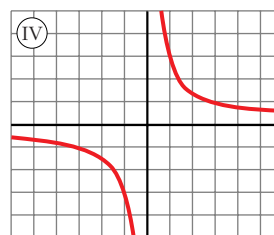
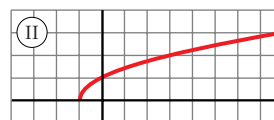
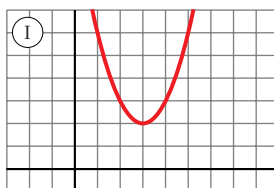


10

FUNCIONES ELEMENTALES

Problema 1

Las siguientes gráficas corresponden a funciones, algunas de las cuales conoces y otras no. En cualquier caso, vas a trabajar con ellas.



■ Las ecuaciones correspondientes a estas gráficas son:

a) $y = \frac{4}{x^2}$

b) $y = \sqrt{x+1}$

c) $y = \frac{3}{x}$

d) $y = x^2 - 6x + 11$

Asigna a cada gráfica su ecuación.

a) \Leftrightarrow III

b) \Leftrightarrow II

c) \Leftrightarrow IV

d) \Leftrightarrow I

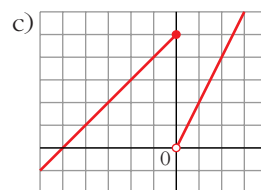
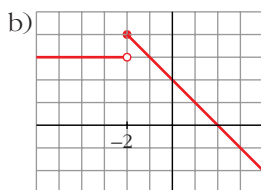
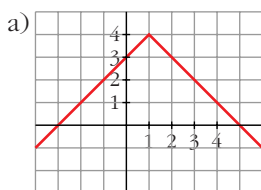
Problema 2

■ Teniendo en cuenta los pasos descritos antes, representa gráficamente las siguientes funciones:

a) $y = \begin{cases} x+3 & \text{si } x < 1 \\ 5-x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

b) $y = \begin{cases} 3 & \text{si } x < -2 \\ 2-x & \text{si } x \geq -2 \end{cases}$

c) $y = \begin{cases} x+5 & \text{si } x \leq 0 \\ 2x & \text{si } x > 0 \end{cases}$



1. Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $y = \sqrt{x^2 + 1}$

b) $y = \sqrt{x - 1}$

c) $y = \sqrt{1 - x}$

d) $y = \sqrt{4 - x^2}$

e) $y = \sqrt{x^2 - 4}$

f) $y = 1/\sqrt{x^2 - 1}$

g) $y = 1/\sqrt{x - 1}$

h) $y = 1/\sqrt{1 - x}$

i) $y = 1/\sqrt{4 - x^2}$

j) $y = 1/\sqrt{x^2 - 4}$

k) $y = x^3 - 2x + 3$

l) $y = \frac{1}{x}$

m) $y = \frac{1}{x^2}$

n) $y = \frac{1}{x^2 - 4}$

ñ) $y = \frac{1}{x^2 + 4}$

o) $y = \frac{1}{x^3 + 1}$

a) \mathbb{R}

b) $[1, \infty)$

c) $(-\infty, 1]$

d) $[-2, 2]$

e) $(-\infty, -2] \cup [2, \infty)$

f) $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$

g) $(1, \infty)$

h) $(-\infty, 1)$

i) $(-2, 2)$

j) $(-\infty, -2) \cup (2, \infty)$

k) \mathbb{R}

l) $\mathbb{R} - \{0\}$

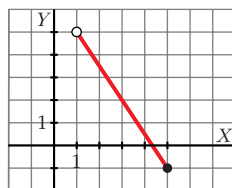
m) $\mathbb{R} - \{0\}$

n) $\mathbb{R} - \{-2, 2\}$

ñ) \mathbb{R}

o) $\mathbb{R} - \{-1\}$

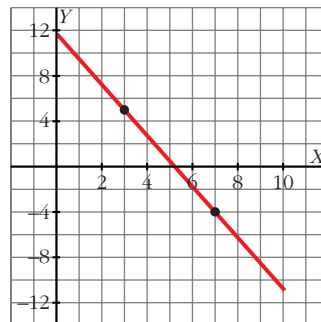
1. Representa la siguiente función: $y = -2x + 7$, $x \in (1, 4]$.



