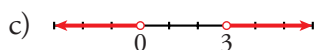


## 2. Representa los siguientes conjuntos:

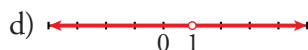
a)  $\{x / -2 \leq x < 5\}$

c)  $(-\infty, 0) \cup (3, +\infty)$



b)  $[-2, 5) \cup (5, 7]$

d)  $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$



## Página 32

### 1. Halla los siguientes valores absolutos:

a)  $|-11|$

b)  $|\pi|$

c)  $|-\sqrt{5}|$

d)  $|0|$

e)  $|3 - \pi|$

f)  $|3 - \sqrt{2}|$

g)  $|1 - \sqrt{2}|$

h)  $|\sqrt{2} - \sqrt{3}|$

i)  $|7 - \sqrt{50}|$

a) 11

b)  $\pi$

c)  $\sqrt{5}$

d) 0

e)  $\pi - 3$

f)  $|3 - \sqrt{2}| = 3 - \sqrt{2}$

g)  $|1 - \sqrt{2}| = \sqrt{2} - 1$

h)  $|\sqrt{2} - \sqrt{3}| = \sqrt{3} - \sqrt{2}$

i)  $|7 - \sqrt{50}| = \sqrt{50} - 7$

### 2. Averigua para qué valores de $x$ se cumplen las siguientes relaciones:

a)  $|x| = 5$

b)  $|x| \leq 5$

c)  $|x - 4| = 2$

d)  $|x - 4| \leq 2$

e)  $|x - 4| > 2$

f)  $|x + 4| > 5$

a) 5 y -5

b)  $-5 \leq x \leq 5$ ;  $[-5, 5]$

c) 6 y 2

d)  $2 \leq x \leq 6$ ;  $[2, 6]$

e)  $x < 2$  o  $x > 6$ ;  $(-\infty, 2) \cup (6, +\infty)$

f)  $x < -9$  o  $x > 1$ ;  $(-\infty, -9) \cup (1, +\infty)$

## Página 33

### 1. Simplifica:

a)  $\sqrt[12]{x^9}$

b)  $\sqrt[12]{x^8}$

c)  $\sqrt[5]{y^{10}}$

d)  $\sqrt[6]{8}$

e)  $\sqrt[9]{64}$

f)  $\sqrt[8]{81}$

a)  $\sqrt[12]{x^9} = \sqrt[4]{x^3}$

b)  $\sqrt[12]{x^8} = \sqrt[3]{x^2}$

c)  $\sqrt[5]{y^{10}} = y^2$

d)  $\sqrt[6]{8} = \sqrt[6]{2^3} = \sqrt{2}$

e)  $\sqrt[9]{64} = \sqrt[9]{2^6} = \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{4}$

f)  $\sqrt[8]{81} = \sqrt[8]{3^4} = \sqrt{3}$

### 2. ¿Cuál es mayor, $\sqrt[4]{31}$ o $\sqrt[3]{13}$ ?

Reducimos a índice común:

$$\sqrt[4]{31} = \sqrt[12]{29791}; \quad \sqrt[3]{13} = \sqrt[12]{28561}$$

Por tanto, es mayor  $\sqrt[4]{31}$ .

