

ÁLGEBRA

1. Descompón factorialmente los siguientes polinomios:

b) $x^6 - 3x^5 - 3x^4 - 5x^3 + 2x^2 + 8x$

c) $x^6 + 6x^5 + 9x^4 - x^2 - 6x - 9$

b) $x^6 - 3x^5 - 3x^4 - 5x^3 + 2x^2 + 8x = x(x^5 - 3x^4 - 3x^3 - 5x^2 + 2x + 8)$

1	1	-3	-3	-5	2	8	
1	1	-2	-5	-10	-8	-8	
-1	1	-2	-5	-10	-8	0	
-1	1	-1	3	2	8	8	
4	1	-3	-2	-8	0	0	
4	1	4	4	8	8	8	
4	1	1	2	0	0	0	

$$x^2 + x + 2 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-8}}{2}$$

no tiene solución

$$x^6 - 3x^5 - 3x^4 - 5x^3 + 2x^2 + 8x = x(x-1)(x+1)(x-4)(x^2+x+2)$$

c) $x^6 + 6x^5 + 9x^4 - x^2 - 6x - 9$

-1	1	6	9	0	-1	-6	-9
-1	1	-1	-5	-4	4	-3	9
-3	1	5	4	-4	3	-9	0
-3	1	-3	-6	6	-6	9	9
-3	1	2	-2	2	-3	3	0
-3	1	-3	3	-3	3	3	0
1	1	-1	1	-1	0	0	0
1	1	1	0	1	1	1	0
1	1	0	1	0	0	0	0

$$x^2 + 1 = 0 \rightarrow x^2 = -1 \rightarrow \text{no tiene solución}$$

$$\text{Así, } x^6 + 6x^5 + 9x^4 - x^2 - 6x - 9 = (x+3)^2(x+1)(x-1)(x^2+1)$$

2. a) Intenta factorizar $x^4 + 4x^3 + 8x^2 + 7x + 4$.

b) Hazlo ahora sabiendo que es divisible por $x^2 + x + 1$.

a) El polinomio dado no tiene raíces enteras (de hecho, no tiene raíces reales).

b) Hacemos la división:

$$\begin{array}{r}
 x^4 + 4x^3 + 8x^2 + 7x + 4 \quad | \quad x^2 + x + 1 \\
 \underline{-x^4 - x^3 - x^2} \quad | \quad x^2 + 3x + 4 \\
 3x^3 + 7x^2 + 7x + 4 \\
 \underline{-3x^3 - 3x^2 - 3x} \\
 4x^2 + 4x + 4 \\
 \underline{-4x^2 - 4x - 4} \\
 0
 \end{array}$$

Los polinomios $x^2 + x + 1$ y $x^2 + 3x + 4$ son irreducibles (las ecuaciones $x^2 + x + 1 = 0$ y $x^2 + 3x + 4 = 0$ no tienen solución). Por tanto:

$$x^4 + 4x^3 + 8x^2 + 7x + 4 = (x^2 + x + 1)(x^2 + 3x + 4)$$

- 3. Intenta factorizar $6x^4 + 7x^3 + 6x^2 - 1$. Hazlo ahora sabiendo que $-\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{3}$ son raíces del polinomio.**

El polinomio dado no tiene raíces enteras.

$$\begin{array}{r|rrrrr} -1/2 & 6 & 7 & 6 & 0 & -1 \\ & & -3 & -2 & -2 & 1 \\ \hline & 6 & 4 & 4 & -2 & 0 \\ 1/3 & & 2 & 2 & 2 & \\ \hline & 6 & 6 & 6 & 0 & \end{array}$$

$$6x^2 + 6x + 6 = 0$$

$$6(x^2 + x + 1) = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4}}{2} \text{ no tiene solución}$$

Por tanto:

$$6x^4 + 7x^3 + 6x^2 - 1 = \left(x + \frac{1}{2}\right) \left(x - \frac{1}{3}\right) 6(x^2 + x + 1) = (2x + 1)(3x - 1)(x^2 + x + 1)$$

Página 73

- 1. Reduce previamente a común denominador las fracciones algebraicas siguientes, y súmalas: $\frac{x+7}{x}$; $\frac{x-2}{x^2+x}$; $-\frac{2x+1}{x+1}$**

$$\left. \begin{array}{l} x = x \\ x^2 + x = x(x+1) \\ x + 1 = x + 1 \end{array} \right\} m \cdot c \cdot m = x(x+1)$$

Reducimos a común denominador:

$$\frac{x+7}{x} = \frac{(x+7)(x+1)}{x(x+1)} = \frac{x^2+8x+7}{x(x+1)}$$

$$\frac{x-2}{x^2+x} = \frac{x-2}{x(x+1)}$$

$$-\frac{2x+1}{x+1} = -\frac{(2x+1)x}{x(x+1)} = -\frac{2x^2+x}{x(x+1)} = -\frac{2x^2-x}{x(x+1)}$$

Las sumamos:

$$\begin{aligned} \frac{x+7}{x} + \frac{x-2}{x^2+x} - \frac{2x+1}{x+1} &= \frac{x^2+8x+7}{x(x+1)} + \frac{x-2}{x(x+1)} + \frac{-2x^2-x}{x(x+1)} = \\ &= \frac{x^2+8x+7+x-2-2x^2-x}{x^2+x} = \frac{-x^2+8x+5}{x^2+x} \end{aligned}$$

- 2. Efectúa: $\frac{1}{x^2-1} + \frac{2x}{x+1} - \frac{x}{x-1}$**

$$\frac{1}{x^2-1} + \frac{2x}{x+1} - \frac{x}{x-1} = \frac{1}{(x-1)(x+1)} + \frac{2x}{x+1} - \frac{x}{x-1} =$$

$$= \frac{1}{(x-1)(x+1)} + \frac{2x(x-1)}{(x-1)(x+1)} - \frac{x(x+1)}{(x-1)(x+1)} =$$

$$= \frac{1+2x(x-1)-x(x+1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{1+2x^2-2x-x^2-x}{x^2-1} = \frac{x^2-3x+1}{x^2-1}$$

Página 74

3. Efectúa estas operaciones:

$$\text{a) } \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 2} \cdot \frac{2x + 3}{x + 5}$$

$$\text{b) } \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 2} : \frac{2x + 3}{x + 5}$$

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 2} \cdot \frac{2x + 3}{x + 5} &= \frac{(x^2 - 2x + 3)(2x + 3)}{(x - 2)(x + 5)} = \\ &= \frac{2x^3 + 3x^2 - 4x^2 - 6x + 6x + 9}{x^2 + 5x - 2x - 10} = \frac{2x^3 - x^2 + 9}{x^2 + 3x - 10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 2} : \frac{2x + 3}{x + 5} &= \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 2} \cdot \frac{x + 5}{2x + 3} = \frac{(x^2 - 2x + 3)(x + 5)}{(x - 2)(2x + 3)} = \\ &= \frac{x^3 - 2x^2 + 3x + 5x^2 - 10x + 15}{2x^2 + 3x - 4x - 6} = \frac{x^3 + 3x^2 - 7x + 15}{2x^2 - x - 6} \end{aligned}$$

4. Calcula:

$$\text{a) } \frac{x + 2}{x} : \left(\frac{x - 1}{3} \cdot \frac{x}{2x + 1} \right)$$

$$\text{b) } \frac{x^4 - x^2}{x^2 + 1} \cdot \frac{x^4 + x^2}{x^4}$$

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{x + 2}{x} : \left(\frac{x - 1}{3} \cdot \frac{x}{2x + 1} \right) &= \frac{x + 2}{x} : \frac{(x - 1)x}{3(2x + 1)} = \frac{x + 2}{x} \cdot \frac{3(2x + 1)}{(x - 1)x} = \\ &= \frac{3(2x + 1)(x + 2)}{x^2(x - 1)} = \frac{3(2x^2 + 4x + x + 2)}{x^3 - x^2} = \\ &= \frac{6x^2 + 15x + 6}{x^3 - x^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{x^4 - x^2}{x^2 + 1} \cdot \frac{x^4 + x^2}{x^4} &= \frac{(x^4 - x^2)(x^4 + x^2)}{(x^2 + 1)x^4} = \frac{x^8 - x^4}{x^6 + x^4} = \frac{x^4(x^4 - 1)}{x^4(x^2 + 1)} = \\ &= \frac{x^4 - 1}{x^2 + 1} = \frac{(x^2 + 1)(x^2 - 1)}{x^2 + 1} = x^2 - 1 \end{aligned}$$

Página 75

1. Resuelve las ecuaciones siguientes:

$$\text{a) } x^4 - x^2 - 12 = 0$$

$$\text{b) } x^4 - 8x^2 - 9 = 0$$

$$\text{a) } x^2 = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 48}}{2} = \frac{1 \pm 7}{2} \begin{cases} 4 \rightarrow x = \pm 2 \\ -3 \rightarrow \text{(no vale)} \end{cases} \quad 2 \text{ y } -2$$

$$\text{b) } x^2 = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 36}}{2} = \frac{8 \pm 10}{2} \begin{cases} 9 \rightarrow x = \pm 3 \\ -1 \rightarrow \text{(no vale)} \end{cases} \quad 3 \text{ y } -3$$

