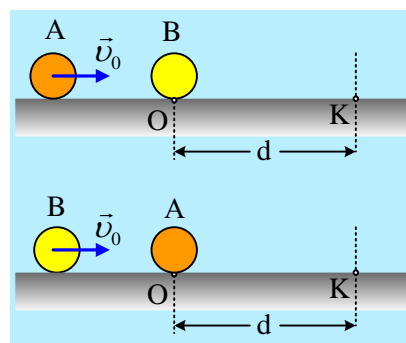


Δυο ελαστικές κρούσεις

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο κινείται μια σφαίρα Α μάζας m_1 με ταχύτητα \vec{v}_0 και σε μια στιγμή $t_0=0$ συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με δεύτερη σφαίρα Β, μάζας $m_2=1\text{kg}$ και ίσης ακτίνας, η οποία είναι ακίνητη στη θέση Ο. Οι δυο σφαίρες περνούν από τη θέση Κ, σε απόσταση d τις χρονικές στιγμές 1s και 4s.



- i) Ποια σφαίρα έχει μεγαλύτερη μάζα και σε ποια σφαίρα αντιστοιχούν οι παραπάνω χρονικές στιγμές;
- ii) Να βρεθεί η μάζα m_1 της σφαίρας Α.
- iii) Αν επαναλάβουμε το πείραμα, αντιστρέφοντας τους ρόλους των δύο σφαιρών, όπως στο 2ο σχήμα, να υπολογιστεί σε πόσο χρόνο η Α σφαίρα να φτάσει στη θέση Κ. Ποια θα είναι τότε η απόσταση D των δύο σφαιρών, σε σχέση με την απόσταση d ;

Απάντηση:

- i) Οι ταχύτητες v_1 και v_2 των δύο σφαιρών μετά την κρούση, δίνονται από τις εξισώσεις:

$$v_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_0 \quad (1) \quad v_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_0 \quad (2)$$

Αφού και η Α σφαίρα φτάνει στο σημείο Κ, μετά την κρούση, σημαίνει ότι κινήθηκε προς τα δεξιά, στην ίδια κατεύθυνση με την ταχύτητα \vec{v}_0 . Αλλά τότε από την (1), έχουμε ότι:

$$m_1 - m_2 > 0 \quad \text{ή} \quad m_1 > m_2.$$

Αλλά τη στιγμή που τελειώνει η κρούση η σφαίρα Β έχει μεγαλύτερη ταχύτητα (διαφορετικά ή θα έπρεπε η Α σφαίρα να περάσει μέσα από την Β ή να έχουμε κοινή ταχύτητα, πλαστική κρούση), συνεπώς θα φτάσει πρώτη στο Κ. Αλλά τότε για τις χρονικές στιγμές θα ισχύει $t_1 > t_2$, οπότε $t_1=4\text{s}$ και $t_2=1\text{s}$.

- ii) Για την απόσταση d μεταξύ Ο και Κ, ισχύουν:

$$d = v_1 \cdot t_1 \quad \text{και} \quad d = v_2 \cdot t_2 \rightarrow v_1 \cdot t_1 = v_2 \cdot t_2 \rightarrow v_2 = 4v_1$$

Έτσι από τις εξισώσεις (1) και (2) παίρνουμε:

$$\frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_0 = 4 \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_0 \rightarrow 2m_1 = 4m_1 - 4m_2 \rightarrow m_1 = 2m_2 = 2\text{kg}$$

- iii) Οι ταχύτητες των δύο σφαιρών τώρα μετά την κρούση, δίνονται από τις εξισώσεις:

$$v'_1 = \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_0 \quad (1\alpha) \quad v'_2 = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_0 \quad (2\alpha)$$

Με αντικατάσταση των μαζών των δύο σφαιρών, βρίσκουμε:

$$v'_1 = \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_0 = \frac{2 \cdot 1}{2 + 1} v_0 = \frac{2}{3} v_0 \quad (1\beta)$$

$$v'_2 = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_0 = \frac{1 - 2}{2 + 1} v_0 = -\frac{1}{3} v_0 \quad (2\beta)$$

Ενώ η ταχύτητα της Α σφαίρας, μετά την πρώτη κρούση ήταν ίση με:

$$v_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_0 = \frac{2 - 1}{2 + 1} v_0 = \frac{1}{3} v_0$$

Αλλά τότε η σφαίρα Α θα φτάσει στο σημείο Κ σε χρονικό διάστημα:

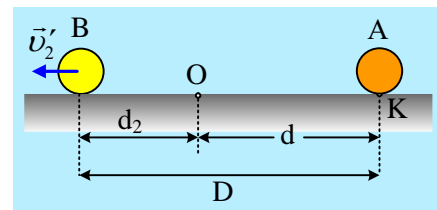
$$d = v'_1 \cdot \Delta t_1 \rightarrow \Delta t_1 = \frac{d}{v'_1} = \frac{v_0/3 \cdot t_1}{2v_0/3} = \frac{t_1}{2} = 2s$$

Οπότε η μετατόπιση της Β σφαίρας, στον ίδιο χρόνο είναι ίση:

$$\Delta x_2 = d_2 = v'_2 \cdot \Delta t_1 = -\frac{1}{3} v_0 \cdot \Delta t_1 = -\frac{d}{2}$$

Συνεπώς η απόσταση μεταξύ των δύο σφαιρών, με βάση και το διπλανό σχήμα είναι ίση:

$$D = d + d_2 = 1,5d$$



dmargaris@gmail.com