### 3. Reduce a índice común:

a)  $\sqrt[12]{a^5}$  y  $\sqrt[18]{a^7}$

b)  $\sqrt[3]{51}$  y  $\sqrt[2]{132650}$

a)  $\sqrt[12]{a^5} = \sqrt[36]{a^{15}}$ ;  $\sqrt[18]{a^7} = \sqrt[36]{a^{14}}$

b)  $\sqrt[3]{51} = \sqrt[6]{132651}$ ;  $\sqrt[2]{132650}$

### 4. Simplifica:

a)  $(\sqrt{\sqrt{\sqrt{k}}})^8$

b)  $\sqrt[5]{\sqrt[3]{x^{10}}}$

c)  $\sqrt[3]{(\sqrt{x})^6}$

a)  $(\sqrt[8]{k})^8 = k$

b)  $\sqrt[15]{x^{10}} = \sqrt[3]{x^2}$

c)  $\sqrt[6]{x^6} = x$

## Página 34

### 5. Reduce:

a)  $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[5]{2}$

b)  $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[6]{3}$

c)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[8]{2}$

a)  $\sqrt[15]{2^5} \cdot \sqrt[15]{2^3} = \sqrt[15]{2^8}$

b)  $\sqrt[6]{3^4} \cdot \sqrt[6]{3} = \sqrt[6]{3^5}$

c)  $\sqrt[8]{2^4} \cdot \sqrt[8]{2^2} \cdot \sqrt[8]{2} = \sqrt[8]{2^7}$

### 6. Simplifica:

a)  $\frac{\sqrt[5]{x}}{\sqrt[3]{x}}$

b)  $\frac{\sqrt{a \cdot b}}{\sqrt[3]{a \cdot b}}$

c)  $\frac{\sqrt[6]{a^3}}{\sqrt[3]{a^2}}$

d)  $\frac{\sqrt[4]{a^3 \cdot b^5 \cdot c}}{\sqrt{a \cdot b^3 \cdot c^3}}$

a)  $\sqrt{\frac{x^3}{x^5}} = \sqrt{\frac{1}{x^2}} = \sqrt{x^{-2}}$

b)  $\sqrt[6]{\frac{a^3 b^3}{a^2 b^2}} = \sqrt[6]{a b}$

c)  $\sqrt[6]{\frac{a^3}{a^4}} = \sqrt[6]{\frac{1}{a}} = \sqrt[6]{a^{-1}}$

d)  $\sqrt[4]{\frac{a^3 b^5 c}{a^2 b^6 c^6}} = \sqrt[4]{\frac{a}{b c^5}} = \frac{1}{c} \sqrt[4]{\frac{a}{b c}}$

### 7. Reduce:

a)  $\frac{\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt{3}}$

b)  $\frac{\sqrt{9}}{\sqrt[3]{3}}$

c)  $\frac{\sqrt[5]{16}}{\sqrt{2}}$

d)  $\frac{\sqrt[4]{729}}{\sqrt{3}}$

a)  $\sqrt[6]{\frac{3^4}{3^3}} = \sqrt[6]{3}$

b)  $\sqrt[6]{\frac{3^6}{3^2}} = \sqrt[6]{3^4} = \sqrt[3]{3^2}$

c)  $\sqrt[10]{\frac{2^8}{2^5}} = \sqrt[10]{2^3} = \sqrt[10]{8}$

d)  $\sqrt[4]{\frac{3^6}{3^2}} = \sqrt[4]{3^4} = 3$

### 8. Suma y simplifica:

a)  $5\sqrt{x} + 3\sqrt{x} + 2\sqrt{x}$

b)  $\sqrt{9 \cdot 2} + \sqrt{25 \cdot 2} - \sqrt{2}$

c)  $\sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{2} - \sqrt{8}$

d)  $\sqrt{27} - \sqrt{50} + \sqrt{12} + \sqrt{8}$

e)  $\sqrt{50a} - \sqrt{18a}$

a)  $10\sqrt{x}$

b)  $3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - \sqrt{2} = 7\sqrt{2}$

c)  $\sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{2} - \sqrt{8} = \sqrt{2 \cdot 3^2} + \sqrt{2 \cdot 5^2} - \sqrt{2} - \sqrt{2^3} =$   
 $= 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - \sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

d)  $\sqrt{3^3} - \sqrt{2 \cdot 5^2} + \sqrt{2^2 \cdot 3} + \sqrt{2^3} = 3\sqrt{3} - 5\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2} = 5\sqrt{3} - 3\sqrt{2}$

e)  $\sqrt{2 \cdot 5^2 \cdot a} - \sqrt{2 \cdot 3^2 \cdot a} = 5\sqrt{2a} - 3\sqrt{2a} = 2\sqrt{2a}$

## Página 35

### 9. Racionaliza denominadores y simplifica cuando puedas:

a)  $\frac{5}{\sqrt{7}}$

b)  $\frac{3}{\sqrt[3]{4}}$

c)  $\sqrt{\frac{7}{3}}$

d)  $\frac{1}{\sqrt{a^3}}$

e)  $\frac{3}{\sqrt{50}}$

f)  $\frac{4}{\sqrt{18}}$

g)  $\frac{2}{\sqrt[3]{25}}$

h)  $\frac{1}{\sqrt[3]{40}}$

i)  $\frac{3}{\sqrt[3]{36}}$

j)  $\frac{2}{\sqrt[3]{100}}$

a)  $\frac{5}{\sqrt{7}} = \frac{5\sqrt{7}}{7}$

b)  $\frac{3}{\sqrt[3]{4}} = \frac{3}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{3\sqrt[3]{2}}{2}$

c)  $\sqrt{\frac{7}{3}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{21}}{3}$

d)  $\frac{1}{\sqrt{a^3}} = \frac{1}{a\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a^2}$

e)  $\frac{3}{\sqrt{50}} = \frac{3}{\sqrt{2 \cdot 5^2}} = \frac{3}{5\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{10}$

