância total pode ser calculada por:

$$Z_{total} = 10\angle 0^\circ + 3,77\angle 90^\circ$$

Passando para retangular, resolvendo e voltando para polar temos:

$$Z_{total} = 10,68\angle 20,65^\circ$$

Assim, a corrente será:

$$I = \frac{10\angle 0^\circ}{10,68\angle 20,65^\circ}$$

$$I = 0,936\angle -20,65^\circ A$$

Perceba que é uma corrente atrasada (sinal negativo no ângulo) em relação à tensão que foi colocada em ângulo zero.

Calculando as tensões temos:

No resistor:

$$V = Z \cdot I$$

$$V = 10\angle 0^\circ \cdot 0,936\angle -20,65^\circ$$

$$V = 9,36\angle -20,65V$$

No capacitor:

$$V = Z \cdot I$$

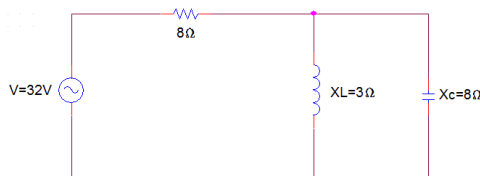
$$V = 3,77\angle 90^\circ \cdot 0,936\angle -20,65^\circ$$

$$V = 3,53\angle 69,35V$$

### 3.12) Circuitos RLC

Circuitos RLC, são circuitos com bobinas, capacitores e resistências. Todas as regras que estudamos em corrente contínua para resistência são válidas, inclusive a de resistência em série e paralelo. A diferença está no fato que devemos utilizar reatâncias e fasores no lugar das resistências.

Exemplo: Calcular a corrente fornecida pela fonte de alimentação no circuito abaixo:



Neste exemplo, as reatâncias já foram calculadas e o valor da tensão é o valor eficaz. Assim na fonte temos:

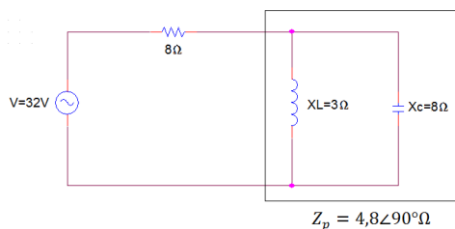
$$V = 32\angle 0^\circ V$$

Fazendo paralelo do indutor com o capacitor temos:

$$\frac{1}{Z_p} = \frac{1}{3\angle 90^\circ} + \frac{1}{8\angle -90^\circ}$$

Calculando temos:

$$Z_p = 4,8\angle 90^\circ \Omega$$



Fazendo agora a impedância em série com a resistência temos:

$$Z_{total} = 4,8\angle 90^\circ + 8\angle 0^\circ$$

Transformando em retangular, somando e voltando para polar:

$$Z_{total} = 9,33\angle 30,96^\circ$$

Sendo esta a impedância vista pela fonte. Resta agora calcular a corrente:

$$I = \frac{10\angle 0^\circ}{9,33\angle 30,96^\circ}$$

$$I = 1,07\angle -30,96^\circ A$$

Portanto a corrente fornecida pela fonte terá um valor de 1,07A com 30,96° adiantada em relação à tensão da fonte.