

Clase # 14

## El problema del Transporte

• Un tipo particular de problema en la P.L., es el denominado problema del transporte.

• En muchas aplicaciones se debe determinar la manera óptima de transportar bienes.

• Sin embargo, algunas de sus aplicaciones más importantes (como la programación de la producción) no tienen que ver nada con el transporte.

→ Veamos un ejemplo

Uno de los productos más importantes de la P & T Company son los chicharos enlatados. Los chicharos se preparan en 3 enlatadoras:

- Bellingham ( Washington).
- Eugene ( Oregon).
- Albert Lea ( Minessota ).

Luego se mandan por camión a 4 almacenes de distribución:

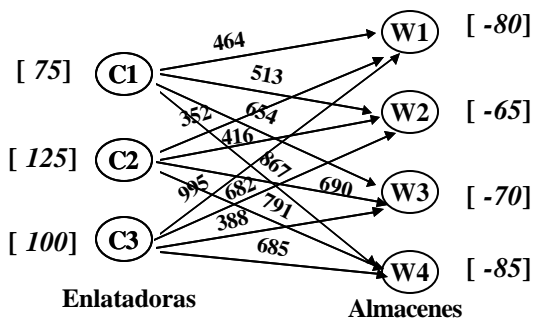
- Sacramento ( California).
- Salt Lake City ( Utah).
- Rapid City ( South Dakota).
- Alburquerque ( Nuevo México).

→ sigue

Los costos de embarque constituyen un gasto importante. Veamos estos en la siguiente tabla:

	Costo de embarque (\$ x carga				Producción
	Almacén				
	1	2	3	4	
1	464	513	654	867	75
Enlatadora 2	352	416	690	791	125
3	995	682	388	685	100
Asignación	80	65	70	85	

Veamos una representación en red del problema



Formulemos el anterior problema.

### • Variables de decisión.

$X_{ij}$  : Número de cargas de camión que se mandan de la enlatadora  $i$  al almacén  $j$ . [carga]

$i = 1,2,3.$   $j=1,2,3,4.$

• Medida de la eficiencia (función objetivo)

$Z$  : Costo total de transporte (en miles de Dólares).

$$\text{Min } Z = 464X_{11} + 513X_{12} + 654X_{13} + 867X_{14} + 352X_{21} + 416X_{22} + 690X_{23} + 792X_{24} + 995X_{31} + 682X_{32} + 388X_{33} + 685X_{34}$$

$$[\text{US\$}/\text{carga}] * [\text{carga}] = [\text{US\$}]$$

14-7

• Restricciones. [ carga]

De producción

(enlatadoras):

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} = 75$$

$$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} = 125$$

$$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} = 100$$

De Demanda

(almacenes):

$$X_{11} + X_{21} + X_{31} = 80$$

$$X_{12} + X_{22} + X_{32} = 65$$

$$X_{13} + X_{23} + X_{33} = 70$$

$$X_{14} + X_{24} + X_{34} = 85$$

De no negatividad

$$X_{ij} \geq 0$$

14-8

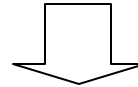
El problema del transporte se refiere a la distribución de cualquier bien, desde cualquier grupo de centros de abastecimiento, llamados *orígenes (ofertas)*, a cualquier grupo de centros de recepción llamados *destinos (demandas)*.

$i = 1, 2, \dots, m.$   $\longrightarrow$  Se dispone de  $s_i$  unidades para distribuir

$j = 1, 2, \dots, n.$   $\longrightarrow$  Se tiene una demanda de  $d_j$  unidades

14-9

Se debe hacer una suposición importante.



El costo de distribución  $c_{ij}$  desde el origen  $i$  hasta el destino  $j$  es directamente proporcional a la cantidad distribuida

14-10

La forma genérica del problema del transporte es:

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} X_{ij}$$

s.a

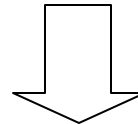
$$\sum_{j=1}^n X_{ij} = s_i \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, m.$$

$$\sum_{i=1}^m X_{ij} = d_j \quad \text{para } j = 1, 2, \dots, n.$$

$$X_{ij} \geq 0 \text{ para toda } i, j$$

14-11

Además todos los problemas del transporte cumplen con la propiedad



Si  $s_i$  y  $d_j$  son enteros positivos, toda solución básica factible tiene valores enteros.