f)  $\frac{4}{\sqrt{18}} = \frac{4}{\sqrt{2 \cdot 3^2}} = \frac{4}{3\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{6} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

g)  $\frac{2}{\sqrt[3]{25}} = \frac{2}{\sqrt[3]{5^2}} = \frac{2\sqrt[3]{5}}{5}$

h)  $\frac{1}{\sqrt[3]{40}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2^3 \cdot 5}} = \frac{1}{2\sqrt[3]{5}} = \frac{\sqrt[3]{5^2}}{10} = \frac{\sqrt[3]{25}}{10}$

i)  $\frac{3}{\sqrt[3]{36}} = \frac{3}{\sqrt[3]{2^2 \cdot 3^2}} = \frac{3\sqrt[3]{2 \cdot 3}}{2 \cdot 3} = \frac{3\sqrt[3]{6}}{6} = \frac{\sqrt[3]{6}}{2}$

j)  $\frac{2}{\sqrt[3]{100}} = \frac{2}{\sqrt[3]{2^2 \cdot 5^2}} = \frac{2\sqrt[3]{2 \cdot 5}}{2 \cdot 5} = \frac{2\sqrt[3]{10}}{10} = \frac{\sqrt[3]{10}}{5}$

### 10. Racionaliza denominadores y simplifica cuando puedas:

a)  $\frac{1}{\sqrt{2} + 1}$

b)  $\frac{x+y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$

c)  $\frac{a-1}{\sqrt{a}-1}$

d)  $\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$

e)  $\frac{1}{2\sqrt{3} - \sqrt{5}}$

f)  $\frac{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}$

g)  $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}-1} + \frac{1}{\sqrt{2}+1}$

h)  $\frac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} + \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$

$$\text{a) } \frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = \frac{\sqrt{2}-1}{2-1} = \sqrt{2}-1$$

$$\text{b) } \frac{(x+y)(\sqrt{x}-\sqrt{y})}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})} = \frac{(x+y)(\sqrt{x}-\sqrt{y})}{x-y} = \frac{x\sqrt{x}-x\sqrt{y}+y\sqrt{x}-y\sqrt{y}}{x-y}$$

$$\text{c) } \frac{(a-1)(\sqrt{a}+1)}{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)} = \frac{(a-1)(\sqrt{a}+1)}{(a-1)} = \sqrt{a}+1$$

$$\text{d) } \frac{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})} = \frac{x+y+2\sqrt{xy}}{x-y}$$

$$\text{e) } \frac{2\sqrt{3}+\sqrt{5}}{(2\sqrt{3}-\sqrt{5})(2\sqrt{3}+\sqrt{5})} = \frac{2\sqrt{3}+\sqrt{5}}{12-5} = \frac{2\sqrt{3}+\sqrt{5}}{7}$$

$$\text{f) } \frac{(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})^2}{18-12} = \frac{18+12+12\sqrt{6}}{6} = \frac{30+12\sqrt{6}}{6} = 5+2\sqrt{6}$$

$$\text{g) } \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}+1}{1} + \frac{\sqrt{2}-1}{1} = \frac{\sqrt{2}}{2} + 2\sqrt{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{h) } \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{x}-\sqrt{y}}{x-y} = \frac{2\sqrt{x}}{x-y}$$

## Página 40

### 1. Halla:

a)  $\log_2 16$       b)  $\log_2 0,25$       c)  $\log_9 1$       d)  $\log_{10} 0,1$       e)  $\log_4 64$   
f)  $\log_7 49$       g)  $\ln e^4$       h)  $\ln e^{-1/4}$       i)  $\log_5 0,04$       j)  $\log_6 \left(\frac{1}{216}\right)$

a)  $\log_2 16 = \log_2 2^4 = 4$       b)  $\log_2 0,25 = \log_2 2^{-2} = -2$       c)  $\log_9 1 = 0$   
d)  $\log_{10} 0,1 = \log_{10} 10^{-1} = -1$       e)  $\log_4 64 = \log_4 4^3 = 3$       f)  $\log_7 49 = \log_7 7^2 = 2$   
g)  $\ln e^4 = 4$       h)  $\ln e^{-1/4} = -\frac{1}{4}$   
i)  $\log_5 0,04 = \log_5 5^{-2} = -2$       j)  $\log_6 \left(\frac{1}{216}\right) = \log_6 6^{-3} = -3$