2. Una función lineal f cumple: $f(3) = 5$, $f(7) = -4$, $D(f) = [0, 10]$. ¿Cuál es su expresión analítica? Representáala.

$$m = \frac{-4 - 5}{7 - 3} = -\frac{9}{4}$$

$$y = 5 - \frac{9}{4}(x - 3) = -\frac{9}{4}x + \frac{47}{4}, \quad x \in [0, 10]$$



1. Representa las parábolas:

a) $y = x^2 - 2x + 3$

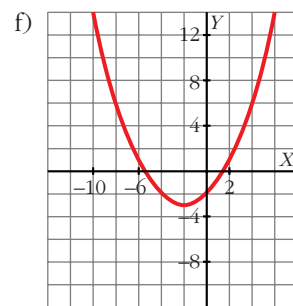
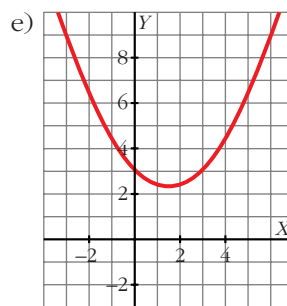
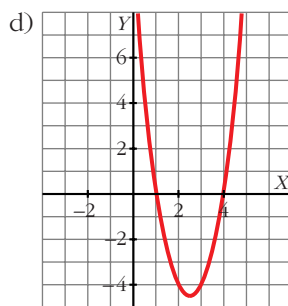
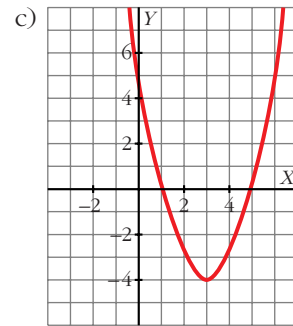
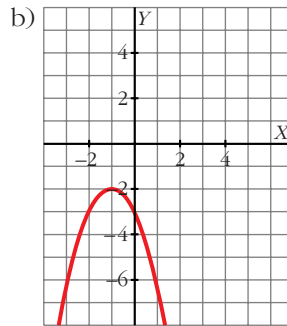
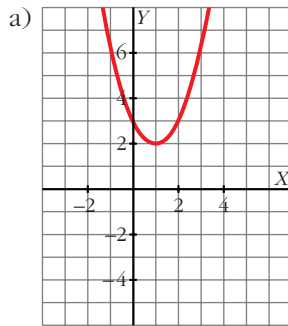
b) $y = -x^2 - 2x - 3$

c) $y = x^2 - 6x + 5$

d) $y = 2x^2 - 10x + 8$

e) $y = \frac{1}{3}x^2 - x + 3$

f) $y = \frac{1}{4}x^2 + x - 2$

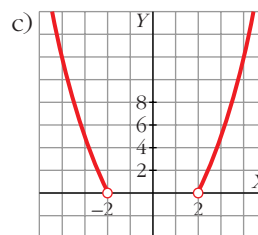
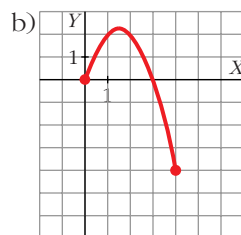
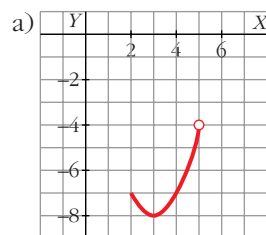