14-12

### Propiedad de soluciones factibles.

Para que el problema del transporte tenga soluciones factibles, debe cumplirse:

$$\sum_{i=1}^m s_i = \sum_{j=1}^n d_j$$

Esto se puede verificar dado que

$$\sum_{i=1}^m s_i \text{ y } \sum_{j=1}^n d_j = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n X_{ij}$$

14-12

### ¿Que pasa si esto no se cumple?



☺ Si la oferta excede la demanda se introduce un nodo ficticio de demanda.

☺ Si la demanda excede la oferta se introduce un nodo ficticio de oferta.

Así se garantiza la propiedad de soluciones factibles.

14-13

### Ejemplo - Programación de la producción.

La Northern Airplane CO. construye aviones comerciales para varias líneas en todo el mundo. La última etapa del proceso de producción consiste en fabricar los motores de turbina e instalarlos.

Se debe programar la producción para los próximos 4 meses. En cada mes, teniendo en cuenta que las instalaciones disponibles limitan el número de motores que se pueden fabricar, debe cumplirse con unas demandas.

Veamos la tabla

14-15

Mes	Instalaciones programadas	Producción Máxima	Costo unitario producción	Costo unitario almacenaje
1	10	25	1.08	0.015
2	15	35	1.11	0.015
3	25	30	1.10	0.015
4	20	10	1.13	

El gerente de producción quiere calcular la programación del número de motores, que se deben fabricar en cada uno de los 4 meses, de manera que se minimicen los costos totales de producción y almacenaje

14-16

Formulemos el problema anterior.

### • Variables de decisión.

$X_{ij}$  : Número de motores producidos en el mes  $i$  y se ensamblan al avión en el mes  $j$ . [motores]

$c_{ij}$  : Costo asociado con cada unidad de  $X_{ij}$   
 $i = 1, 2, 3, 4. \quad j = 1, 2, 3, 4.$

sigue

14-17

$$C_{ij} = \begin{cases} \text{costo por unidad de producción y cualquier almacenaje si } i \leq j \\ ? & \text{si } i > j \end{cases}$$

$$s_i = ?$$

$d_j$  = Número de instalaciones programadas en el mes  $j$

Como es imposible producir motores en un mes determinado para instalarlos en el mes anterior  $X_{ij}$  debe ser cero para  $i > j$ .

14-18

	Costo por unidad distribuida				Recursos
	Destino				
	1	2	3	4	
Origen	1.080	1.095	1.110	1.125	?
	?	1.110	1.125	1.140	?
	?	?	1.100	1.115	?
	?	?	?	1.130	?
Demanda	10	15	25	20	

Podemos usar el método de la M grande para hallar estos costos, para forzar que sean cero en la solución final.

	Costo por unidad distribuida				Recursos
	Destino				
	1	2	3	4	
Origen	1.080	1.095	1.110	1.125	?
	M	1.110	1.125	1.140	?
	M	M	1.100	1.115	?
	M	M	M	1.130	?
Demanda	10	15	25	20	

Aunque las restricciones sobre el abastecimiento no estén presentes en forma usual, están en forma de cotas superiores.

$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} \leq 25$	$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} \leq 30$
$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} \leq 35$	$X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} \leq 10$

Para convertir las desigualdades en ecuaciones, introducimos destinos ficticios (se asumen cero), que representan la capacidad de producción no utilizada en cada mes. Como la demanda en el destino ficticio es la capacidad total no utilizada, esta demanda es:

$$(25+35+30+10) - (10+15+25+20) = 30$$

Incluida esta demanda, la suma de los recursos debe ser igual a la suma de las demandas.

Los costos asociados con el destino ficticio deben ser cero.

	Costo por unidad distribuida					Recursos
	Destino					
	1	2	3	4	5(F)	
Origen	1.080	1.095	1.110	1.125	0	25
	M	1.110	1.125	1.140	0	35
	M	M	1.100	1.115	0	30
	M	M	M	1.130	0	10
Demanda	10	15	25	20	30	