### 2. Halla la parte entera de:

a)  $\log_2 60$       b)  $\log_5 700$       c)  $\log_{10} 43\,000$   
d)  $\log_{10} 0,084$       e)  $\log_9 60$       f)  $\ln e$

a)  $2^5 = 32$  ;  $2^6 = 64$  ;  $32 < 60 < 64$   
 $5 < \log_2 60 < 6 \rightarrow \log_2 60 = 5, \dots$   
b)  $5^4 = 625$  ;  $5^5 = 3125$  ;  $625 < 700 < 3125$   
 $4 < \log_5 700 < 5 \rightarrow \log_5 700 = 4, \dots$   
c)  $10^4 = 10\,000$  ;  $10^5 = 100\,000$  ;  $10\,000 < 43\,000 < 100\,000$   
 $4 < \log_{10} 43\,000 < 5 \rightarrow \log_{10} 43\,000 = 4, \dots$   
d)  $10^{-2} = 0,01$  ;  $10^{-1} = 0,1$  ;  $0,01 < 0,084 < 0,1$   
 $-2 < \log_{10} 0,084 < -1 \rightarrow \log_{10} 0,084 = -1, \dots$   
e)  $9^1 = 9$  ;  $9^2 = 81$  ;  $9 < 60 < 81$   
 $1 < \log_9 60 < 2 \rightarrow \log_9 60 = 1, \dots$   
f)  $\ln e = 1$

### 3. Aplica la propiedad 8 para obtener los siguientes logaritmos con la ayuda de la calculadora:

a)  $\log_2 1\,500$       b)  $\log_5 200$       c)  $\log_{100} 200$       d)  $\log_{100} 40$

En cada caso, comprueba el resultado utilizando la potenciación.

a)  $\frac{\log 1500}{\log 2} = 10,55$ ;  $2^{10,55} \approx 1500$       b)  $\frac{\log 200}{\log 5} = 3,29$ ;  $5^{3,29} \approx 200$

$$c) \frac{\log 200}{\log 100} = 1,15; \quad 100^{1,15} \approx 200$$

$$d) \frac{\log 40}{\log 100} = 0,80; \quad 100^{0,80} \approx 40$$

**4. Sabiendo que  $\log_5 A = 1,8$  y  $\log_5 B = 2,4$ , calcula:**

$$a) \log_5 \sqrt[3]{\frac{A^2}{25B}}$$

$$b) \log_5 \frac{5\sqrt{A^3}}{B^2}$$

$$a) \log_5 \sqrt[3]{\frac{A^2}{25B}} = \frac{1}{3} [2 \log_5 A - \log_5 25 - \log_5 B] = \frac{1}{3} [2 \cdot 1,8 - 2 - 2,4] = \frac{-0,8}{3} \approx -0,27$$

$$b) \log_5 \frac{5\sqrt{A^3}}{B^2} = \log_5 5 + \frac{3}{2} \log_5 A - 2 \log_5 B = 1 + \frac{3}{2} \cdot 1,8 - 2 \cdot 2,4 = 1 + 2,7 - 4,8 = -1,1$$

**5. Averigua la relación que hay entre  $x$  e  $y$ , sabiendo que se verifica:**

$$\ln y = 2x - \ln 5$$

$$\ln y = 2x - \ln 5 \quad \rightarrow \quad \ln y = \ln e^{2x} - \ln 5$$

$$\ln y = \ln \frac{e^{2x}}{5} \quad \rightarrow \quad y = \frac{e^{2x}}{5}$$

## Página 44

### EJERCICIOS Y PROBLEMAS PROPUESTOS

**8 Simplifica, utilizando las propiedades de las potencias:**

a)  $\frac{3^6 \cdot 2^5 \cdot 5^2}{9^3 \cdot 4^3 \cdot 5}$       b)  $\frac{3^4 \cdot 16 \cdot 9^{-1}}{5^{-1} \cdot 3^5}$       c)  $\frac{15^2 \cdot 8^{-1}}{6^3 \cdot 10^2}$       d)  $\frac{a^{-3} b^{-4} c^7}{a^{-5} b^2 c^{-1}}$

☛ *Mira, en EJERCICIOS Y PROBLEMAS RESUELTOS, el nº 2 c).*

a)  $\frac{3^6 \cdot 2^5 \cdot 5^2}{3^6 \cdot 2^6 \cdot 5} = \frac{5}{2}$       b)  $\frac{3^4 \cdot 2^4 \cdot 3^{-2}}{5^{-1} \cdot 3^5} = \frac{2^4 \cdot 5}{3^3} = \frac{80}{27}$   
 c)  $\frac{3^2 \cdot 5^2 \cdot 2^{-3}}{2^3 \cdot 3^3 \cdot 2^2 \cdot 5^2} = \frac{1}{2^8} = 2^{-8} = \frac{1}{256}$       d)  $\frac{c^7 a^5 c}{a^3 b^4 b^2} = \frac{a^2 c^8}{b^6}$