2. Representa las funciones:

a) $y = x^2 - 6x + 1, x \in [2, 5)$

b) $y = -x^2 + 3x, x \in [0, 4]$

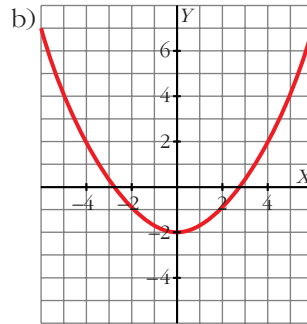
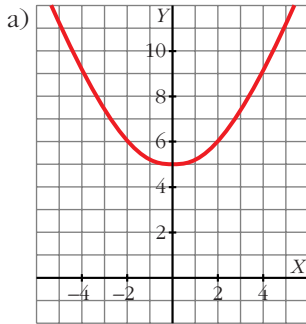
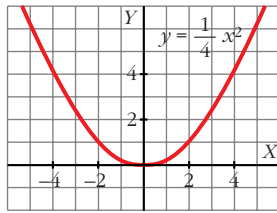
c) $y = x^2 - 4, x \in (-\infty, -2) \cup (2, \infty)$



1. Representa $y = \frac{1}{4}x^2$. A partir de ella, representa:

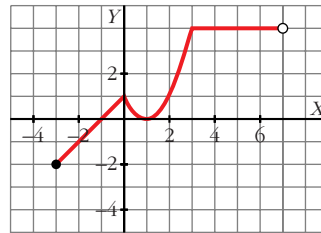
a) $y = \frac{1}{4}x^2 + 5$

b) $y = \frac{1}{4}x^2 - 2$



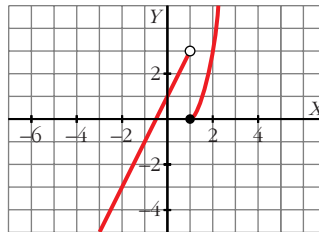
1. Representa esta función:

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & x \in [-3, 0) \\ x^2 - 2x + 1 & x \in [0, 3] \\ 4 & x \in (3, 7) \end{cases}$$

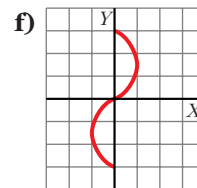
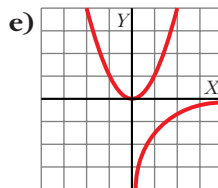
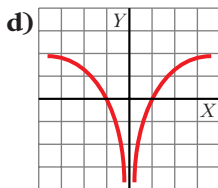
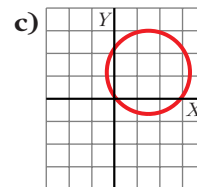
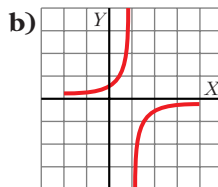
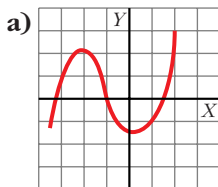


2. Haz la representación gráfica de la siguiente función:

$$b) g(x) = \begin{cases} 2x + 1 & x < 1 \\ x^2 - 1 & x \geq 1 \end{cases}$$



1 ¿Cuáles de estas gráficas son funciones?



Son funciones a), b) y d).

3 Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $y = \frac{3}{x^2 + x}$

b) $y = \frac{x}{(x-2)^2}$

c) $y = \frac{x-1}{2x+1}$

d) $y = \frac{1}{x^2 + 2x + 3}$

e) $y = \frac{2}{5x - x^2}$

f) $y = \frac{1}{x^2 - 2}$

a) $\mathbb{R} - \{-1, 0\}$

b) $\mathbb{R} - \{2\}$

c) $\mathbb{R} - \{-1/2\}$

d) \mathbb{R}

e) $\mathbb{R} - \{0, 5\}$

f) $\mathbb{R} - \{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$

4 Halla el dominio de definición de estas funciones:

a) $y = \sqrt{3-x}$

b) $y = \sqrt{2x-1}$

c) $y = \sqrt{-x-2}$

d) $y = \sqrt{-3x}$

a) $(-\infty, 3]$

b) $[1/2, +\infty)$

c) $(-\infty, -2]$

d) $(-\infty, 0]$

5 Halla el dominio de definición de estas funciones:

a) $y = \sqrt{x^2-9}$

b) $y = \sqrt{x^2 + 3x + 4}$

c) $y = \sqrt{12x-2x^2}$

d) $y = \sqrt{x^2-4x-5}$

e) $y = \frac{1}{\sqrt{4-x}}$

f) $y = \frac{1}{\sqrt{x^2-3x}}$

g) $y = \frac{-1}{x^3-x^2}$

h) $y = \frac{2x}{x^4-1}$

a) $x^2 - 9 \geq 0 \rightarrow (x+3)(x-3) \geq 0 \rightarrow \text{Dominio} = (-\infty, -3] \cup [3, +\infty)$