2. Resuelve:

a) $x^4 + 10x^2 + 9 = 0$

b) $x^4 - x^2 - 2 = 0$

a) $x^2 = \frac{-10 \pm \sqrt{100 - 36}}{2} = \frac{-10 \pm 8}{2} \begin{cases} -1 \rightarrow (\text{no vale}) \\ -9 \rightarrow (\text{no vale}) \end{cases}$

No tiene solución.

b) $x^4 - x^2 - 2 = 0 \xrightarrow{x^2=y} y^2 - y - 2 = 0$

$y = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2} \begin{cases} y = -1 \rightarrow x^2 = -1 \rightarrow \text{No vale} \\ y = 2 \rightarrow x^2 = 2 \rightarrow x = \pm \sqrt{2} \end{cases}$

Hay dos soluciones: $x_1 = -\sqrt{2}$; $x_2 = \sqrt{2}$

Página 76

1. Resuelve:

a) $-\sqrt{2x-3} + 1 = x$

b) $\sqrt{2x-3} - \sqrt{x+7} = 4$

c) $2 + \sqrt{x} = x$

d) $2 - \sqrt{x} = x$

a) $1 - x = \sqrt{2x-3}$

$1 + x^2 - 2x = 2x - 3$; $x^2 - 4x + 4 = 0$; $x = 2$ (no vale)

No tiene solución.

b) $2x - 3 = 16 + x + 7 + 8\sqrt{x+7}$

$x - 26 = 8\sqrt{x+7}$

$x^2 + 676 - 52x = 64(x+7)$

$x^2 + 676 - 52x = 64x + 448$

$x^2 - 116x + 228 = 0$; $x = \frac{116 \pm 112}{2} \begin{cases} 114 \\ 2 \end{cases} \rightarrow (\text{no vale})$

$x = 114$

c) $\sqrt{x} = x - 2$; $x = x^2 + 4 - 4x$; $0 = x^2 - 5x + 4$

$x = \frac{5 \pm \sqrt{25-16}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} \begin{cases} 4 \\ 1 \end{cases} \rightarrow (\text{no vale})$

$x = 4$

d) $2 - x = \sqrt{x}$; $4 + x^2 - 4x = x$; $x^2 - 5x + 4 = 0$

$x = \begin{cases} 4 \\ 1 \end{cases} \rightarrow (\text{no vale})$

$x = 1$

Página 77

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$\text{a) } \frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} = \frac{3}{10}$$

$$\text{b) } \frac{4}{x} + \frac{2(x+1)}{3(x-2)} = 4$$

$$\text{c) } \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = \frac{3}{4}$$

$$\text{a) } 10(x+3) + 10x = 3x(x+3)$$

$$10x + 30 + 10x = 3x^2 + 9x$$

$$0 = 3x^2 - 11x - 30$$

$$x = \frac{11 \pm 21,93}{6} = \begin{cases} 5,489 \\ -1,822 \end{cases}$$

$$x_1 = 5,489; \quad x_2 = -1,822$$

$$\text{b) } 12(x-2) + 2x(x+1) = 12x(x-2)$$

$$12x - 24 + 2x^2 + 2x = 12x^2 - 24x$$

$$0 = 10x^2 - 38x + 24$$

$$0 = 5x^2 - 19x + 12; \quad x = \frac{19 \pm 11}{10} = \begin{cases} 3 \\ 4/5 \end{cases}$$

$$x_1 = 3; \quad x_2 = \frac{4}{5}$$

$$\text{c) } 4x + 4 = 3x^2; \quad 0 = 3x^2 - 4x - 4$$

$$x = \frac{4 \pm 8}{6} = \begin{cases} 2 \\ -2/3 \end{cases}$$

$$x_1 = 2; \quad x_2 = \frac{-2}{3}$$

2. Resuelve:

$$\text{a) } \frac{x}{x-1} + \frac{2x}{x+1} = 3$$

$$\text{b) } \frac{5}{x+2} + \frac{x}{x+3} = \frac{3}{2}$$

$$\text{c) } \frac{x+3}{x-1} - \frac{x^2+1}{x^2-1} = \frac{26}{35}$$

$$\text{a) } x(x+1) + 2x(x-1) = 3(x^2-1)$$

$$x^2 + x + 2x^2 - 2x = 3x^2 - 3$$

$$x = 3$$

$$\text{b) } 10(x+3) + 2x(x+2) = 3(x^2+5x+6)$$

$$10x + 30 + 2x^2 + 4x = 3x^2 + 15x + 18$$

$$0 = x^2 + x - 12$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+48}}{2} = \frac{-1 \pm 7}{2} = \begin{cases} 3 \\ -4 \end{cases}$$

$$x_1 = 3; \quad x_2 = -4$$

$$\begin{aligned}
\text{c) } & 35(x+3)(x+1) - 35(x^2+1) = 26(x^2-1) \\
& 35(x^2+4x+3) - 35(x^2+1) = 26(x^2-1) \\
& 35x^2+140x+105-35x^2-35 = 26x^2-26 \\
& 26x^2-140x-96 = 0 \\
& x = \frac{70 \pm \sqrt{70^2 - 4 \cdot 13 \cdot (-48)}}{26} = \frac{70 \pm 86}{26} = \begin{cases} 6 \\ -8/13 \end{cases} \\
& x_1 = 6; \quad x_2 = \frac{-8}{13}
\end{aligned}$$

Página 79

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2^{3x} = 0,5^{3x+2}$

b) $3^{4-x^2} = \frac{1}{9}$

c) $\frac{4^{x-1}}{2^{x+2}} = 186$

d) $7^{x+2} = 5\,764\,801$

a) $2^{3x} = 2^{-3x-2}; \quad 3x = -3x-2; \quad 6x = -2; \quad x = \frac{-1}{3}$

b) $3^{4-x^2} = 3^{-2}; \quad 4-x^2 = -2; \quad x^2 = 6; \quad x = \pm\sqrt{6}$

$x_1 = \sqrt{6}; \quad x_2 = -\sqrt{6}$

c) $\frac{2^{2x-2}}{2^{x+2}} = 186; \quad 2^{2x-2-x-2} = 186; \quad 2^{x-4} = 186$

$\log 2^{x-4} = \log 186; \quad (x-4) \log 2 = \log 186$

$x = 4 + \frac{\log 186}{\log 2} = 11,54$

d) $7^{x+2} = 7^8; \quad x = 6$

2. Resuelve:

a) $3^x + 3^{x+2} = 30$

b) $5^{x+1} + 5^x + 5^{x-1} = \frac{31}{5}$

c) $2 \log x - \log(x+6) = 3 \log 2$

d) $4 \log_2(x^2+1) = \log_2 625$

a) $3^x + 3^x \cdot 9 = 30$

$3^x(10) = 30; \quad 3^x = 3; \quad x = 1$

b) $5 \cdot 5^x + 5^x + \frac{5^x}{5} = \frac{31}{5}$

$5^x \cdot \frac{31}{5} = \frac{31}{5}; \quad x = 0$

$$c) \log \frac{x^2}{x+6} = \log 8$$

$$x^2 = 8x + 48; \quad x^2 - 8x - 48 = 0; \quad x = \frac{8 \pm 16}{2} = \begin{cases} 12 \\ -4 \end{cases} \text{ (no vale)}$$

$$x = 12$$

$$d) \log_2(x^2 + 1)^4 = \log_2 5^4; \quad x^2 + 1 = 5; \quad x^2 = 4; \quad x = \pm 2$$

$$x_1 = 2; \quad x_2 = -2$$

Página 81

1. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$a) \begin{cases} 2x - y - 1 = 0 \\ x^2 - 7 = y + 2 \end{cases} \quad b) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1 - \frac{1}{xy} \\ xy = 6 \end{cases} \quad c) \begin{cases} x = 2y + 1 \\ \sqrt{x+y} - \sqrt{x-y} = 2 \end{cases}$$

$$a) \begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = x^2 - 9 \end{cases}$$

$$x^2 - 9 = 2x - 1; \quad x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 32}}{2} = \frac{2 \pm 6}{2} = \begin{cases} 4 \\ -2 \end{cases}$$

$$x_1 = 4; \quad y_1 = 7$$

$$x_2 = -2; \quad y_2 = -5$$

$$b) \begin{cases} y + x = xy - 1 \\ xy = 6 \end{cases}$$

$$y = 5 - x$$

$$x(5 - x) = 6; \quad 5x - x^2 = 6; \quad x^2 - 5x + 6 = 0 \begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$x_1 = 2; \quad y_1 = 3$$

$$x_2 = 3; \quad y_2 = 2$$

$$c) x = 2y + 1$$

$$\sqrt{3y+1} - \sqrt{y+1} = 2; \quad \sqrt{3y+1} = 2 + \sqrt{y+1}$$

$$3y+1 = 4 + y+1 + 4\sqrt{y+1}; \quad 2y-4 = 4\sqrt{y+1}; \quad y-2 = 2\sqrt{y+1}$$

