RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS - SOLUCIONES

4 **Una persona de 1,78 m de estatura proyecta una sombra de 66 cm, y en ese momento un árbol da una sombra de 2,3 m.**

a) ¿Qué ángulo forman los rayos del Sol con la horizontal?

b) ¿Cuál es la altura del árbol?

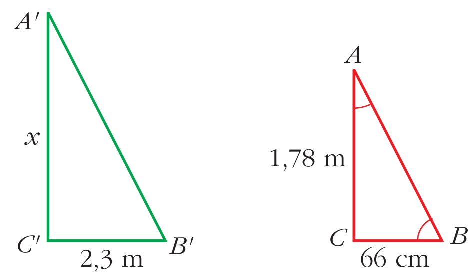
a) $tg\ \hat{B} = \dfrac{178}{66} = 2,\widehat{69} \ \rightarrow$

$\rightarrow\ B = 69°\ 39'\ 21,2''$

b) $\hat{B}' = \hat{B}$, luego:

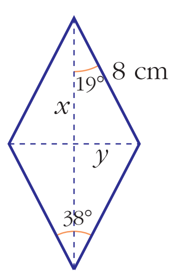
$tg\ \hat{B}' = \dfrac{x}{2,3} \ \rightarrow$

$\rightarrow\ x = 2,3 \cdot tg\ \hat{B}' = 6,2\widehat{03}$ m



6 **El lado de un rombo mide 8 cm y el ángulo menor es de 38º.**

¿Cuánto miden las diagonales del rombo?



$sen\ 19° = \dfrac{y}{8} \ \rightarrow\ \hat{y} = 8 \cdot sen\ 19° = 2,6 \text{ cm} \ \rightarrow\ \hat{d} = 5,2 \text{ cm}$

$cos\ 38° = \dfrac{x}{8} \ \rightarrow\ \hat{x} = 8 \cdot cos\ 19° = 7,6 \text{ cm} \ \rightarrow\ \hat{D} = 15,2 \text{ cm}$

8 **Resuelve los siguientes triángulos:**

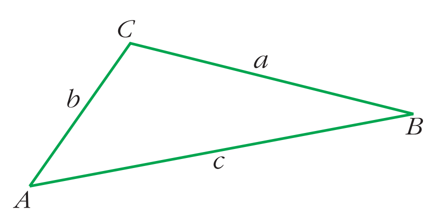
a) ***a*** **= 100 m**	$\hat{B}$ **= 47º**	$\hat{C}$ **= 63º**	**b)** ***a*** **= 70 m**	***b*** **= 55 m**	$\hat{C}$ **= 73º**
c) ***a*** **= 100 m**	***b*** **= 185 m**	***c*** **= 150 m**	**d)** ***b*** **= 6 m**	***c*** **= 8 m**	$\hat{C}$ **= 57º**

a) • $\hat{A} = 180° - (\hat{B} + \hat{C}) = 70°$

• $\dfrac{a}{sen\ \hat{A}} = \dfrac{b}{sen\ \hat{B}} \ \rightarrow$

$\rightarrow\ \dfrac{100}{sen\ 70°} = \dfrac{b}{sen\ 47°} \ \rightarrow$

$\rightarrow\ b = \dfrac{100 \cdot sen\ 47°}{sen\ 70°} = 77,83$ m



• $\dfrac{100}{sen\ 70°} = \dfrac{c}{sen\ 63°} \ \rightarrow\ c = \dfrac{100 \cdot sen\ 63°}{sen\ 70°} = 94,82$ m

b) • $c^2 = 70^2 + 55^2 - 2 \cdot 70 \cdot 55 \cdot cos\ 73° = 5\,673,74 \ \rightarrow\ c = 75,3$ m

• $70^2 = 55^2 + 75,3^2 - 2 \cdot 55 \cdot 75,3 \cdot cos\ \hat{A} \ \rightarrow$

$\rightarrow\ cos\ \hat{A} = \dfrac{55^2 + 75,3^2 - 70^2}{2 \cdot 55 \cdot 75,3} = 0,4582 \ \rightarrow\ A = 62°\ 43'\ 49,4''$

• $\hat{B} = 180° - (\hat{A} + \hat{C}) = 44°\ 16'\ 10,6''$

c) • $cos\ \hat{A} = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \dfrac{185^2 + 150^2 - 100^2}{2 \cdot 185 \cdot 150} = 0,84189 \rightarrow A = 32° \ 39' \ 34,4''$