**9 Expresa los siguientes radicales mediante potencias de exponente fraccionario y simplifica:**

a)  $\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt{a}$       b)  $\frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}}$       c)  $\frac{1}{\sqrt[4]{a^3}}$

a)  $a^{2/5} \cdot a^{1/2} = a^{9/10} = \sqrt[10]{a^9}$       b)  $\frac{x^{2/3}}{x^{1/2}} = x^{1/6} = \sqrt[6]{x}$       c)  $a^{-3/4} = \sqrt[4]{a^{-3}}$

**10 Resuelve, sin utilizar la calculadora:**

a)  $\sqrt[5]{32}$       b)  $\sqrt[3]{343}$       c)  $\sqrt[4]{625}$       d)  $\sqrt{0,25}$       e)  $\sqrt[3]{8^4}$       f)  $\sqrt[3]{0,001}$

a)  $\sqrt[5]{2^5} = 2$       b)  $\sqrt[3]{7^3} = 7$       c)  $\sqrt[4]{5^4} = 5$

d)  $\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} = 0,5$       e)  $\sqrt[3]{2^{12}} = 2^4 = 16$       f)  $\sqrt[3]{0,1^3} = 0,1$

**11 Expresa como una potencia de base 2:**

a)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$       b)  $(-32)^{1/5}$       c)  $(\sqrt[8]{2})^4$

a)  $2^{-1/2}$       b)  $(-2^5)^{1/5} = -2$       c)  $2^{4/8} = 2^{1/2}$

**12 Calcula utilizando potencias de base 2, 3 y 5:**

a)  $4 \cdot \frac{1}{3} \left(-\frac{3}{2}\right)^3$       b)  $\left(-\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{2}{9}\right)^{-1} \cdot \frac{1}{8}$

c)  $\frac{(-5)^3 (-8)^3 (-9)^2}{15^2 \cdot 20^4}$       d)  $\frac{(-30)^{-1} \cdot 15^2}{10^3}$

a)  $2^2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{(-3)^3}{2^3} = \frac{-9}{2} = \frac{-9}{2}$       b)  $\frac{1}{2^4} \cdot \frac{3^2}{2} \cdot \frac{1}{2^3} = \frac{3^2}{2^8} = \frac{9}{256}$

c)  $\frac{(-5)^3 \cdot (-2^3)^3 \cdot (-3^2)^2}{3^2 \cdot 5^2 \cdot (2^2 \cdot 5)^4} = \frac{5^3 \cdot 2^9 \cdot 3^4}{3^2 \cdot 5^2 \cdot 2^8 \cdot 5^4} = \frac{2 \cdot 3^2}{5^3} = \frac{18}{125}$

d)  $\frac{3^2 \cdot 5^2}{-2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2^3 \cdot 5^3} = -\frac{3}{5^2 \cdot 2^4} = \frac{-3}{400}$

**13** Expresa en forma de potencia, efectúa las operaciones y simplifica:

a)  $\frac{\sqrt[4]{a^3} \cdot a^{-1}}{a \sqrt{a}}$

b)  $16^{1/4} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{4}} \cdot \frac{1}{\sqrt[6]{4}}$

a)  $\frac{a^{3/4} \cdot a^{-1}}{a \cdot a^{1/2}} = a^{-7/4} = \frac{1}{\sqrt[4]{7}}$

b)  $(2^4)^{1/4} \cdot (2^2)^{-1/3} \cdot (2^2)^{-1/6} = 2 \cdot 2^{-2/3} \cdot 2^{-1/3} = 2^0 = 1$

**14** Justifica las igualdades que son verdaderas. Escribe el resultado correcto en las falsas:

a)  $\frac{a^2 \cdot b^{-2}}{a^{-2} \cdot b^2} = 1$

b)  $(3^{-2})^{-3} \left(\frac{1}{27}\right)^2 = 1$

c)  $\frac{3^{-2} - 5^{-2}}{3^{-1} - 5^{-1}} = \frac{8}{15}$

d)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} - (-3)^{-2} = \frac{80}{9}$

a) Falsa.  $\frac{a^2 \cdot b^{-2}}{a^{-2} \cdot b^2} = \frac{a^4}{b^4}$

b) Verdadera.  $(3^{-2})^{-3} \cdot \left(\frac{1}{27}\right)^2 = 3^6 \cdot \left(\frac{1}{3^3}\right)^2 = 3^6 \cdot \frac{1}{3^6} = \frac{3^6}{3^6} = 1$