b) $x^2 + 3x + 4 \geq 0 \rightarrow \text{Dominio} = \mathbb{R}$

c) $12x - 2x^2 \geq 0 \rightarrow 2x(6-x) \geq 0 \rightarrow \text{Dominio} = [0, 6]$

d) $x^2 - 4x - 5 \geq 0 \rightarrow (x+1)(x-5) \geq 0 \rightarrow \text{Dominio} = (-\infty, -1] \cup [5, +\infty)$

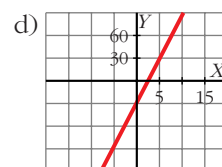
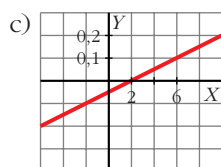
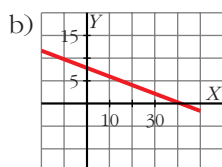
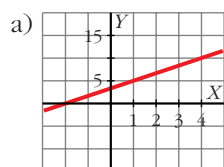
e) $4 - x > 0 \rightarrow 4 > x \rightarrow \text{Dominio} = (-\infty, 4)$

f) $x^2 - 3x > 0 \rightarrow x(x-3) > 0 \rightarrow \text{Dominio} = (-\infty, 0) \cup (3, +\infty)$

g) $x^3 - x^2 = 0 \rightarrow x^2(x-1) = 0 \rightarrow x_1 = 0, x_2 = 1 \rightarrow \text{Dominio} = \mathbb{R} - \{0, 1\}$

h) $x^4 - 1 = 0 \rightarrow x^4 = 1 \rightarrow x = \pm\sqrt[4]{1} = \pm 1 \rightarrow \text{Dominio} = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$

6 Elige dos puntos en cada una de estas rectas y escribe su ecuación:



a) $y = \frac{5}{3}x + \frac{10}{3}$

b) $y = -\frac{1}{5}x + 8$

c) $y = 0,025x - 0,05$

d) $y = 12x - 30$

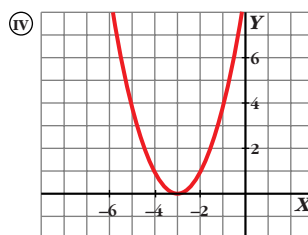
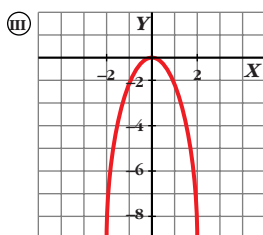
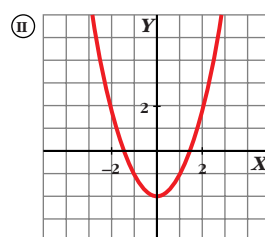
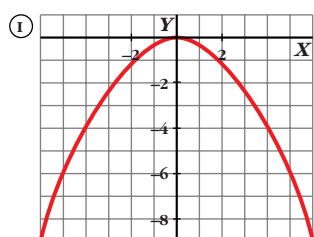
7 Asocia a cada una de estas parábolas una de estas ecuaciones:

a) $y = x^2 - 2$

b) $y = -0,25x^2$

c) $y = (x + 3)^2$

d) $y = -2x^2$



a) II

b) I

c) IV

d) III

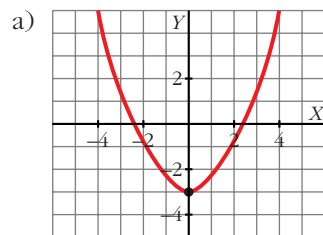
8 Representa las siguientes parábolas hallando el vértice, los puntos de corte con los ejes de coordenadas y algún punto próximo al vértice:

