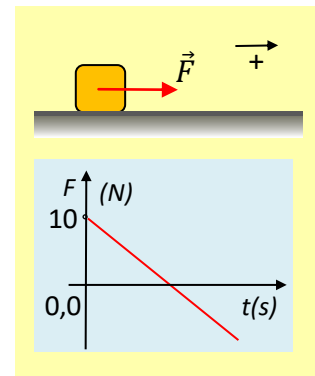


Η τριβή με την επίδραση μεταβλητής δύναμης.

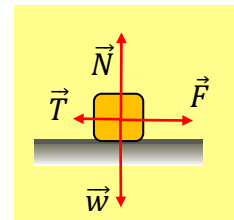
Ένα σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή $t=0$ δέχεται την επίδραση μεταβλητής οριζόντιας δύναμης F , όπου η αλγεβρικής της τιμή μεταβάλλεται όπως στο σχήμα, με εξίσωση $F=10-3t$ (μονάδες στο S.I.). Το σώμα αποκτά αρχική επιτάχυνση $\alpha_0=3\text{m/s}^2$ και κινείται προς τα δεξιά.



- i) Να υπολογιστεί η τριβή ολίσθησης που ασκείται στο σώμα και ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και επιπέδου.
 - ii) Ποια η επιτάχυνση του σώματος τη στιγμή μηδενισμού της δύναμης F ;
 - iii) Αφού κάνετε το διάγραμμα της επιτάχυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο $a=f(t)$, να αποδείξετε ότι η ταχύτητα του σώματος μηδενίζεται τη χρονική στιγμή $t_2=4\text{s}$.
 - iv) Να υπολογιστούν τα μέτρα των οριζόντιων δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα, τη χρονική στιγμή $t_3=4,2\text{s}$.
 - v) Ποια χρονική στιγμή το σώμα, θα αρχίσει να κινείται προς τα αριστερά;
- Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

Απάντηση:

- i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, μόλις δεχτεί την άσκηση της δύναμης F , όπου T η τριβή ολίσθησης. Από τον θεμελιώδη νόμο της δυναμικής παίρνουμε για τη στιγμή $t=t_0^+$ (αμέσως μετά την άσκηση της δύναμης):



$$\Sigma F_x = ma \quad (1)$$

$$F - T = ma \rightarrow T = F - ma \quad \xrightarrow{t=0}$$

$$T = 10\text{N} - 2\text{kg} \cdot 3\text{m/s}^2 = 4\text{N}$$

Όμως από την ισορροπία στην κατακόρυφη διεύθυνση, παίρνουμε $\Sigma F_y = 0 \rightarrow N = mg = 20\text{N}$ οπότε:

$$T = \mu N \rightarrow \mu = \frac{T}{N} = \frac{4\text{N}}{20\text{N}} = 0,2$$

- ii) Τη στιγμή t_1 που μηδενίζεται η δύναμη F , (όπου $F = 10 - 3t \rightarrow 0 = 10 - 3t_1 \rightarrow t_1 = 10/3\text{ s}$), από την εξίσωση (1) θα πάρουμε:

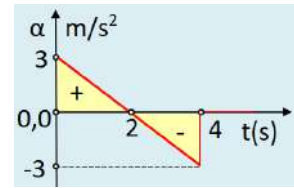
$$-T = ma_1 \rightarrow a_1 = \frac{-T}{m} = \frac{-4\text{N}}{2\text{kg}} = -2\text{m/s}^2$$

- iii) Ξανά από την εξίσωση (1) με αντικατάσταση της δύναμης παίρνουμε:

$$F - T = m\alpha \xrightarrow{(S.I.)}$$

$$10 - 3t - 4 = 2\alpha \rightarrow \alpha = 3 - 1,5t \quad (S.I.)$$

Η γραφική παράσταση της παραπάνω συνάρτησης είναι μια ευθεία, όπως στο διπλανό σχήμα. Το εμβαδόν των δύο κίτρινων τριγώνων του σχήματος, είναι αριθμητικά ίσο με την μεταβολή της ταχύτητας στο χρονικό διάστημα 0-4s, συνεπώς:



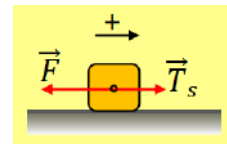
$$\Delta v = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 \text{ m/s} + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (-3) \text{ m/s} = 0 \rightarrow$$

$$v_2 - v_0 = 0 \xrightarrow{v_0=0} v_2 = 0$$

iv) Τη χρονική στιγμή t_3 η δύναμη είναι ίση:

$$F_3 = 10 - 3t_3 = 10 \text{ N} - 3 \cdot 4,2 \text{ N} = -2,6 \text{ N}$$

Το αποτέλεσμα που βρήκαμε μας λέει ότι η δύναμη έχει φορά προς τα αριστερά, πράγμα που σημαίνει ότι το σώμα, η ταχύτητα του οποίου είναι μηδενική, τείνει να κινηθεί προς τα αριστερά, ενώ το μέτρο της 2,6N είναι μικρότερο από τα 4N, το μέτρο της τριβής ολίσθησης και μέτρο της οριακής τριβής. Συνεπώς το σώμα ισορροπεί και η ασκούμενη τριβή έχει την κατεύθυνση του σχήματος με μέτρο $T_s = 2,6 \text{ N}$.



v) Με βάση το διάγραμμα της δύναμης, βλέπουμε ότι τη στιγμή 10/3 s η δύναμη αλλάζει κατεύθυνση, έχοντας φορά προς τα αριστερά, ενώ το μέτρο της αυξάνεται, ενώ το σώμα έχει σταματήσει να κινείται τη στιγμή $t_2 = 4 \text{ s}$. Αλλά αφού αυξάνεται το μέτρο της δύναμης κάποια στιγμή t_4 το μέτρο της δύναμης θα γίνει ίσο με 4N, άρα $F = -4 \text{ N}$, οπότε η στατική τριβή θα μετατραπεί σε τριβή ολίσθησης και το σώμα θα επιταχυνθεί προς τα αριστερά:

$$F_4 = 10 - 3t_4 \xrightarrow{(S.I.)}$$

$$-4 = 10 - 3t_4 \rightarrow 3t_4 = 14 \rightarrow t_4 = \frac{14}{3} \text{ s} \approx 4,7 \text{ s}$$

dmargaris@gmail.com