c) Verdadera.  $\frac{3^{-2} - 5^{-2}}{3^{-1} - 5^{-1}} = \frac{(1/3^2) - (1/5^2)}{1/3 - 1/5} = \frac{(1/3 - 1/5)(1/3 + 1/5)}{(1/3 - 1/5)} = \frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{8}{15}$

d) Verdadera.  $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} - (-3)^{-2} = 3^2 - \frac{1}{(-3)^2} = 3^2 - \frac{1}{3^2} = 9 - \frac{1}{9} = \frac{81 - 1}{9} = \frac{80}{9}$

**15** Demuestra, utilizando potencias, que:

a)  $(0,125)^{1/3} = 2^{-1}$

b)  $(0,25)^{-1/2} = 2$

a)  $(0,125)^{1/3} = \left(\frac{125}{1000}\right)^{1/3} = \left(\frac{1}{8}\right)^{1/3} = \left(\frac{1}{2^3}\right)^{1/3} = \frac{1}{2} = 2^{-1}$

b)  $(0,25)^{-1/2} = \left(\frac{25}{100}\right)^{-1/2} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-1/2} = \left(\frac{1}{2^2}\right)^{-1/2} = (2^2)^{1/2} = 2$

## Página 45

### Radicales

**16** Introduce los factores dentro de cada raíz:

a)  $2\sqrt[3]{3}$                       b)  $4\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$                       c)  $\frac{2}{x}\sqrt{\frac{3x}{8}}$

d)  $\frac{3}{5}\sqrt[3]{\frac{25}{9}}$                       e)  $2\sqrt[4]{4}$                       f)  $\frac{1}{5}\sqrt[3]{15}$

a)  $\sqrt[3]{3 \cdot 2^3} = \sqrt[3]{24}$                       b)  $\sqrt[3]{\frac{4^3}{4}} = \sqrt[3]{4^2} = \sqrt[3]{2^4} = \sqrt[3]{16}$

c)  $\sqrt{\frac{2^2 \cdot 3x}{x^2 \cdot 2^3}} = \sqrt{\frac{3}{2x}}$                       d)  $\sqrt[3]{\frac{3^3 \cdot 5^2}{5^3 \cdot 3^2}} = \sqrt[3]{\frac{3}{5}}$

e)  $\sqrt[4]{2^4 \cdot 2^2} = \sqrt[4]{2^6} = \sqrt{2^3} = \sqrt{8}$                       f)  $\sqrt[3]{\frac{3 \cdot 5}{5^3}} = \sqrt[3]{\frac{3}{5^2}} = \sqrt[3]{\frac{3}{25}}$

**17** Sacar de la raíz el factor que puedas:

a)  $\sqrt[3]{16}$                       b)  $4\sqrt{8}$                       c)  $\sqrt{1000}$

d)  $\sqrt[3]{8a^5}$                       e)  $\sqrt{\frac{125a^2}{16b}}$                       f)  $\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{9}}$

g)  $\sqrt{\frac{16}{a^3}}$                       h)  $\sqrt{4a^2 + 4}$                       i)  $\sqrt{\frac{a}{9} + \frac{a}{16}}$

a)  $\sqrt[3]{2^4} = 2\sqrt[3]{2}$                       b)  $4\sqrt{2^3} = 4 \cdot 2\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$                       c)  $\sqrt{2^3 \cdot 5^3} = 10\sqrt{10}$

d)  $\sqrt[3]{2^3 \cdot a^5} = 2a\sqrt[3]{a^2}$                       e)  $\sqrt{\frac{5^3 \cdot a^2}{2^4 \cdot b}} = \frac{5a}{4}\sqrt{\frac{5}{b}}$                       f)  $\sqrt{\frac{13}{36}} = \frac{1}{6}\sqrt{13}$

g)  $\frac{4}{a}\sqrt{\frac{1}{a}}$                       h)  $\sqrt{4(a^2 + 1)} = 2\sqrt{a^2 + 1}$                       i)  $\sqrt{\frac{25a}{16 \cdot 9}} = \frac{5\sqrt{a}}{12}$