$$y^2 + 4 - 4y = 4y + 4; \quad y^2 - 8y = 0$$

$$y = 8 \rightarrow x = 17$$

$$y = 0 \text{ (no vale)}$$

$$x = 17; \quad y = 8$$

2. Resuelve:

$$\text{a) } \begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 21 \\ x + y = 1 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x - y = 27 \\ \log x - 1 = \log y \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} \log(x^2 + y) - \log(x - 2y) = 1 \\ 5^{x+1} = 25^{y+1} \end{cases}$$

$$\text{a) } y = 1 - x; \quad x^2 + x(1 - x) + (1 - x)^2 = 21$$

$$x^2 + x - x^2 + 1 + x^2 - 2x = 21; \quad x^2 - x - 20 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 80}}{2} = \frac{1 \pm 9}{2} = \begin{cases} 5 \rightarrow y = -4 \\ -4 \rightarrow y = 5 \end{cases}$$

$$x_1 = -4; \quad y_1 = 5$$

$$x_2 = 5; \quad y_2 = -4$$

$$\text{b) } \begin{cases} x = 27 + y \\ \log \frac{x}{y} = 1 \end{cases}$$

$$10y = 27 + y; \quad 9y = 27; \quad y = 3$$

$$\frac{x}{y} = 10; \quad x = 10y; \quad x = 30$$

$$x = 30; \quad y = 3$$

$$\text{c) } \begin{cases} \log \frac{x^2 + y}{x - 2y} = 1 \\ 5^{x+1} = 5^{2y+2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y = 10x - 20y \\ x + 1 = 2y + 2 \end{cases}$$

$$x = 2y + 1$$

$$4y^2 + 1 + 4y + y = 20y + 10 - 20y$$

$$4y^2 + 5y - 9 = 0$$

$$y = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 144}}{8} = \frac{-5 \pm 13}{8} = \begin{cases} -9/4 \rightarrow x = -7/2 \\ 1 \rightarrow x = 3 \end{cases}$$

$$x_1 = 3; \quad y_1 = 1$$

$$x_2 = \frac{-7}{2}; \quad y_2 = \frac{-9}{4}$$

Página 84

1. Resuelve estas inecuaciones:

a) $3x + 2 \leq 10$

b) $x - 5 > 1$

a) $3x + 2 \leq 10 \rightarrow 3x \leq 8 \rightarrow x \leq \frac{8}{3}$

Soluciones: $\left\{x / x \leq \frac{8}{3}\right\} = \left(-\infty, \frac{8}{3}\right]$

b) $x - 5 > 1 \rightarrow x > 6$

Soluciones: $\{x / x > 6\} = (6, +\infty)$

Página 85

3. Resuelve las siguientes inecuaciones:

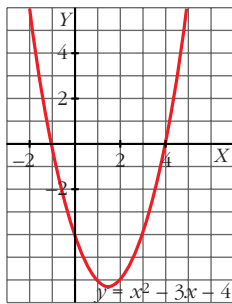
a) $x^2 - 3x - 4 < 0$

b) $x^2 - 3x - 4 \geq 0$

c) $x^2 + 7 < 0$

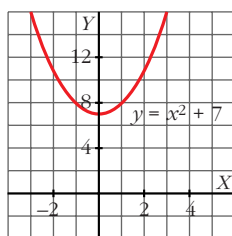
d) $x^2 - 4 \leq 0$

a) $x^2 - 3x - 4 < 0 \rightarrow$ intervalo $(-1, 4)$



b) $x^2 - 3x - 4 \geq 0 \rightarrow (-\infty, -1] \cup [4, +\infty)$

c) $x^2 + 7 < 0 \rightarrow$ No tiene solución



d) $x^2 - 4 \leq 0$

La parábola $y = x^2 - 4$ queda por debajo del eje x en el intervalo $(-2, 2)$; y corta al eje x en $x = -2$ y en $x = 2$.

Por tanto, las soluciones de la inecuación son los puntos del intervalo $[-2, 2]$.

4. Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones:

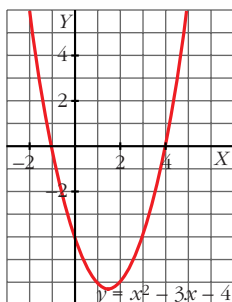
a)
$$\begin{cases} x^2 - 3x - 4 \geq 0 \\ 2x - 7 > 5 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x^2 - 4 \leq 0 \\ x - 4 > 1 \end{cases}$$

a) $2x - 7 > 5 \rightarrow 2x > 12 \rightarrow x > 6 \rightarrow (6, +\infty)$

$x^2 - 3x - 4 \geq 0 \rightarrow (-\infty, -1] \cup [4, +\infty)$

Solución: $(6, +\infty)$



b)
$$\begin{cases} x^2 - 4 \leq 0 \\ x - 4 > 1 \end{cases}$$

- Las soluciones de la primera inecuación son los puntos del intervalo $[-2, 2]$. (Ver apartado d) del ejercicio anterior).

- Las soluciones de la segunda inecuación son:

$$x - 4 > 1 \rightarrow x > 5 \rightarrow (5, +\infty)$$

- Las soluciones del sistema serán los puntos en común de los dos intervalos. Por tanto, el sistema no tiene solución.

Página 90

EJERCICIOS Y PROBLEMAS PROPUESTOS

PARA PRACTICAR

Ecuaciones

1 Resuelve:

$$a) 7 - \frac{x+4}{3} + \frac{x}{3} = \frac{5x+8}{27} - \frac{5(x+11)}{9}$$

$$b) \left(3x - \frac{2}{3}\right) \cdot \left(3x + \frac{2}{3}\right) - 4 = (3x-5)^2 + \frac{5}{9}$$

$$c) \frac{\sqrt{5-x}}{\sqrt{5}} + \frac{x-1}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3+x}}{\sqrt{3}} - 1$$

$$a) 189 - 9x - 36 + 9x = 5x + 8 - 15x - 165$$

$$10x = -310 \Rightarrow x = -31$$

$$b) 9x^2 - \frac{4}{9} - 4 = 9x^2 + 25 - 30x + \frac{5}{9}$$

$$30x = 30 \Rightarrow x = 1$$

$$c) \sqrt{15} - \sqrt{3}x + \sqrt{5}x - \sqrt{5} = 2\sqrt{15} + \sqrt{5}x - \sqrt{15}$$

$$\sqrt{3}x = -\sqrt{5}; x = -\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} \Rightarrow x = -\frac{\sqrt{15}}{3}$$

2 Entre estas seis ecuaciones de primer grado, hay dos que no tienen solución, dos que tienen infinitas soluciones y dos que tienen solución única. Identifica cada caso y resuelve las que sea posible:

$$a) \frac{x+1}{2} = x - \frac{2x+3}{4}$$

$$b) x + \frac{3-x}{3} - 1 = \frac{2}{3}x$$

$$c) \frac{(x+1)^2}{16} - \frac{1+x}{2} = \frac{(x-1)^2}{16} - \frac{2+x}{4}$$

$$d) 0,2x + 0,6 - 0,25(x-1)^2 = 1,25x - (0,5x+2)^2$$

$$e) (5x-3)^2 - 5x(4x-5) = 5x(x-1)$$

$$f) \frac{2x+1}{7} - \frac{(x+1)(x-2)}{2} = \frac{x-2}{2} - \frac{(x-2)^2}{2}$$

a) $2x + 2 = 4x - 2x - 3; 5 = 0$

No tiene solución.

b) $3x + 3 - x - 3 = 2x; 0 = 0$

Infinitas soluciones.

c) $\frac{x^2 + 1 + 2x}{16} - \frac{8 + 8x}{16} = \frac{x^2 + 1 - 2x}{16} - \frac{8 + 4x}{16}$

$2x - 8 - 8x = -2x - 8 - 4x; 0 = 0$

Infinitas soluciones.

d) $0,2x + 0,6 - 0,25(x^2 + 1 - 2x) = 1,25x - (0,25x^2 + 4 + 2x)$

$0,2x + 0,6 - 0,25x^2 - 0,25 + 0,5x = 1,25x - 0,25x^2 - 4 - 2x$

$1,45x = -4,35$

$x = -3$

e) $25x^2 + 9 - 30x - 20x^2 + 25x = 5x^2 - 5x; 9 = 0$

No tiene solución.

