

Clase # 16

Solución a problemas del transporte.

16-1

Recordemos los procedimientos que habíamos enunciado para hallar una S.B.F inicial.

- Regla de la esquina noroccidental.
- Método de Vogel.
- Método de Russel

16-2

1. Regla de la esquina noroccidental

Se toma la celda para la variable X_{11} (esquina noroccidental) y se asigna el mínimo entre la oferta y la demanda.

Si X_{ij} fue la última V.B seleccionada, la siguiente elección será $X_{i,j+1}$, si quedan recursos en el origen i . De lo contrario se elige $X_{i+1,j}$.

En caso de que se satisfagan simultáneamente la oferta y la demanda se presenta una solución degenerada y se escoge arbitrariamente.

Veamos

16-3

		Destino					Recursos	U_i
		1	2	3	4	5		
Origen	1	16	16	13	22	17	20	60
	2	14	14	13	19	15		
	3	19	19	20	23	M	10	
	4(F)	M	0	M	0	50		
	Demanda	30	20	10	30	50	$Z = 2470 + 10M$	
V_j								

16-4

2. Método de Vogel.

Para cada columna y cada renglón elegible, calcule la diferencia, entendida como la diferencia aritmética entre el menor costo y el que le sigue en orden incremental, en este renglón.

En el renglón o columna, donde exista la mayor diferencia, se selecciona la variable que entra como la de menor costo entre las que quedan. (En caso de empates se elige arbitrariamente).

Veamos

16-5

	Destino					Recursos	Diferencia por renglón	
	1	2	3	4	5			
Origen	1	16	16	13	22	17	50	3
	2	14	14	13	19	15	60	1
	3	19	19	20	23	M	50	0
	4(F)	M	0	M	30	0	<div></div>	0
Demanda		30	20	70	30	60	Seleccionar $X_{44}=30$	
Diferencia por columna		2	14	0	19	15	Eliminar columna 4	

16-6

	Destino				Recursos	Diferencia por renglón	
	1	2	3	5			
Origen	1	16	16	13	17	50	3
	2	14	14	13	15	60	1
	3	19	19	20	M	50	0
	4(F)	M	0	M	20	30	0
Demanda	30	20	70		Seleccionar $X_{45}=20$		
Diferencia por columna	2	14	0	15	Eliminar renglón 4(F)		

16-7

	Destino				Recursos	Diferencia por renglón
	1	2	3	5		
1	16	16	50	17	50	3
Origen 2	14	14	13	15	60	1
3	19	19	20	M	50	0
Demanda	30	20		40	Seleccionar $X_{13}=50$	
Diferencia por columna	2	2	0	2	Eliminar renglón 1	

16-8

	Destino				Recursos	Diferencia por renglón	
	1	2	3	5			
Origen	2	14	14	13	(40)	■	1
	3	19	19	20	M	50	0
Demanda	30	20	20	40	Seleccionar $X_{25}=40$		
Diferencia por columna	5	5	7	(M-15)	Eliminar columna 5		

16-9

	Destino			Recursos	Diferencia por renglón	
	1	2	3			
Origen	2	14	14	(20)	20	1
	3	19	19	20	50	0
Demanda	30	20		Seleccionar $X_{23}=20$		
Diferencia por columna	5	5	(7)	Eliminar renglón 2		

16-10

	Destino			Recursos	Diferencia por renglón
	1	2	3		
Origen 3	30	20	0	50	
Demanda	30	20	0	Seleccionar $X_{31}=30$	
Diferencia por columna				Seleccionar $X_{32}=20$ Seleccionar $X_{33}=0$	

Veamos como quedó la S.B.F Inicial

16-11

16-11

Veamos como quedó la S.B.F Inicial

		Destino					Recur- sos	U _i
		1	2	3	4	5		
Origen	1	16	16	13	22	17	50 60 50 50	
	2	14	14	13	19	15		
	3	19	19	20	23	M		
	4(F)	M	0	M	0	0		
Demanda		30	20	70	30	60	Z=2460	
V _j								

16-12

3. Método de Russel,

Para cada renglón elegible, debe determinarse \bar{U}_i el mayor costo unitario C_{ij} para el renglón seleccionado i.

Para cada columna elegible j, debe determinarse \bar{V}_j el mayor costo unitario de los C_{ij} presentes en esa columna.

Para cada variable X_{ij} , que no haya sido seleccionada en estos renglones o columnas se calcula $D_{ij} = C_{ij} - \bar{U}_i - \bar{V}_j$

La variable que entra es la de mayor valor negativo (en términos absolutos).

Veamos

16-13

Iter	\bar{U}_1	\bar{U}_2	\bar{U}_3	\bar{U}_4	\bar{V}_1	\bar{V}_2	\bar{V}_3	\bar{V}_4	\bar{V}_5	Valor mas negativo D_{ij}	Asignado
1	22	19	M	M	M	19	M	23	M	$D_{45}=-2M$	$X_{45}=50$
2	22	19	M		19	19	20	23	M	$D_{15}=-5-M$	$X_{15}=10$
3	22	19	23		19	19	20	23		$D_{13}=-29$	$X_{13}=40$
4		19	23		19	19	20	23		$D_{23}=-26$	$X_{23}=30$
5		19	23		19	19		23		$D_{21}=-24^*$	$X_{21}=30$
6										Irrelevante	$X_{31}=0$ $X_{22}=20$ $X_{34}=30$ $Z=2570$

* El empate se rompe arbitrariamente

16-14

Después de obtener una S.B.F inicial, se verifica si es óptima mediante la prueba de optimalidad.

16-15

PRUEBA DE OPTIMALIDAD.