a) $y = 0,5x^2 - 3$

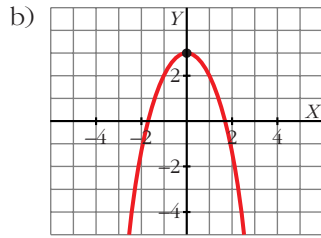
b) $y = -x^2 + 3$

c) $y = 2x^2 - 4$

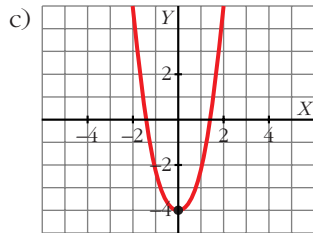
d) $y = -\frac{3x^2}{2}$



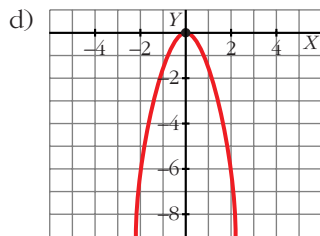
Vértice: $(0, -3)$. Corte con los ejes: $(-\sqrt{6}, 0)$, $(\sqrt{6}, 0)$, $(0, -3)$



Vértice: $(0, 3)$. Corte con los ejes: $(\sqrt{3}, 0)$, $(-\sqrt{3}, 0)$, $(0, 3)$



Vértice: $(0, -4)$. Corte con los ejes: $(\sqrt{2}, 0)$, $(-\sqrt{2}, 0)$, $(0, -4)$



Vértice: $(0, 0)$. Corte con los ejes: $(0, 0)$

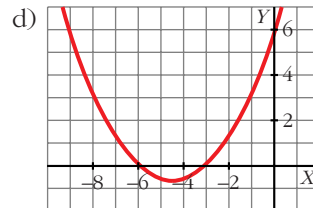
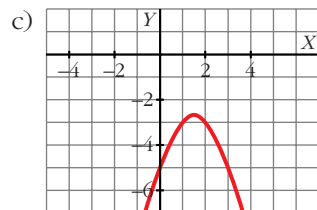
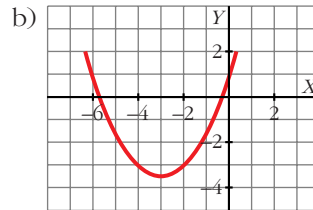
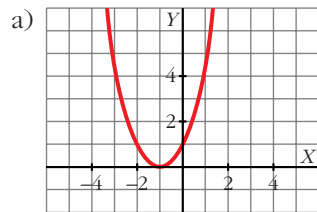
9 Representa las siguientes funciones:

a) $y = x^2 + 2x + 1$

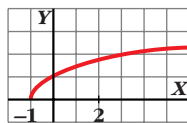
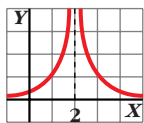
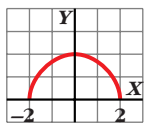
b) $y = \frac{x^2}{2} + 3x + 1$

c) $y = -x^2 + 3x - 5$

d) $y = \frac{x^2}{3} + 3x + 6$



- 11** Observando la gráfica de estas funciones, indica cuál es su dominio de definición y su recorrido:

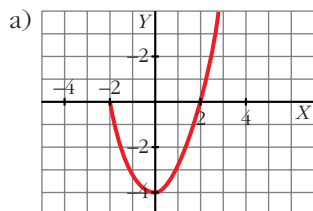


Los dominios son, por orden: $[-2, 2]$; $(-\infty, 2) \cup (2, +\infty)$ y $[-1, +\infty)$.

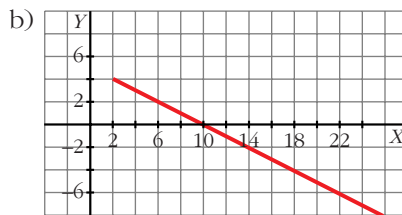
Los recorridos son, por orden: $[0, 2]$, $(0, +\infty)$ y $[0, +\infty)$.