f) $4x + 2 - 7(x^2 - x - 2) = 7x - 14 - 7(x^2 + 4 - 4x)$

$4x + 2 - 7x^2 + 7x + 14 = 7x - 14 - 7x^2 - 28 + 28x$

$58 = 24x$

$x = \frac{29}{12}$

3

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{x^2 - 1}{3} + (x - 2)^2 = \frac{x^2 + 2}{2}$

b) $0,5(x - 1)^2 - 0,25(x + 1)^2 = 4 - x$

c) $(0,5x - 1)(0,5x + 1) = (x + 1)^2 - 9$

d) $\frac{3}{2}\left(\frac{x}{2} - 2\right)^2 - \frac{x + 1}{8} = \frac{1}{8} - \frac{x - 1}{4}$

e) $x^2 - 2x + 2\sqrt{3} - 3 = 0$

f) $x^2 - x - 2 - \sqrt{2} = 0$

g) $\frac{x(x - 3)}{2} + \frac{x(x + 2)}{4} = \frac{(3x - 2)^2}{8} + 1$

h) $0,3x^2 - x - 1,3 = 0$

➡ **Expresa los decimales periódicos en forma de fracción y obtendrás soluciones enteras.**

a) $2x^2 - 2 + 6(x^2 + 4 - 4x) = 3x^2 + 6$

$2x^2 - 2 + 6x^2 + 24 - 24x = 3x^2 + 6$

$5x^2 - 24x + 16 = 0$

$x = \frac{24 \pm 16}{10} = \begin{cases} 4 \\ 4/5 \end{cases}$

$x_1 = 4; x_2 = \frac{4}{5}$

$$b) 0,5(x^2 + 1 - 2x) - 0,25(x^2 + 1 + 2x) = 4 - x$$

$$0,5x^2 + 0,5 - x - 0,25x^2 - 0,25 - 0,5x = 4 - x$$

$$0,25x^2 - 0,5x - 3,75 = 0$$

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm 8}{2} = \begin{cases} 5 \\ -3 \end{cases}$$

$$x_1 = -3; x_2 = 5$$

$$c) 0,25x^2 - 1 = x^2 + 1 + 2x - 9$$

$$0 = 0,75x^2 + 2x - 7$$

$$x = \frac{-2 \pm 5}{1,5} = \begin{cases} 2 \\ -70/15 = -14/3 \end{cases}$$

$$x_1 = 2; x_2 = -\frac{14}{3}$$

$$d) \frac{3}{2} \left(\frac{x^2}{4} + 4 - 2x \right) - \frac{x+1}{8} = \frac{1}{8} - \frac{2x-2}{8}$$

$$3x^2 + 48 - 24x - x - 1 = 1 - 2x + 2; 3x^2 - 23x + 44 = 0$$

$$x = \frac{23 \pm 1}{6} = \begin{cases} 4 \\ 11/3 \end{cases}$$

$$x_1 = 4; x_2 = \frac{11}{3}$$

$$e) x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 8\sqrt{3} + 12}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{16 - 8\sqrt{3}}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{4 - 2\sqrt{3}}}{2} = 1 \pm \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} =$$

$$= \begin{cases} 1 + \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} \stackrel{*}{=} \sqrt{3} \\ 1 - \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} \stackrel{*}{=} 2 - \sqrt{3} \end{cases}$$

$$x_1 = 1 + \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} \stackrel{*}{=} \sqrt{3}; x_2 = 1 - \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} \stackrel{*}{=} 2 - \sqrt{3}$$

* Esta igualdad se podría probar viendo que: $(\sqrt{3} - 1)^2 = 4 - 2\sqrt{3}$

$$f) x = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4(-2 - \sqrt{2})}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 8 + 4\sqrt{2}}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}{2} =$$

$$= \begin{cases} \frac{1 + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}{2} \stackrel{*}{=} 1 + \sqrt{2} \\ \frac{1 - \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}{2} \stackrel{*}{=} -\sqrt{2} \end{cases}$$

$$x_1 = \frac{1 + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}{2} \approx 1 + \sqrt{2}; \quad x_2 = \frac{1 - \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}{2} \approx -\sqrt{2}$$

* Esta igualdad se podría probar viendo que: $(1 + 2\sqrt{2})^2 = 9 + 4\sqrt{2}$

g) $4x(x - 3) + 2x(x + 2) = 9x^2 + 4 - 12x + 8$

$$4x^2 - 12x + 2x^2 + 4x = 9x^2 + 4 - 12x + 8$$

$$0 = 3x^2 - 4x + 12 \rightarrow \text{No tiene solución.}$$

h) $\frac{x^2}{3} - \frac{3x}{3} - \frac{4}{3} = 0 \rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 16}}{2} = \frac{3 \pm 5}{2} = \begin{cases} 4 \\ -1 \end{cases}$$

$$x_1 = 4, \quad x_2 = -1$$

4 Resuelve estas ecuaciones incompletas de segundo grado sin aplicar la fórmula general:

🔑 *Recuerda que: $ax^2 + c = 0$ se resuelve despejando x . $ax^2 + bx = 0$ se resuelve sacando factor común e igualando a cero cada factor.*

a) $(x + 1)^2 - (x - 2)^2 = (x + 3)^2 + x^2 - 20$

b) $\frac{x^2 - 2x + 5}{2} - \frac{x^2 + 3x}{4} = \frac{x^2 - 4x + 15}{6}$

c) $\frac{3x + 1}{3} - \frac{5x^2 + 3}{2} = \frac{x^2 - 1}{2} - \frac{x + 2}{3}$

d) $\frac{3x^2 - 1}{4} + \frac{1}{2} \left[x^2 - 2 - \frac{1}{2}x \right] = \frac{x^2 - 5}{4}$

e) $(x - a)^2 + x(x + b) = 8b^2 - x(2a - b) + a^2$

f) $\frac{x(x - 2)}{4} + \frac{x - 4}{3} = \frac{x - 3}{2} + \frac{x + 1}{6}$

a) $x^2 + 1 + 2x - x^2 - 4 + 4x = x^2 + 9 + 6x + x^2 - 20$

$$0 = 2x^2 - 8; \quad x^2 = 4$$

$$x_1 = -2; \quad x_2 = 2$$

b) $6x^2 - 12x + 30 - 3x^2 - 9x = 2x^2 - 8x + 30$

$$x^2 - 13x = 0$$

$$x_1 = 0; \quad x_2 = 13$$

c) $6x + 2 - 15x^2 - 9 = 3x^2 - 3 - 2x - 4$

$$0 = 18x^2 - 8x; \quad 2x(9x - 4) = 0$$

$$x_1 = 0; \quad x_2 = \frac{4}{9}$$

$$d) 3x^2 - 1 + 2x^2 - 4 - x = x^2 - 5$$

$$4x^2 - x = 0$$

$$x_1 = 0; x_2 = \frac{1}{4}$$

$$e) x^2 + a^2 - 2ax + x^2 + bx = 8b^2 - 2ax + bx + a^2$$

$$2x^2 = 8b^2; x^2 = 4b^2; x = \pm 2b$$

$$x_1 = 2b; x_2 = -2b$$

$$f) 3x^2 - 6x + 4x - 16 = 6x - 18 + 2x + 2$$

$$3x^2 - 10x = 0; x(3x - 10) = 0$$

$$x_1 = 0; x_2 = \frac{10}{3}$$

5 Resuelve estas ecuaciones bicuadradas:

$$a) x^4 - 5x^2 + 4 = 0$$

$$b) x^4 + 3x^2 - 4 = 0$$

$$c) x^4 + 3x^2 + 2 = 0$$

$$d) x^4 - 9x^2 + 8 = 0$$

$$a) x^2 = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} = \begin{cases} 4 \\ 1 \end{cases}$$

$$x_1 = 2; x_2 = -2; x_3 = 1; x_4 = -1$$

$$b) x^2 = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 16}}{2} = \frac{-3 \pm 5}{2} = \begin{cases} 1 \\ -4 \end{cases} \text{ (no vale)}$$

$$x_1 = 1; x_2 = -1$$

$$c) x^2 = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 8}}{2} = \frac{-3 \pm 1}{2} = \begin{cases} -1 \\ -2 \end{cases} \rightarrow \text{No tiene solución}$$

$$d) x^2 = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 32}}{2} = \frac{9 \pm 7}{2} = \begin{cases} 8 \\ 1 \end{cases}$$

$$x_1 = 1; x_2 = -1; x_3 = 2\sqrt{2}; x_4 = -2\sqrt{2}$$

6 Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$a) \sqrt{5x + 6} = 3 + 2x$$

$$b) x + \sqrt{7 - 3x} = 1$$

$$c) \sqrt{2 - 5x} + x\sqrt{3} = 0$$

$$d) \sqrt{2x + 3} + \sqrt{x - 5} = 0$$

$$e) \sqrt{2x} + \sqrt{5x - 6} = 4$$

$$f) \sqrt{\frac{7x + 1}{4}} = \frac{5x - 7}{6}$$

a) $5x + 6 = 9 + 4x^2 + 12x; 0 = 4x^2 + 7x + 3$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 48}}{8} = \frac{-7 \pm 1}{8} = \begin{cases} -1 \\ -3/4 \end{cases}$$

$$x_1 = -1; x_2 = -\frac{3}{4}$$

b) $7 - 3x = 1 + x^2 - 2x; 0 = x^2 + x - 6$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2} = \begin{cases} 2 \text{ (no vale)} \\ -3 \end{cases}$$

$$x = -3$$

c) $2 - 5x = 3x^2; 0 = 3x^2 + 5x - 2$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{6} = \frac{-5 \pm 7}{6} = \begin{cases} 1/3 \text{ (no vale)} \\ -2 \end{cases}$$

$$x = -2$$

d) $2x + 3 = x - 5; x = -8$ (no vale)

No tiene solución.