• $cos\ \hat{B} = \dfrac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \dfrac{100^2 + 150^2 - 185^2}{2 \cdot 100 \cdot 150} = -0,0575 \rightarrow B = 93° \ 17' \ 46,7''$

• $\hat{C} = 180° - (\hat{A} + \hat{B}) = 54° \ 2' \ 38,9''$

d) • $\dfrac{8}{sen\ 57°} = \dfrac{6}{sen\ \hat{B}} \rightarrow sen\ \hat{B} = \dfrac{6 \cdot sen\ 57°}{8} = 0,6290 \rightarrow$

$\rightarrow \begin{cases} \hat{B}_1 = 38° \ 58' \ 35,7'' \\ \hat{B}_2 = 141° \ 1' \ 24,3'' \end{cases}$

La solución B_2 no es válida, pues $\hat{C} + \hat{B}_2 > 180°$.

• $\hat{A} = 180° - (\hat{B} + \hat{C}) = 84° \ 1' \ 24,3''$

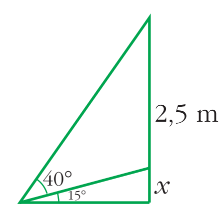
• $\dfrac{8}{sen\ 57°} = \dfrac{a}{sen\ \hat{A}} \rightarrow a = \dfrac{8 \cdot sen\ \hat{A}}{sen\ 57°} = 9,5 \text{ m}$

16 **Una estatua de 2,5 m está colocada sobre un pedestal. Desde un punto del suelo se ve el pedestal bajo un ángulo de 15º y la estatua bajo un ángulo de 40º. Calcula la altura del pedestal.**

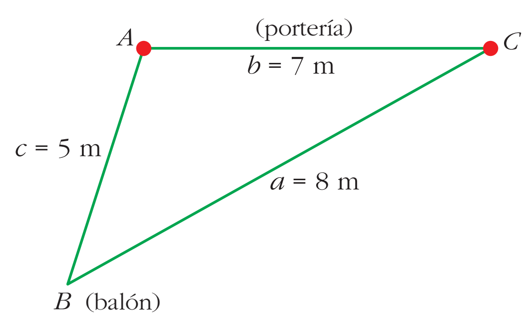
$$\left.\begin{array}{l} tg\ 15° = \dfrac{x}{y} \rightarrow y = \dfrac{x}{tg\ 15°} \\ tg\ 55° = \dfrac{2,5 + x}{y} \rightarrow y = \dfrac{2,5 + x}{tg\ 55°} \end{array}\right\} \rightarrow \dfrac{x}{tg\ 15°} = \dfrac{2,5 + x}{tg\ 55°} \rightarrow$$

$\rightarrow x\ tg\ 55° = 2,5\ tg\ 15° + x\ tg\ 15° \rightarrow$

$\rightarrow x = \dfrac{2,5 \cdot tg\ 15°}{tg\ 55° - tg\ 15°} = 0,58 \text{ m}$ (el pedestal)



23 **En un entrenamiento de fútbol se coloca el balón en un punto situado a 5 m y 8 m de cada uno de los postes de la portería, cuyo ancho es de 7 m. ¿Bajo qué ángulo se ve la portería desde ese punto?**

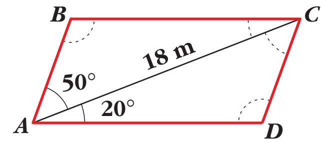


Aplicando el teorema del coseno:

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot cos\ \hat{B} \rightarrow$

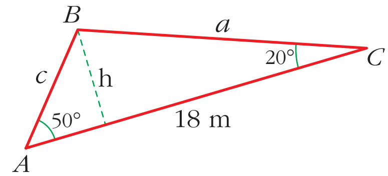
$\rightarrow cos\ \hat{B} = \dfrac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \dfrac{8^2 + 5^2 - 7^2}{2 \cdot 8 \cdot 5} = 0,5 \rightarrow B = 60$

24 **Calcula el área y las longitudes de los lados y de la otra diagonal del paralelogramo de la figura.**



- Los dos triángulos en que la diagonal divide al paralelogramo son iguales.