•Una S.B.F es óptima si y sólo si $C_{ij} - U_i - V_j \geq 0$ para toda i,j tal que X_{ij} es V.N.B en la iteración actual.

•Como el valor de $C_{ij} - U_i - V_j$ debe ser cero si X_{ij} es V.B, U_i y V_j satisfacen el conjunto de ecuaciones $C_{ij} = U_i + V_j$ para cada (i,j) tal que X_{ij} es básica.

•Como se tienen $m + n - 1$ variables básicas, existirán $m + n - 1$ ecuaciones. Como U_i y V_j son en total $m+n$, una de ellas puede hacerse arbitrariamente cero, y el resultado no se modifica. Se recomienda seleccionar la que tenga el mayor número de asignaciones en un renglón. (hacer $U_1 = 0$)

16-16

Para las V.B.

$$\begin{aligned}
 U_3 = 0 & \longrightarrow U_3 = 0 \\
 U_3 + V_1 = 19 & \longrightarrow V_1 = 19 \\
 U_3 + V_2 = 19 & \longrightarrow V_2 = 19 \\
 U_3 + V_4 = 23 & \longrightarrow V_4 = 23 \\
 U_1 + V_3 = 13 & \longrightarrow U_1 = -5 \\
 U_1 + V_5 = 17 & \longrightarrow V_5 = 22 \\
 U_2 + V_1 = 14 & \longrightarrow U_2 = -5 \\
 U_2 + V_3 = 13 & \longrightarrow V_3 = 18 \\
 U_4 + V_5 = 0 & \longrightarrow U_4 = -22
 \end{aligned}$$

16-17

	Destino					Recursos	U_i
	1	2	3	4	5		
Origen	1	16	16	13	22	17	50
	2	14	14	13	19	15	60
	3	19	19	20	23	M	50
	4(F)	M	0	M	0	0	50
Demanda	30	20	70	30	60	$Z=2570$	
V_j	19	19	18	23	22		

S.B.F inicial obtenida mediante el método de Russel.

16-18

Iteraciones.

Paso 1:

Se determina $C_{ij} - U_i - V_j$ para seleccionar la variable que entra a la base.

$C_{ij} - U_i - V_j$ representa la tasa a la cual cambia la función objetivo si se incrementa la V.N.B X_{ij} .

La que entra debe tener un $C_{ij} - U_i - V_j$ negativo (se elige el más negativo).

Veamos

En este caso entra X_{25}

		Destino					Recur- sos	U _i		
		1	2	3	4	5				
Origen	1	16		16	13		22	17	50	-5
			2		2		40		4	(10)
	2	14		14		13		19	15	60
			(30)		0		(30)		1	(-2)
	3	19		19		20		23	M	50
			0		20		2		(30)	M-22
	4(F)	M		0		M		0		50
			M+3		3		M+4		-1	(50)
Demanda		30		20		70		30		60
V _i		19		19		18		23		22
Z =2570										

16-20

Iteraciones.

Paso 2:

Al incrementar el valor de una variable (entrarla a la base), se genera una reacción en cadena, de forma tal que se sigan satisfaciendo las restricciones.

La primera V.B que disminuya su valor hasta cero será la variable que sale.

sigue

16-21

Solamente existe una reacción en cadena que incluye a la V.B entrante, y algunas V.B actuales.

Existen celdas donadoras y celdas receptoras. Luego para saber en cuanto se puede incrementar la V.B entrante, se escoge el menor valor entre las celdas donadoras y esta es la que sale de la base (en caso de empates se elige arbitrariamente).

Veamos

16-22

La variable de la celda donadora (1,5) sale de la base

		Destino					Recur- sos	U _i		
		1	2	3	4	5				
Origen	1	16	2	16	13	22	17	50	-5	
	2	14	30	14	0	13	19	15	60	-5
	3	19	0	19	20	23	M	M-22	50	0
	4(F)	M	M+3	0	3	M+4	0	-1	50	-22
Demanda		30	20	70	30	60				
V _j		19	19	18	23	22				

16-23

Iteraciones.

Paso 3:

La nueva S.B.F se identifica, sumando el valor (antes de los cambios) de la V.B que sale a las asignaciones de cada celda receptora, y restando esta misma cantidad de las asignaciones de cada celda donadora.

$$DZ = 10(15 - 17 + 13 - 17) = 10(-2) = -20$$

$$Z = 2570 - 20 = 2550$$

sigue

16-24

Para determinar si la solución es óptima, se debe calcular nuevamente U_i y V_j , y luego para cada V.N.B, $C_{ij} - U_i - V_j$.

Se detiene cuando todos los $C_{ij} - U_i - V_j$ para las V.N.B sean positivos.

Veamos

La variable de la celda donadora (3,4) sale de la base

		Destino					Recur- sos	U _i	
		1	2	3	4	5			
Origen	1	16	2	16	13	22	17	50	0
	2	14	14	13	19	15	40	60	0
	3	19	19	20	23	M	M-20	50	5
	4(F)	M	M+1	1	M+2	30	20	50	-15
Demanda		30	20	70	30	60	Z = ?		
V _j		14	14	13	18	15			

La solución al problema será

- ▶ Berdoo : 50 unidades desde el río Calorie.
- ▶ Los Devils: 50 unidades desde el río Colombo y 20 desde el río Sacron.
- ▶ San Go : 30 unidades ficticias.
- ▶ Hollyglass: 40 unidades desde el río Sacron y 20 unidades ficticias.

El resumen del método es:

- ▶ Inicialización.
- ▶ Prueba de optimalidad.
- Iteración
 - Paso 1
 - Paso 2
 - Paso 3