e) $5x - 6 = 16 + 2x - 8\sqrt{2x}$

$$3x - 22 = -8\sqrt{2x}$$

$$9x^2 + 484 - 132x = 64 \cdot 2x; 9x^2 - 260x + 484 = 0$$

$$x = \frac{260 \pm 224}{18} = \begin{cases} 484/18 = 242/9 \text{ (no vale)} \\ 2 \end{cases}$$

$$x = 2$$

f) $\frac{7x + 1}{4} = \frac{25x^2 + 49 - 70x}{36}$

$$63x + 9 = 25x^2 + 49 - 70x; 0 = 25x^2 - 133x + 40$$

$$x = \frac{133 \pm 117}{50} = \begin{cases} 5 \\ 8/25 \text{ (no vale)} \end{cases}$$

$$x = 5$$

Factorización

7 Descompón en factores estos polinomios y di cuáles son sus raíces:

a) $x^3 - 2x^2 - x + 2$

b) $x^4 - 5x^2 + 4$

c) $2x^3 - 3x^2 - 9x + 10$

d) $x^5 - 7x^4 + 10x^3 - x^2 + 7x - 10$

e) $6x^4 - 5x^3 - 23x^2 + 20x - 4$

f) $x^5 - 16x$

g) $4x^2 - 25$

h) $4x^2 + 4x + 1$

a) $(x + 1)(x - 1)(x - 2) \rightarrow$ Raíces: $-1, 1, 2$

b) $(x - 1)(x + 1)(x - 2)(x + 2) \rightarrow$ Raíces: $1, -1, 2, -2$

c) $(x - 1)(x + 2)(4x - 10) \rightarrow$ Raíces: $1, -2, \frac{10}{4}$

d) $(x - 1)(x - 2)(x - 5)(x^2 + x + 1) \rightarrow$ Raíces: $1, 2, 5$

e) $(x + 2)(x - 2)(2x - 1)(3x - 1) \rightarrow$ Raíces: $-2, 2, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$

f) $x(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4) \rightarrow$ Raíces: $0, 2, -2$

g) $(2x + 5)(2x - 5) \rightarrow$ Raíces: $\frac{5}{2}, -\frac{5}{2}$

h) $(2x + 1)^2 \rightarrow$ Raíz: $-\frac{1}{2}$

Página 91

9 Resuelve las siguientes ecuaciones, factorizando previamente:

a) $x^3 - 7x - 6 = 0$

b) $2x^3 - 3x^2 - 9x + 10 = 0$

c) $x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6 = 0$

d) $3x^3 - 10x^2 + 9x - 2 = 0$

e) $x^5 - 16x = 0$

f) $x^3 - 3x^2 + 2x = 0$

g) $x^3 - x^2 + 4x - 4 = 0$

a) $x_1 = -1; x_2 = -2; x_3 = 3$

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 0 & -7 & -6 \\ -1 & & -1 & 1 & 6 \\ \hline & 1 & -1 & -6 & \underline{0} \\ -2 & & -2 & 6 & \\ \hline & 1 & -3 & \underline{0} & \\ 3 & & 3 & & \\ \hline & 1 & \underline{0} & & \end{array}$$

b) $x_1 = 1; x_2 = -2; x_3 = \frac{5}{2}$

$$\begin{array}{c|cccc} & 2 & -3 & -9 & 10 \\ 1 & & 2 & -1 & -10 \\ \hline & 2 & -1 & -10 & \underline{0} \\ -2 & & -4 & 10 & \\ \hline & 2 & -5 & \underline{0} & \end{array}$$

c) $x_1 = 1; x_2 = -1; x_3 = 2; x_4 = 3$

$$\begin{array}{c|ccccc} & 1 & -5 & 5 & 5 & -6 \\ 1 & & 1 & -4 & 1 & 6 \\ \hline & 1 & -4 & 1 & 6 & \underline{0} \\ -1 & & -1 & 5 & -6 & \\ \hline & 1 & -5 & 6 & \underline{0} & \\ 2 & & 2 & -6 & & \\ \hline & 1 & -3 & \underline{0} & & \\ 3 & & 3 & & & \\ \hline & 1 & \underline{0} & & & \end{array}$$

d) $x_1 = 1; x_2 = 2; x_3 = \frac{1}{3}$

$$\begin{array}{c|cccc} & 3 & -10 & 9 & -2 \\ 1 & & 3 & -7 & 2 \\ \hline & 3 & -7 & 2 & \underline{0} \\ 2 & & 6 & -2 & \\ \hline & 3 & -1 & \underline{0} & \end{array}$$

e) $x(x^4 - 16) = 0; x(x^2 - 4)(x^2 + 4) = 0$
 $x_1 = 0; x_2 = 2; x_3 = -2$

f) $x(x^2 - 3x + 2) = 0; x(x - 1)(x - 2) = 0$
 $x_1 = 0; x_2 = 1; x_3 = 2$

g) $x = 1$

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & -1 & 4 & -4 \\ 1 & & 1 & 0 & 4 \\ \hline & 1 & 0 & 4 & \underline{0} \end{array}$$

Fracciones algebraicas

10 Simplifica las fracciones:

$$a) \frac{9 - x^2}{x^2 - 3x}$$

$$b) \frac{3x^3 - 2x^2 - 7x - 2}{x^3 - 4x}$$

$$a) \frac{(3-x)(3+x)}{x(x-3)} = \frac{-(3+x)}{x}$$

$$b) \begin{array}{r|rrrr} & 3 & -2 & -7 & -2 \\ 2 & & 6 & 8 & 2 \\ \hline & 3 & 4 & 1 & 0 \\ -1 & & -3 & -1 & \\ \hline & 3 & 1 & 0 & \end{array}$$

$$\frac{(x-2)(x+1)(3x+1)}{x(x-2)(x+2)} = \frac{3x^2 + 4x + 1}{x^2 + 2x}$$

11 Opera y simplifica el resultado:

$$a) \frac{3a+3}{12a-12} : \frac{(a+1)^2}{a^2-1}$$

$$b) \frac{x^2+2x-3}{(x-2)^3} \cdot \frac{(x-2)^2}{x^2-1}$$

$$c) \frac{x}{x-2} - \frac{x}{x-1} - \frac{x}{x^2-3x+2}$$

$$d) \left(\frac{x+1}{x} - \frac{x}{x+2} \right) : \left(1 + \frac{x}{x+2} \right)$$

$$e) \left(1 - \frac{x+1}{x+2} \cdot \frac{x+3}{x+2} \right) : \frac{1}{x+2}$$

$$a) \frac{3(a+1)(a+1)(a-1)}{12(a-1)(a+1)^2} = \frac{1}{4}$$

$$b) \frac{(x+3)(x-1)(x-2)^2}{(x-2)^3(x+1)(x-1)} = \frac{x+3}{(x-2)(x+1)}$$

$$c) \frac{x(x-1) - x(x-2) - x}{(x-2)(x-1)} = \frac{x^2 - x - x^2 + 2x - x}{(x-2)(x-1)} = 0$$

$$d) \frac{(x+1)(x+2) - x^2}{x(x+2)} : \frac{x+2+x}{x+2} = \frac{3x+2}{x(x+2)} \cdot \frac{x+2}{2x+2} =$$

$$= \frac{3x+2}{x(2x+2)} = \frac{3x+2}{2x(x+1)}$$

$$e) \frac{x^2+4+4x-x^2-4x-3}{(x+2)^2} \cdot (x+2) = \frac{1}{x+2}$$

12 Demuestra las siguientes identidades:

$$a) \left(\frac{1}{1+x} + \frac{2x}{1-x^2} \right) \left(\frac{1}{x} - 1 \right) = \frac{1}{x}$$

$$b) \frac{a^2-1}{a^2-3a+2} : \frac{a^2+2a+1}{a^2-a-2} = 1$$

$$c) \left(\frac{x-2}{x-3} - \frac{x-3}{x-2} \right) : \left(\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-2} \right) = 2x-5$$

$$a) \left(\frac{1-x+2x}{1-x^2} \right) \cdot \left(\frac{1-x}{x} \right) = \left(\frac{1+x}{(1-x)(1+x)} \right) \cdot \left(\frac{1-x}{x} \right) = \left(\frac{1}{1-x} \right) \cdot \frac{1-x}{x} = \frac{1}{x}$$

$$b) \frac{(a+1)(a-1)}{(a-2)(a-1)} : \frac{(a+1)^2}{(a-2)(a+1)} = \frac{(a+1)(a-2)}{(a-2)(a+1)} = 1$$

$$c) \left(\frac{(x-2)^2 - (x-3)^2}{(x-3)(x-2)} \right) : \left(\frac{(x-2) - (x-3)}{(x-3)(x-2)} \right) =$$

$$= \frac{(x-2+x-3)(x-2-x+3)}{(x-3)(x-2)} : \frac{x-2-x+3}{(x-3)(x-2)} =$$

$$= \frac{(2x-5)}{(x-3)(x-2)} : \frac{1}{(x-3)(x-2)} = \frac{(2x-5)(x-3)(x-2)}{(x-3)(x-2)} = 2x-5$$