- 12** Representa las siguientes funciones en las que se ha restringido voluntariamente su dominio:

a) $y = x^2 - 4$, si $x \in [-2, 3]$

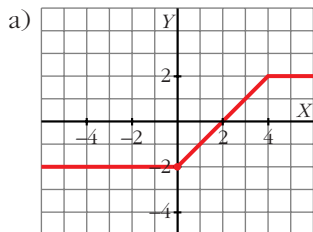


b) $y = 5 - \frac{x}{2}$, si $x \in [2, +\infty)$

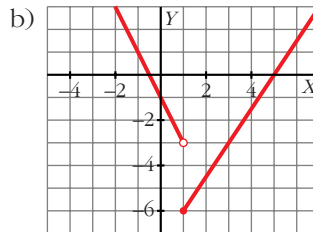


- 15** Representa gráficamente las siguientes funciones:

a) $y = \begin{cases} -2 & \text{si } x < 0 \\ x - 2 & \text{si } 0 \leq x < 4 \\ 2 & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$



b) $y = \begin{cases} -2x - 1 & \text{si } x < 1 \\ (3x - 15)/2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$



- 17** Halla el dominio de definición de estas funciones:

a) $y = \sqrt{x^2 - 2x}$

b) $y = \sqrt{x^2 + 3}$

c) $y = \sqrt{5 - x^2}$

d) $y = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$

a) $(-\infty, 0] \cup [2, +\infty)$

b) \mathbb{R}

c) $[-\sqrt{5}, \sqrt{5}]$

d) $(-\infty, 1] \cup [2, +\infty)$

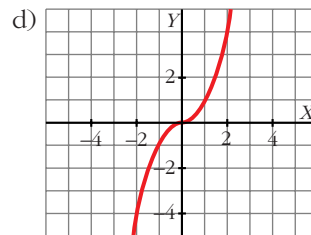
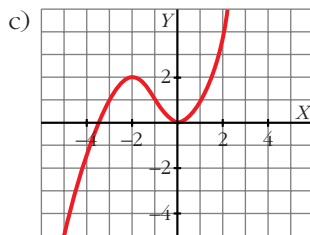
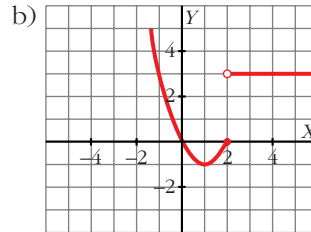
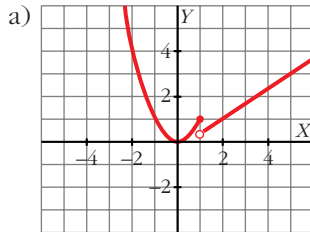
29 Dibuja la gráfica de las siguientes funciones:

$$\text{a) } y = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \leq 1 \\ (2x-1)/3 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$\text{b) } y = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{si } x \leq 2 \\ 3 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$\text{c) } y = \begin{cases} -x^2 - 4x - 2 & \text{si } x < -1 \\ x^2 & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$$

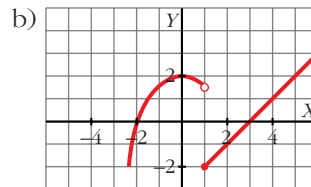
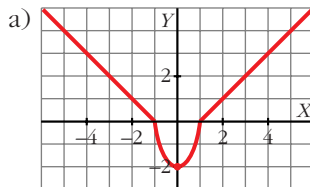
$$\text{d) } y = \begin{cases} -x^2 & \text{si } x < 0 \\ x^2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$



30 Representa:

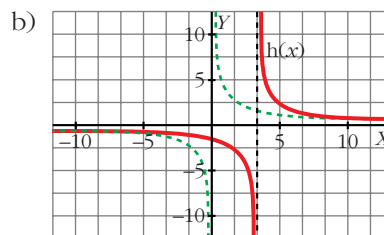
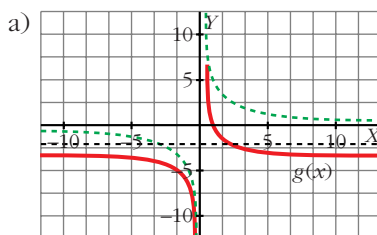
$$\text{a) } y = \begin{cases} -x-1 & \text{si } x \leq -1 \\ 2x^2-2 & \text{si } -1 < x < 1 \\ x-1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