  Luego bastará resolver uno de ellos para calcular los lados:



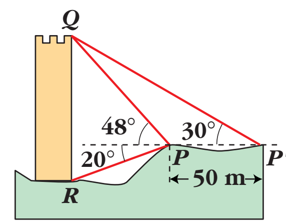
$\hat{B} = 180° - (\hat{A} + \hat{C}) = 110°$

$$\frac{a}{sen\ 50°} = \frac{18}{sen\ 110°} \rightarrow a = \frac{18 \cdot sen\ 50°}{sen\ 110°} = 14{,}7 \text{ m}$$

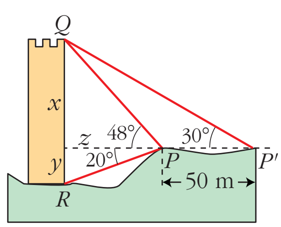
$$\frac{c}{sen\ 20°} = \frac{18}{sen\ 110°} \rightarrow c = \frac{18 \cdot sen\ 20°}{sen\ 110°} = 6{,}6 \text{ m}$$

Así: $\overline{AB} = \overline{CD} = c = 6{,}6$ m $\qquad \overline{BC} = \overline{AD} = a = 14{,}7$ m

30 **Halla la altura de la torre QR de pie inaccesible y más bajo que el punto de observación, con los datos de la figura.**



Llamemos x e y a las medidas de la altura de las dos partes en que queda dividida la torre según la figura dada; y llamemos z a la distancia de P a la torre.



$$\left.\begin{array}{l} tg\ 48° = \dfrac{x}{z} \rightarrow x = z \cdot tg\ 48° \\ tg\ 30° = \dfrac{x}{z + 50} \rightarrow x = (z + 50)\ tg\ 30° \end{array}\right\} \rightarrow$$

$\rightarrow z \cdot tg\ 48° = (z + 50)\ tg\ 30° \rightarrow$

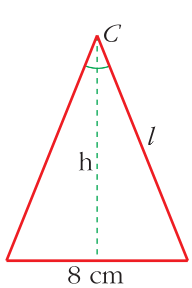
$$\rightarrow z \cdot tg\ 48° = z \cdot tg\ 30° + 50 \cdot tg\ 30° \rightarrow z = \frac{50\ tg\ 30°}{tg\ 48° - tg\ 30°} = 54{,}13 \text{ m}$$

Sustituyendo en $x = z \cdot tg\ 48° = 54{,}13 \cdot tg\ 48° = 60{,}12$ m $= x$

Para calcular y: $tg\ 20° = \dfrac{y}{z} \rightarrow y = z \cdot tg\ 20° = 54{,}13 \cdot tg\ 20° = 19{,}7$ m

Luego: $\overline{QR} = x + y = 79{,}82$ m mide la altura de la torre.

32 **La longitud del lado de un octógono regular es 8 cm. Halla los radios de las circunferencias inscrita y circunscrita al octógono.**



Consideremos el triángulo isósceles formado por el centro del polígono y uno de sus lados:

$$\hat{C} = \frac{360°}{8} = 45°$$

- El radio de la circunferencia inscrita será la altura h de ese triángulo:

$$tg\ \frac{45°}{2} = tg\ 22{,}5° = \frac{4}{\text{h}} \rightarrow \text{h} = \frac{4}{tg\ 22{,}5°} = 9{,}66 \text{ cm}$$

- El de la circunferencia circunscrita será el lado l del triángulo:

$$sen\ \frac{45°}{2} = sen\ 22{,}5° = \frac{4}{l} \rightarrow l = \frac{4}{sen\ 22{,}5°} = 10{,}45 \text{ cm}$$

35 **¿Existe algún triángulo con estos datos?** $\hat{C} = 135°$, $b = 3\sqrt{2}$ **cm,** $c = 3$ **cm**

- Podemos resolverlo con el teorema del coseno, o con el teorema del seno. Lo resolvemos por el segundo método.

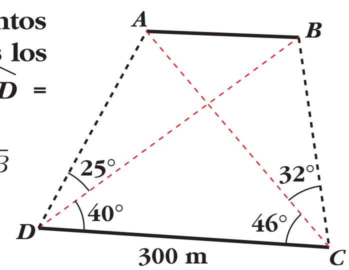
$$\frac{b}{sen\ \hat{B}} = \frac{c}{sen\ \hat{C}} \rightarrow \frac{3\sqrt{2}}{sen\ \hat{B}} = \frac{3}{sen\ 135°} \rightarrow$$

$$\rightarrow sen\ \hat{B} = \frac{3\sqrt{2}\ sen\ 135°}{3} = \sqrt{2}\ sen\ 135° = 1 \rightarrow \hat{B} = 90°$$

Pero: $\hat{C} + \hat{B} = 135° + 90° > 180°$ ¡Imposible!