13 Resuelve estas ecuaciones y comprueba la validez de las soluciones:

$$a) \frac{x+2}{x} + 3x = \frac{5x+6}{2}$$

$$b) \frac{8}{x+6} + \frac{12-x}{x-6} = 1$$

$$c) \frac{x-2}{x-1} = \frac{x^2}{(x-1)(x-2)} - \frac{x-1}{2-x}$$

$$d) \frac{x}{x-6} - \frac{1}{2} = \frac{x}{6} + \frac{x+6}{6-x}$$

⚡ Ten en cuenta que $2-x = -(x-2)$.

$$e) \frac{3x+1}{x^3} + \frac{x+1}{x} = 1 + \frac{2x+3}{x^2}$$

$$f) \frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{x} = \sqrt{2}x$$

$$a) 2x+4+6x^2=5x^2+6x$$

$$x^2-4x+4=0; \quad x=2$$

$$b) 8(x-6)+(12-x)(x+6)=x^2-36$$

$$8x-48+12x+72-x^2-6x=x^2-36$$

$$0=2x^2-14x-60$$

$$0=x^2-7x-30$$

$$x = \frac{7 \pm 13}{2} = \begin{cases} 10 \\ -3 \end{cases}$$

$$x_1 = 10; \quad x_2 = -3$$

$$c) (x-2)^2 = x^2 + (x-1)^2$$

$$x^2+4-4x=x^2+x^2+1-2x$$

$$0=x^2+2x-3$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4+12}}{2} = \frac{-2 \pm 4}{2} = \begin{cases} 1 \text{ (no vale)} \\ -3 \end{cases}$$

$$x = -3$$

$$d) 6x - 3(x - 6) = x(x - 6) - 6(x + 6)$$

$$6x - 3x + 18 = x^2 - 6x - 6x - 36$$

$$0 = x^2 - 15x - 54$$

$$x = \frac{15 \pm 21}{2} = \begin{cases} 18 \\ -3 \end{cases}$$

$$x_1 = -3; x_2 = 18$$

$$e) 3x + 1 + x^2(x + 1) = x^3 + 2x^2 + 3x$$

$$3x + 1 + x^3 + x^2 = x^3 + 2x^2 + 3x$$

$$0 = x^2 - 1$$

$$x_1 = 1; x_2 = -1$$

$$f) x^2 + 2 = 2x^2; 2 = x^2$$

$$x_1 = \sqrt{2}; x_2 = -\sqrt{2}$$

Ecuaciones exponenciales y logarítmicas

14 Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

a) $3^x = \sqrt[3]{9}$

☞ *Expresa $\sqrt[3]{9}$ como potencia de base 3.*

b) $2^x \cdot 2^{x+1} = 8$

☞ *Multiplícala el primer miembro.*

c) $5 \cdot 7^{-x} = 35$

☞ *Divide los dos miembros por 5.*

d) $(0,5)^x = 16$

☞ *0,5 es una potencia de base 2.*

e) $\sqrt{7^x} = \frac{1}{49}$

f) $2^{1/x} = 16$

g) $\frac{3^{3x-2}}{3^{x+3}} = 81$

h) $\left(\frac{2}{5}\right)^x = \frac{8}{125}$

i) $2^x \cdot 5^x = 0,1$

☞ *Recuerda que $2^x \cdot 5^x = (2 \cdot 5)^x$.*

a) $3^x = 3^{2/3} \Rightarrow x = \frac{2}{3}$

b) $2^{2x+1} = 2^3 \Rightarrow x = 1$

$$c) 7^{-x} = 7 \Rightarrow x = -1$$

$$d) 2^{-x} = 2^4 \Rightarrow x = -4$$

$$e) 7^{x/2} = 7^{-2} \Rightarrow x = -4$$

$$f) 2^{1/x} = 2^4 \Rightarrow x = \frac{1}{4}$$

$$g) 3^{3x-2-x-3} = 3^4 \Rightarrow x = \frac{9}{2}$$

$$h) \left(\frac{2}{5}\right)^x = \left(\frac{2}{5}\right)^3 \Rightarrow x = 3$$

$$i) 10^x = 10^{-1} \Rightarrow x = -1$$

Página 92

15 Resuelve, tomando logaritmos, estas ecuaciones:

$$a) \frac{1}{e^x} = 27$$

$$b) e^{x-9} = \sqrt{73}$$

$$c) 2^x \cdot 3^x = 81$$

$$d) \frac{2^x}{3^{x+1}} = 1$$

$$a) \frac{1}{e^x} = 27 \rightarrow \frac{1}{27} = e^x \rightarrow \ln \frac{1}{27} = \ln e^x$$

$$x = \ln \frac{1}{27} = \ln 1 - \ln 27 = 0 - \ln 27 \rightarrow x \approx 3,296$$

$$b) e^{x-9} = \sqrt{73} \rightarrow \ln e^{x-9} = \ln \sqrt{73}$$

$$x - 9 = \frac{1}{2} \ln 73 \rightarrow x = 9 + \frac{\ln 73}{2} \rightarrow x \approx 11,145$$

$$c) 6^x = 81; x \log 6 = \log 81$$

$$x = \frac{\log 81}{\log 6} \approx 2,453$$

$$d) \frac{2^x}{3^x \cdot 3} = 1; \left(\frac{2}{3}\right)^x = 3; x \log \frac{2}{3} = \log 3$$

$$x = \frac{\log 3}{\log 2 - \log 3} \approx -2,710$$

16 Resuelve las siguientes ecuaciones mediante un cambio de variable:

$$a) 2^x + 2^{1-x} = 3$$

$$b) 2^{x+1} + 2^{x-1} = \frac{5}{2}$$

$$c) 8^{1+x} + 2^{3x-1} = \frac{17}{16}$$

$$d) 2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$$

$$e) 9^x - 3^x - 6 = 0$$

$$f) 7^{1+2x} - 50 \cdot 7^x + 7 = 0$$

$$a) 2^x + \frac{2}{2^x} = 3$$

$$z = 2^x \rightarrow z + \frac{2}{z} = 3; z^2 + 2 = 3z$$

$$z^2 - 3z + 2 = 0; z = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} = \begin{cases} 2 \\ 1 \end{cases}$$

$$x_1 = 2; x_2 = 1$$

$$\text{b) } 2 \cdot 2^x + \frac{2^x}{2} = \frac{5}{2}; \quad 4 \cdot 2^x + 2^x = 5; \quad 2^x = 1$$

$$x = 0$$

$$\text{c) } 2^3 + 3^x + 2^{3x-1} = \frac{17}{16}$$

$$8 \cdot (2^x)^3 + \frac{(2^x)^3}{2} = \frac{17}{16}$$

$$(128 + 8) (2^x)^3 = 17; \quad (2^x)^3 = \frac{17}{136} = \frac{1}{8}$$

$$x = -1$$

$$\text{d) } (2^x)^2 - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$$

$$2^x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} = \begin{cases} 4 \\ 1 \end{cases}$$

$$x_1 = 0; \quad x_2 = 2$$

$$\text{e) } (3^x)^2 - 3^x - 6 = 0; \quad 3^x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2} = \begin{cases} 3 \\ -2 \text{ (no vale)} \end{cases}$$

$$x = 1$$

$$\text{f) } 7 \cdot (7^x)^2 - 50 \cdot 7^x + 7 = 0; \quad 7^x = \frac{50 \pm 48}{14} = \begin{cases} 7 \\ 1/7 \end{cases}$$

$$x_1 = -1; \quad x_2 = 1$$

17 Resuelve las ecuaciones:

$$\text{a) } \log(x^2 + 1) - \log(x^2 - 1) = \log \frac{13}{12}$$

$$\text{b) } \ln(x - 3) + \ln(x + 1) = \ln 3 + \ln(x - 1)$$

$$\text{c) } 2\ln(x - 3) = \ln x - \ln 4$$

$$\text{d) } \log(x + 3) - \log(x - 6) = 1$$

$$\text{a) } \log \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} = \log \frac{13}{12}$$

$$12x^2 + 12 = 13x^2 - 13; \quad 25 = x^2$$

$$x_1 = -5; \quad x_2 = 5$$

$$\text{b) } \ln(x^2 - 2x - 3) = \ln(3x - 3)$$

$$x^2 - 2x - 3 = 3x - 3; \quad x^2 - 5x = 0$$

$$x = 5 \quad (x = 0 \text{ no vale})$$

$$c) \ln(x-3)^2 = \ln \frac{x}{4}$$

$$x^2 + 9 - 6x = \frac{x}{4}$$

$$4x^2 + 36 - 24x = x; \quad 4x^2 - 25x + 36 = 0$$

$$x = \frac{25 \pm 7}{8} = \begin{cases} 4 \\ 9/4 \text{ (no vale)} \end{cases}$$

$$x = 4$$

$$d) \log \frac{x+3}{x-6} = 1$$

$$x+3 = 10x-60; \quad 63 = 9x$$

$$x = 7$$

18 Resuelve las ecuaciones:

a) $\log(x+9) = 2 + \log x$

b) $\log \sqrt{3x+5} + \log \sqrt{x} = 1$

c) $2(\log x)^2 + 7\log x - 9 = 0$

d) $\log(x^2 - 7x + 110) = 2$

☛ Haz $\log x = y$.