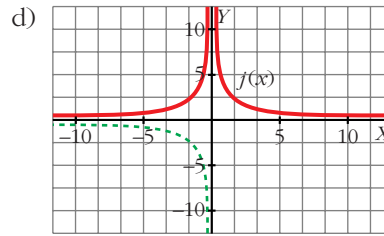
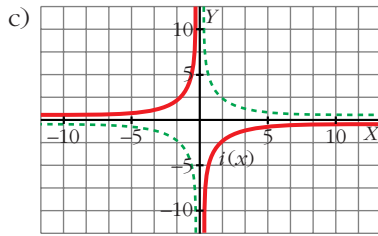
$$\text{b) } y = \begin{cases} (-x^2/2) + 2 & \text{si } x < 1 \\ x-3 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$



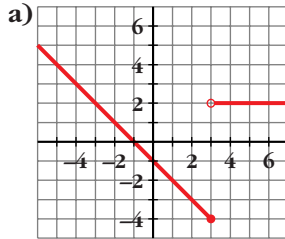
31 A partir de la gráfica de $f(x) = 1/x$, representa:

a) $g(x) = f(x) - 2$ b) $h(x) = f(x - 3)$ c) $i(x) = -f(x)$ d) $j(x) = |f(x)|$

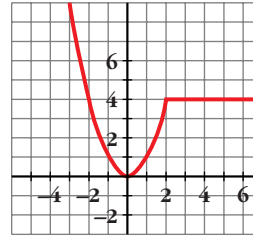




42 Busca la expresión analítica de estas funciones:



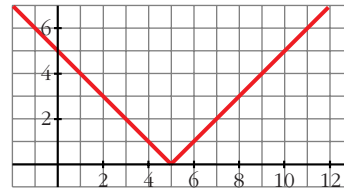
$$a) f(x) = \begin{cases} -x - 1 & \text{si } x \leq 3 \\ 2 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$



$$b) f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \leq 2 \\ 4 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

43 Representa la función $y = |x - 5|$ y comprueba que su expresión analítica en intervalos es:

$$y = \begin{cases} -x + 5 & \text{si } x < 5 \\ x - 5 & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$$

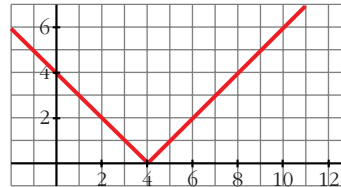


44 Representa las siguientes funciones y defínelas por intervalos:

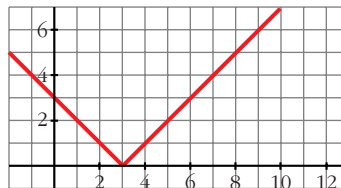
a) $y = |4 - x|$

b) $y = |x - 3|$

a) $y = \begin{cases} 4 - x & \text{si } x < 4 \\ -4 + x & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$



b) $y = \begin{cases} -x + 3 & \text{si } x < 3 \\ x - 3 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$



69 Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $y = \sqrt{\frac{x+3}{x-2}}$

b) $y = \sqrt{\frac{x-9}{x}}$

a) $\frac{x+3}{x-2} \geq 0$ $\left\{ \begin{array}{l} x+3 \geq 0 \\ x-2 > 0 \end{array} \right\} x > 2$
 $\left\{ \begin{array}{l} x+3 \leq 0 \\ x-2 < 0 \end{array} \right\} x \leq -3$

Dominio = $(-\infty, -3] \cup (2, +\infty)$

b) $\frac{x-9}{x} \geq 0$ $\left\{ \begin{array}{l} x-9 \geq 0 \\ x > 0 \end{array} \right\} x \geq 9$
 $\left\{ \begin{array}{l} x-9 \leq 0 \\ x < 0 \end{array} \right\} x < 0$

Dominio = $(-\infty, 0) \cup [9, +\infty)$