Luego la solución no es válida y, por tanto, concluimos que no hay ningún triángulo con esos datos.

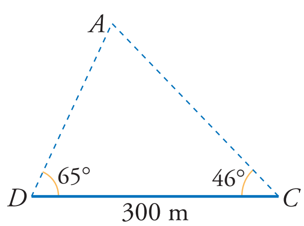
38 **Queremos calcular la distancia entre dos puntos inaccesibles, *A* y *B*. Desde *C* y *D* tomamos los datos:** $\overline{CD} = 300$ **m,** $\widehat{ADB} = 25°$, $\widehat{ACB} = 32°$, $\widehat{ACD} = 46°$, $\widehat{BDC} = 40°$. **Calcula** $\overline{AB}$.



Si conociésemos $\overline{AC}$ y $\overline{BC}$, podríamos hallar $\overline{AB}$ con el teorema del coseno en *ABC*.

Calculemos, pues, $\overline{AC}$ y $\overline{BC}$:

- En el triángulo *ADC*:



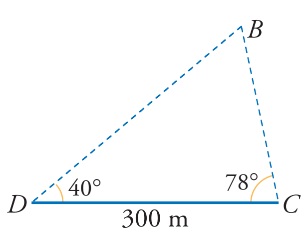
$$\hat{A} = 180° - 65° - 46° = 69°$$

Por el teorema del seno:

$$\frac{300}{sen\ 69°} = \frac{\overline{AC}}{sen\ 65°} \rightarrow$$

$$\rightarrow \overline{AC} = \frac{300 \cdot sen\ 65°}{sen\ 69°} = 291{,}24 \text{ m}$$

- En el triángulo *BCD*:



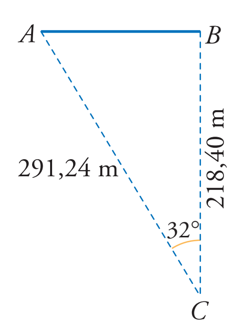
$$\hat{B} = 180° - 40° - 78° = 62°$$

Por el teorema del seno:

$$\frac{300}{sen\ 62°} = \frac{\overline{BC}}{sen\ 40°} \rightarrow$$

$$\rightarrow \overline{BC} = \frac{300 \cdot sen\ 40°}{sen\ 62°} = 218{,}40 \text{ m}$$

- Podemos centrarnos ya en el triángulo *ABC*, y aplicar el teorema del coseno:



$$\overline{AB}^2 = 291{,}24^2 + 218{,}40^2 - 2 \cdot 291{,}24 \cdot 218{,}40 \cdot cos\ 32° =$$

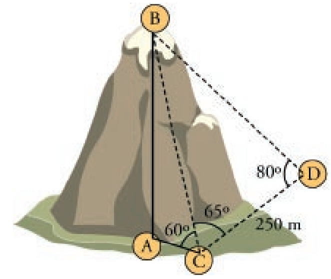
$$= 24\,636{,}019$$

$$\overline{AB} = 156{,}96 \text{ m}$$

40 **Para medir la altura de una montaña $\overline{AB}$ nos hemos situado en los puntos C y D distantes entre sí 250 m, y hemos tomado las siguientes medidas:**

$\widehat{ACB} = 60^{\circ}$ $\quad$ $\widehat{BCD} = 65^{\circ}$ $\quad$ $\widehat{BDC} = 80^{\circ}$

Calcula la altura de la montaña.



Para poder calcular la altura $\overline{AB}$ en el triángulo BAC necesitamos $\overline{BC}$, que lo podemos obtener aplicando el teorema del seno en el triángulo BCD:

$$\widehat{CBD} = 180^{\circ} - 80^{\circ} - 65^{\circ} = 35^{\circ}$$

$$\frac{250}{sen\ 35^{\circ}} = \frac{\overline{BC}}{sen\ 80^{\circ}} \rightarrow \overline{BC} = \frac{250 \cdot sen\ 80^{\circ}}{sen\ 35^{\circ}} = 429{,}24$$

En BAC:

$$sen\ 60^{\circ} = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} \rightarrow \overline{AB} = \overline{BC}\ sen\ 60^{\circ} = 429{,}24 \cdot sen\ 60^{\circ}$$

$$\overline{AB} = 371{,}73 \text{ m}$$