e) $\log(x^2 + 3x + 36) = 1 + \log(x+3)$

f) $\ln x + \ln 2x + \ln 4x = 3$

a) $\log \frac{x+9}{x} = 2$

$$x+9 = 100x; \quad 9 = 99x; \quad x = \frac{9}{99} = \frac{1}{11}$$

$$x = \frac{1}{11}$$

b) $\frac{\log(x(3x+5))}{2} = 1; \quad 3x^2 + 5x - 100 = 0$

$$x = \frac{-5 \pm 35}{6} = \begin{cases} 5 \\ -40/6 \text{ (no vale)} \end{cases}$$

$$x = 5$$

c) $\log x = \frac{-7 \pm \sqrt{49+72}}{4} = \frac{-7 \pm 11}{4} = \begin{cases} 1; \quad x_1 = 10 \\ -18/4 = -9/2; \quad x_2 = 10^{-9/2} \end{cases}$

d) $x^2 - 7x + 110 = 100; \quad x^2 - 7x + 10 = 0$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49-40}}{2} = \frac{7 \pm 3}{2} = \begin{cases} 5 \\ 2 \end{cases}$$

$$x_1 = 2; \quad x_2 = 5$$

e) $\log \frac{x^2 + 3x + 36}{x+3} = 1$

$$x^2 + 3x + 36 = 10x + 30; \quad x^2 - 7x + 6 = 0$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 24}}{2} = \frac{7 \pm 5}{2} = \begin{cases} 6 \\ 1 \end{cases}$$

$$x_1 = 1; x_2 = 6$$

f) $\ln x + \ln 2x + \ln 4x = 3$

$$\ln(x \cdot 2x \cdot 4x) = 3$$

$$\ln(8x^3) = 3 \rightarrow 8x^3 = e^3 \rightarrow x^3 = \frac{e^3}{8}$$

$$x = \sqrt[3]{\frac{e^3}{8}} = \frac{e}{2} \rightarrow x = \frac{e}{2}$$

Sistemas de ecuaciones

19 Resuelve:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \\ 2x + 3y = 2 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x \cdot y = 15 \\ \frac{x}{y} = \frac{5}{3} \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x^2 + y^2 - 5x - 5y + 10 = 0 \\ x^2 - y^2 - 5x + 5y + 2 = 0 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} (x + y)(x - y) = 7 \\ 3x - 4y = 0 \end{cases}$$

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} 6y + 6x = 5xy \\ y = \frac{2-2x}{3} \end{array} \right\} \begin{array}{l} 4 - 4x + 6x = \frac{5x(2-2x)}{3} \\ 6x + 12 = 10x - 10x^2 \\ 10x^2 - 4x + 12 = 0 \end{array}$$

$$5x^2 - 2x + 6 = 0$$

No tiene solución.

$$\text{b) } x = \frac{5y}{3}$$

$$\frac{5y^2}{3} = 15; y^2 = 9 \begin{cases} y = 3 \rightarrow x = 5 \\ y = -3 \rightarrow x = -5 \end{cases}$$

$$x_1 = 5, y_1 = 3; x_2 = -5, y_2 = -3$$

c) $2x^2 - 10x + 12 = 0; x^2 - 5x + 6 = 0$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} 3 \\ 2 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 - 5x - 5y + 10 = 0$$

$$-x^2 + y^2 + 5x - 5y - 2 = 0$$

$$\hline 2y^2 - 10y + 8 = 0$$

$$y^2 - 5y + 4 = 0$$

$$y = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} = \begin{cases} 4 \\ 1 \end{cases}$$

$$x_1 = 3, y_1 = 4; x_2 = 3, y_2 = 1; x_3 = 2, y_3 = 4; x_4 = 2, y_4 = 1$$

$$d) x = \frac{4y}{3}$$

$$\frac{7y}{3} \cdot \frac{y}{3} = 7$$

$$y^2 = 9; y = \pm 3$$

$$x_1 = 4, y_1 = 3; x_2 = -4, y_2 = -3$$

20 Resuelve:

$$a) \begin{cases} y^2 - 2y + 1 = x \\ \sqrt{x} + y = 5 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2\sqrt{x+1} = y+1 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} \sqrt{3(x+y)} + x = 12 \\ 2x - y = 6 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} \sqrt{x+y} + 2 = x+1 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$$

$$a) x = (5 - y)^2$$

$$y^2 - 2y + 1 = 25 + y^2 - 10y$$

$$8y = 24; y = 3; x = 4$$

$$x = 4; y = 3$$

$$b) 4x + 4 = y^2 + 1 + 2y; x = \frac{y^2 + 2y - 3}{4}$$

$$x = \frac{1 + 3y}{2} = \frac{2 + 6y}{4}$$

$$y^2 + 2y - 3 = 2 + 6y$$

$$y^2 - 4y - 5 = 0$$

$$y = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 20}}{2} = \frac{4 \pm 6}{2} = \begin{cases} 5 \rightarrow x = 8 \\ -1 \rightarrow x = -1 \end{cases}$$

$$x_1 = -1, y_1 = -1; x_2 = 8, y_2 = 5$$

$$c) y = 2x - 6$$

$$\sqrt{3(3x - 6)} = 12 - x$$

$$9x - 18 = 144 + x^2 - 24x$$

$$0 = x^2 - 33x + 162$$

$$x = \frac{33 \pm 21}{2} = \begin{cases} 27 \rightarrow y = 48 \text{ (no vale)} \\ 6 \rightarrow y = 6 \end{cases}$$

$$x = 6; y = 6 \text{ (} x = 27, y = 48 \text{ no vale)}$$

$$d) y = 2x - 5$$

$$\sqrt{3x - 5} = x - 1$$

$$3x - 5 = x^2 + 1 - 2x$$

$$0 = x^2 - 5x + 6$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} 3 \rightarrow y = 1 \\ 2 \rightarrow y = -1 \end{cases}$$

$$x_1 = 2, y_1 = -1; x_2 = 3, y_2 = 1$$

21 Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$a) \begin{cases} 3x^2 - 5y^2 = 7 \\ 2x^2 = 11y^2 - 3 \end{cases} \qquad b) \begin{cases} 2\sqrt{x} = 3 + y \\ \frac{y+6}{9} + \frac{4(x-9)}{9y} = 3 \end{cases}$$

$$a) \begin{cases} 3x^2 - 5y^2 = 7 \\ 2x^2 - 11y^2 = -3 \end{cases} \quad \begin{cases} 6x^2 - 10y^2 = 14 \\ -6x^2 + 33y^2 = 9 \end{cases}$$

$$\hline 23y^2 = 23; y = \pm 1$$

$$33x^2 - 55y^2 = 77$$

$$-10x^2 + 55y^2 = 15$$

$$\hline 23x^2 = 92$$

$$x^2 = 4; x = \pm 2$$

$$x_1 = 2, y_1 = 1; x_2 = 2, y_2 = -1; x_3 = -2, y_3 = 1; x_4 = -2, y_4 = -1$$

$$b) 4x = 9 + y^2 + 6y$$

$$y^2 + 6y + 4x - 36 = 27y$$

$$y^2 + 6y + 9 + y^2 + 6y - 36 = 27y$$

$$2y^2 - 15y - 27 = 0$$

$$y = \frac{15 \pm 21}{4} = \begin{cases} 9 \rightarrow x = 36 \\ -3/2 \rightarrow x = 9/16 \end{cases}$$

$$x_1 = 36, y_1 = 9; x_2 = \frac{9}{16}, y_2 = \frac{-3}{2}$$

22 Resuelve:

$$a) \begin{cases} \log x + \log y = 3 \\ \log x - \log y = -1 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \log_2 x + 3\log_2 y = 5 \\ \log_2 \frac{x^2}{y} = 3 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} \log(x^2y) = 2 \\ \log x = 6 + \log y^2 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x^2 - y^2 = 11 \\ \log x - \log y = 1 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} x - y = 25 \\ \log y = \log x - 1 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} \ln x - \ln y = 2 \\ \ln x + \ln y = 4 \end{cases}$$

a) $2 \log x = 2$

$x = 10; y = 100$

$$\left. \begin{array}{l} \log_2 x + 3 \log_2 y = 5 \\ 2 \log_2 x - \log_2 y = 3 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \log_2 x + 3 \log_2 y = 5 \\ \underline{6 \log_2 x - 3 \log_2 y = 9} \\ 7 \log_2 x = 14 \end{array}$$

$x = 4; y = 2$

$$\left. \begin{array}{l} 2 \log x + \log y = 2 \\ \log x - 2 \log y = 6 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 4 \log x + 2 \log y = 4 \\ \underline{\log x - 2 \log y = 6} \\ 5 \log x = 10 \rightarrow \log x = 2 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} x = 100 \\ y = \frac{1}{100} \end{array} \right\}$$

d) $\log \frac{x}{y} = 1; \frac{x}{y} = 10; x = 10y$

$$100y^2 - y^2 = 11; 99y^2 = 11; y^2 = \frac{1}{9} \rightarrow y = \pm \frac{1}{3}$$

$$x = \frac{10}{3}; y = \frac{1}{3}$$

$$\left(y = -\frac{1}{3} \text{ no vale} \right)$$

$$\left. \begin{array}{l} x = 25 + y \\ \log \frac{y}{x} = -1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} y = 0,1x \\ 0,9x = 25 \end{array}$$

$$x = \frac{250}{9}; y = \frac{25}{9}$$

$$\left. \begin{array}{l} \ln x - \ln y = 2 \\ \ln x + \ln y = 4 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Sumando las dos ecuaciones, queda:} \\ 2 \ln x = 6 \rightarrow \ln x = 3 \rightarrow x = e^3 \end{array}$$