**18** Simplifica:

a)  $\sqrt[6]{0,027}$                       b)  $\sqrt[8]{0,0016}$                       c)  $\sqrt[4]{1 + \frac{9}{16}}$

a)  $\sqrt[6]{\frac{27}{1000}} = \sqrt[6]{\frac{3^3}{10^3}} = \sqrt[6]{\left(\frac{3}{10}\right)^3} = \left(\frac{3}{10}\right)^{3/6} = \left(\frac{3}{10}\right)^{1/2} = \sqrt{\frac{3}{10}}$

b)  $\sqrt[8]{\frac{16}{10000}} = \sqrt[8]{\frac{2^4}{10^4}} = \sqrt[8]{\left(\frac{2}{10}\right)^4} = \left(\frac{1}{5}\right)^{4/8} = \left(\frac{1}{5}\right)^{1/2} = \sqrt{\frac{1}{5}}$

c)  $\sqrt[4]{\frac{25}{16}} = \sqrt[4]{\frac{5^2}{4^2}} = \left(\frac{5}{4}\right)^{2/4} = \left(\frac{5}{4}\right)^{1/2} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

**19** Simplifica los siguientes radicales:

a)  $\sqrt[3]{24}$

b)  $\sqrt[6]{27}$

c)  $\sqrt[3]{-108}$

d)  $\sqrt[12]{64y^3}$

e)  $\sqrt[4]{\frac{81}{64}}$

f)  $\sqrt[8]{625} : \sqrt[4]{25}$

a)  $\sqrt[3]{2^3 \cdot 3} = 2\sqrt[3]{3}$

b)  $\sqrt[6]{3^3} = 3^{3/6} = 3^{1/2} = \sqrt{3}$

c)  $-\sqrt[3]{3^3 \cdot 2^2} = -3\sqrt[3]{2^2}$

d)  $\sqrt[12]{2^6 \cdot y^3} = \sqrt[4]{2^2 \cdot y} = \sqrt[4]{2^2} \cdot \sqrt[4]{y} = \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{y}$

e)  $\sqrt[4]{\frac{3^4}{2^6}} = \frac{3}{\sqrt{2^3}} = \frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$

f)  $\sqrt[8]{5^4} : \sqrt[4]{5^2} = \sqrt{5} : \sqrt{5} = 1$

**20** Reduce a índice común y ordena de menor a mayor:

a)  $\sqrt[4]{4}, \sqrt[3]{3}, \sqrt{2}$

b)  $\sqrt{6}, \sqrt[3]{4}$

c)  $\sqrt[4]{6}, \sqrt[5]{10}$

d)  $\sqrt[4]{72}, \sqrt[3]{9}, \sqrt[6]{100}$

a)  $\sqrt[12]{64}, \sqrt[12]{81}, \sqrt[12]{64}; \sqrt[4]{4} = \sqrt{2} < \sqrt[3]{3}$

b)  $\sqrt[6]{216}, \sqrt[6]{16}; \sqrt[3]{4} < \sqrt{6}$

c)  $\sqrt[20]{7776}, \sqrt[20]{10000}; \sqrt[4]{6} < \sqrt[5]{10}$

d)  $\sqrt[12]{373248}, \sqrt[12]{6561}, \sqrt[12]{10000}; \sqrt[3]{9} < \sqrt[6]{100} < \sqrt[4]{72}$

**21** Realiza la operación y simplifica si es posible:

a)  $4\sqrt{27} \cdot 5\sqrt{6}$

b)  $2\sqrt{\frac{4}{3}} \cdot \sqrt{\frac{27}{8}}$

c)  $\sqrt{2} \sqrt{\frac{1}{8}}$

d)  $(\sqrt[3]{12})^2$

e)  $(\sqrt[6]{32})^3$

f)  $\sqrt[3]{24} : \sqrt[3]{3}$

a)  $20\sqrt{27 \cdot 6} = 20\sqrt{3^3 \cdot 2 \cdot 3} = 20\sqrt{2 \cdot 3^4} = 180\sqrt{2}$

b)  $2\sqrt{\frac{4 \cdot 27}{3 \cdot 8}} = 2\sqrt{\frac{9}{2}} = 6\sqrt{\frac{1}{2}}$

c)  $\sqrt{\frac{2}{8}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

d)  $(\sqrt[3]{2^2 \cdot 3})^2 = \sqrt[3]{2^4 \cdot 3^2} = 2\sqrt[3]{2 \cdot 3^2} = 2\sqrt[3]{18}$

e)  $(\sqrt[6]{2^5})^3 = \sqrt[6]{2^{15}} = \sqrt{2^5} = 2^2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

f)  $\sqrt[3]{2^3 \cdot 3} : \sqrt[3]{3} = 2\sqrt[3]{3} : \sqrt[3]{3} = 2$

**22 Efectúa y simplifica, si es posible:**

a)  $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{3}$     b)  $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{a}} \cdot \sqrt{a}$     c)  $\left(\frac{\sqrt[6]{32}}{\sqrt{8}}\right)^3$     d)  $\sqrt[3]{2\sqrt{3}} : \sqrt[3]{\sqrt{4}}$

