Tarea 6: Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

I. Preguntas

1. Por lo regular, a que **variables** hacen referencia las ecuaciones diferencias que encontramos en ingeniería.
2. ¿Qué es una **ecuación diferencial ordinaria**?
3. ¿Cómo se **clasifican** las ecuaciones diferenciales ordinarias?
4. ¿Cómo es la **solución** de una ecuación diferencial?
5. En que consiste el **algoritmo de Taylor** para encontrar la solución a ecuaciones diferenciales ordinarias.
6. Describa el **método de Euler** para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden.
7. En que consiste el **método de Euler-Gauss** para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden.
8. En que consiste el **método de Runge-Kutta de orden 2** para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden.
9. En que consiste el **método de Runge-Kutta de orden 4** para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden.
10. En que consiste el **método de Runge-Kutta-Fehlberg** para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden.

II. Ejercicios

1. Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales ordinarias por los métodos de:

   a. Taylor
   b. Euler
   c. Euler-Gauss
   d. Runge-Kutta de orden 2
   e. Runge-Kutta de orden 4
   f. Runge-Kutta-Fehlberg

a) $y' - xy = e^x$ $\quad 0 \le x \le 1.4$ para $y(1) = 1$ y $h = 0.20$

b) $y' = -xy + 4x / y$ $\quad 0.5 \le x \le 2$ para $y(0) = 1$ y $h = 0.25$

c) $y' = te^{3t} - 2y$ $\quad 0 \le t \le 1$ para $y(0) = 0$ y $h = 0.2$

d) $y' = 1 + (t - y)^2$ $\quad 2 \le t \le 3$ para $y(2) = 1$ y $h = 0.25$

e) $y' = 1 + y / t$ $\quad 1 \le t \le 2$ para $y(1) = 2$ y $h = 0.2$

f) $y' = \cos 2t + \operatorname{sen} 3t$ $\quad 0 \le t \le 1$ para $y(0) = 1$ y $h = 0.1$

III. Programas

1. Realice un programa para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias por el **método de Euler**.

2. Realice un programa para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias por el **método de Euler-Gauss**.

3. Realice un programa para **resolver ecuaciones diferenciales ordinarias** por el los métodos de:

a) Runge-Kutta de orden 2
b) Runge-Kutta de orden 4
c) Runge-Kutta-Fehlberg

IV. Problemas

1. Un **proyectil** de masa **m = 0.11kg** es lanzado verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial **v(0) = 8m/s**, disminuye su velocidad por efecto de la fuerza de gravedad **F_g = -m g** y por la resistencia del aire **F_r = K_v |v|**; donde **g = 9.8m/s^2** y **K_v = 0.002Kg/m**. La ecuación diferencial de la velocidad **v** esta dada por **m v´ = -m g – k_v |v|**. Calcule la velocidad después de **0.1, 0.2, 0.3,…,1.0s**.

2. Fluye el agua de un **tanque cónico invertido** provisto de un orifico circular, con una velocidad **dx / dt = -0.6 p r^2 Ö (2 g) Ö (x) / A(x)**, donde **r** es el radio del orificio, **x** es la altura del nivel del líquido medido después del vértice del cono y **A(x)** es el área de la sección transversal del tanque a **x** unidades arriba del orificio. Suponga que **r = 0.1 pies**, **g = 32.1 pies/s^2** y que el tanque tiene un nivel inicial de agua de **8 pies** y un volumen inicial de **512 (p / 3) $pies^3$**. Calcule el nivel del agua después de **10 minutos** con **h = 20s**.

3. Un circuito eléctrico consiste en un capacitor de **C = 1.1Fd**, que está en serie con un resistor de **R_0 = 2.1W**. Se aplica un voltaje **v(t) = 110 sen t** en **t = 0**. Cuando el **resistor se calienta**, la resistencia se transforma en una función de corriente **i**: **R(t) = R_0 + Ki**, donde **K = 0.9** y la ecuación diferencial de **i(t)** se convierte en:

$$(1+\frac{2K}{R_o}i)\frac{di}{dt}+\frac{1}{R_0C}i=\frac{1}{R_oC}\frac{dv}{dt}$$

Calcule **i(2)**, suponiendo que **i(0) = 0**.

4. Sea **P(t)** el **número de individuos** de una población en el **tiempo t**, medido en años. Sí la tasa de **natalidad** promedio **b** es constante y la tasa de **mortalidad** promedio **d** es proporcional al tamaño de la población (debido a la sobrepoblación), entonces la tasa de **crecimiento demográfico** estará dada por la ecuación logística:

$$\frac{dP(t)}{dt}=bP(t)-K\left[P(t)\right]^2$$

Donde **d = K P(t)**. Suponga que **P(0) = 50,976**; **b = 2.9x10^{-2}** y **K = 1.4x10^{-7}**. Calcule la población después de cinco años.