Restando a la 2ª ecuación la 1ª, queda:

$$2 \ln y = 2 \rightarrow \ln y = 1 \rightarrow y = e$$

Solución: $x = e^3; y = e$

Inecuaciones

29 Resuelve estas inecuaciones:

a) $5(2 + x) > -5x$

b) $\frac{x-1}{2} > x-1$

c) $x^2 + 5x < 0$

d) $9x^2 - 4 > 0$

e) $x^2 + 6x + 8 \geq 0$

f) $x^2 - 2x - 15 \leq 0$

a) $10 + 5x > -5x; 10x > -10; x > -1$

$(-1, +\infty)$

b) $x - 1 > 2x - 2; 1 > x$

$(-\infty, 1)$

c) $x(x + 5) < 0$

$(-5, 0)$

d) $\left(-\infty, -\frac{2}{3}\right) \cup \left(\frac{2}{3}, +\infty\right)$

e) $\frac{-6 \pm \sqrt{36 - 32}}{2} = \frac{-6 \pm 2}{2} = \begin{matrix} < & -2 \\ & -4 \end{matrix}$

$(-\infty, -4] \cup [-2, +\infty)$

f) $\frac{2 \pm \sqrt{4 + 60}}{2} = \frac{2 \pm 8}{2} = \begin{matrix} < & 5 \\ & -3 \end{matrix}$

$[-3, 5]$

31 Resuelve:

a) $x^2 - 7x + 6 \leq 0$

b) $x^2 - 7x + 6 > 0$

c) $(x + 1)x^2(x - 3) > 0$

d) $x(x^2 + 3) < 0$

a) $\frac{7 \pm \sqrt{49 - 24}}{2} = \frac{7 \pm 5}{2} = \begin{matrix} 6 \\ 1 \end{matrix}$

$[1, 6]$

b) $(-\infty, 1) \cup (6, +\infty)$

32 Resuelve estas inecuaciones:

a) $\frac{2}{x-3} > 0$

b) $\frac{3x+5}{x^2+1} \geq 0$

c) $\frac{x^2}{x+4} < 0$

d) $\frac{x-3}{x+2} < 0$

a) $x-3 > 0 \rightarrow (3, +\infty)$

b) $3x+5 \geq 0; x \geq -\frac{5}{3} \rightarrow \left[-\frac{5}{3}, +\infty\right)$

c) $x+4 < 0; x < -4 \rightarrow (-\infty, -4)$

d) $\left. \begin{array}{l} x-3 > 0 \\ x+2 < 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x > 3 \\ x < -2 \end{array} \rightarrow \emptyset$ $\left. \begin{array}{l} x-3 < 0 \\ x+2 > 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x < 3 \\ x > -2 \end{array} \rightarrow (-2, 3)$

44 Resuelve:

a) $3x^4 - 75x^2 = 0$

b) $x^4 - 9x^2 + 20 = 0$

c) $\sqrt{4x+5} = x+2$

d) $\sqrt{x} + 2 = x$

e) $\sqrt{2x-3} - \sqrt{x-5} = 2$

f) $\frac{3x}{x-1} + \frac{6x}{x+1} = 9$

g) $\frac{1}{x+2} + \frac{x}{5(x+3)} = \frac{3}{10}$

h) $x - \frac{4}{3x} = \frac{4}{3}$

i) $x \cdot (x+1) \cdot (x-2) \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right) = 0$

j) $(x^2-9)(\sqrt{x}+3) = 0$

k) $(\sqrt{x} - x + 2)x = 0$

a) $3x^2(x^2 - 25) = 0$

$x_1 = 0; x_2 = 5; x_3 = -5$

b) $x^2 = \frac{9 \pm \sqrt{81-80}}{2} = \frac{9 \pm 1}{2} = \begin{array}{l} 5 \\ 4 \end{array}$

$x_1 = 2; x_2 = -2; x_3 = \sqrt{5}; x_4 = -\sqrt{5}$

c) $4x+5 = x^2+4+4x; 1 = x^2 \begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}$

$x_1 = 1; x_2 = -1$

d) $x = x^2 + 4 - 4x; 0 = x^2 - 5x + 4 = 0$

$x = \frac{5 \pm \sqrt{25-16}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2}$

$x_1 = 4; x_2 = 1$ (no vale)

$x = 4$

e) $2x-3 = 4+x-5+4\sqrt{x-5}$

$x-2 = 4\sqrt{x-5}$

$x^2+4-4x = 16(x-5)$

$$x^2 + 4 - 4x = 16x - 80$$

$$x^2 - 20x + 84 = 0$$

$$x = \frac{20 \pm 8}{2} = \begin{cases} 14 \\ 6 \end{cases}$$

$$x_1 = 6; x_2 = 14$$

$$f) 3x(x+1) + 6x(x-1) = 9(x^2-1)$$

$$3x^2 + 3x + 6x^2 - 6x = 9x^2 - 9$$

$$-3x = -9; x = 3$$

$$g) \frac{10(x+3) + 2x(x+2)}{10(x+2)(x+3)} = \frac{3(x^2+5x+6)}{10(x+2)(x+3)}$$

$$10x + 30 + 2x^2 + 4x = 3x^2 + 15x + 18$$

$$0 = x^2 + x - 12$$

$$x = \frac{-1 \pm 7}{2} = \begin{cases} 3 \\ -4 \end{cases}$$

$$x_1 = 3; x_2 = -4$$

$$h) 3x^2 - 4 = 4x; 3x^2 - 4x - 4 = 0$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 48}}{6} = \frac{4 \pm 8}{6} = \begin{cases} 2 \\ -2/3 \end{cases}$$

$$x_1 = 2; x_2 = -\frac{2}{3}$$

$$i) x_1 = 0; x_2 = -1; x_3 = 2; x_4 = \frac{1}{2}$$

$$j) x_1 = 3; x_2 = -3$$

$$k) x = 0$$

$$\sqrt{x} = x - 2$$

$$x_1 = 0; x_2 = 4 \text{ (} x = 1 \text{ no vale)}$$

45 Resuelve:

$$a) \left| \frac{x-3}{2} \right| = 4$$

$$b) |x^2 - 1| = 3$$

$$a) \left. \begin{array}{l} \frac{x-3}{2} = 4 \Rightarrow x-3 = 8 \Rightarrow x = 11 \\ \frac{x-3}{2} = -4 \Rightarrow x-3 = -8 \Rightarrow x = -5 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x_1 = 11 \\ x_2 = -5 \end{array}$$

$$b) \left. \begin{array}{l} x^2 - 1 = 3 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2 \\ x^2 - 1 = -3 \Rightarrow x^2 = -2 \text{ (no vale)} \end{array} \right\} \begin{array}{l} x_1 = 2 \\ x_2 = -2 \end{array}$$

CUESTIONES TEÓRICAS

- 53** ¿Qué valores ha de tomar k para que $x^2 - 6x + k = 0$ no tenga soluciones reales?

$$36 - 4k < 0; 36 < 4k; 9 < k; k > 9$$

- 54** Escribe un polinomio cuyas raíces sean 1, 4, -4 y 0.

$$(x - 1)(x - 4)(x + 4)x = x^4 - x^3 - 16x^2 + 16x$$

- 55** Halla el valor de m para que el polinomio $5x^4 + mx^3 + 2x - 3$ sea divisible por $x + 1$.

$$\begin{array}{r|rrrrr} -1 & 5 & m & 0 & 2 & -3 \\ & & -5 & 5-m & m-5 & 3-m \\ \hline & 5 & m-5 & 5-m & m-3 & \underline{-m=0} \end{array}$$

$$m = 0$$

- 56** Halla el valor numérico del polinomio $P(x) = x^6 + 4x^5 - 2x + 3$ para $x = -2$. ¿Es divisible $P(x)$ entre $x + 2$?

$$\begin{array}{r|rrrrrrr} -2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 0 & -2 & 3 \\ & & -2 & -4 & 8 & -16 & 32 & -60 \\ \hline & 1 & 2 & -4 & 8 & -16 & 30 & \underline{-57} \end{array}$$

$$P(-2) = -57. \text{ No es divisible entre } x + 2.$$

- 57** Halla m para que al dividir el polinomio $2x^4 + 9x^3 + 2x^2 - 6x + m$ entre $x + 4$, el resto sea igual a 12.

$$\begin{array}{r|rrrrr} -4 & 2 & 9 & 2 & -6 & m \\ & & -8 & -4 & 8 & -8 \\ \hline & 2 & 1 & -2 & 2 & \underline{m-8} \end{array}$$

$$m - 8 = 12 \Rightarrow m = 20$$