☛ En b) y c) puedes expresar los radicales como potencias de bases  $a$  y  $2$ , respectivamente.

a)  $\sqrt[6]{2^2 \cdot 3^3} = \sqrt[6]{108}$

b)  $\sqrt[3]{a} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{a}} \cdot \sqrt{a} = \sqrt{a}$

c)  $\left(\sqrt[6]{\frac{2^5}{2^9}}\right)^3 = \left(\sqrt[6]{\frac{1}{2^4}}\right)^3 = \sqrt[6]{\frac{1}{2^{12}}} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$

d)  $\sqrt[3]{\sqrt{2^2 \cdot 3}} : \sqrt[3]{\sqrt{2^2}} = \sqrt[6]{2^2 \cdot 3} : \sqrt[6]{2^2} = \sqrt[6]{3}$

**23 Expresa con solo una raíz:**

a)  $\sqrt[4]{\sqrt[3]{4}}$     b)  $\sqrt[3]{2\sqrt[4]{8}}$     c)  $(\sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[5]{a^4}) : \sqrt{a}$

a)  $\sqrt[12]{4}$

b)  $\sqrt[12]{2^4 \cdot 2^3} = \sqrt[12]{2^7} = \sqrt[12]{128}$

c)  $\sqrt[20]{\frac{a^{15} \cdot a^{16}}{a^{10}}} = \sqrt[20]{a^{21}} = a \sqrt[20]{a}$

**24 Racionaliza los denominadores y simplifica:**

a)  $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{18}}$     b)  $\frac{2}{\sqrt[3]{2}}$     c)  $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}$     d)  $\frac{3}{3+\sqrt{3}}$     e)  $\frac{\sqrt{72} + 3\sqrt{32} - \sqrt{8}}{\sqrt{8}}$

a)  $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2 \cdot 3^2}} = \frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{6}}{3 \cdot 2} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

b)  $\frac{2\sqrt[3]{4}}{2} = \sqrt[3]{4}$

c)  $\frac{(\sqrt{2}-1)\sqrt{2}}{2} = \frac{2-\sqrt{2}}{2}$

d)  $\frac{3(3-\sqrt{3})}{9-3} = \frac{9-3\sqrt{3}}{6} = \frac{3(3-\sqrt{3})}{2 \cdot 3} = \frac{3-\sqrt{3}}{2}$

e)  $\frac{\sqrt{2^3 \cdot 3^2} + 3\sqrt{2^5} - \sqrt{2^3}}{\sqrt{2^3}} = \frac{3\sqrt{8} + 6\sqrt{8} - \sqrt{8}}{\sqrt{8}} = \frac{8\sqrt{8}}{\sqrt{8}} = 8$

**25** Calcula y simplifica:

a)  $5\sqrt{125} + 6\sqrt{45} - 7\sqrt{20} + \frac{3}{2}\sqrt{80}$       b)  $\sqrt[3]{16} + 2\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{54} - \frac{21}{5}\sqrt[3]{250}$

c)  $\sqrt{125} + \sqrt{54} - \sqrt{45} - \sqrt{24}$       d)  $(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{6} - 1)$

a)  $25\sqrt{5} + 18\sqrt{5} - 14\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = 35\sqrt{5}$

b)  $2\sqrt[3]{2} + 2\sqrt[3]{2} - 3\sqrt[3]{2} - 21\sqrt[3]{2} = -20\sqrt[3]{2}$

c)  $5\sqrt{5} + 3\sqrt{6} - 3\sqrt{5} - 2\sqrt{6} = 2\sqrt{5} + \sqrt{6}$

d)  $\sqrt{12} - \sqrt{2} + \sqrt{18} - \sqrt{3} = 2\sqrt{3} - \sqrt{2} + 3\sqrt{2} - \sqrt{3} = \sqrt{3} + 2\sqrt{2}$

**26** Simplifica al máximo las siguientes expresiones:

a)  $3\sqrt[3]{16} - 2\sqrt[3]{250} + 5\sqrt[3]{54} - 4\sqrt[3]{2}$

b)  $\sqrt{\frac{2}{5}} - 4\sqrt{\frac{18}{125}} + \frac{1}{3}\sqrt{\frac{8}{45}}$

c)  $7\sqrt[3]{81a} - 2\sqrt[3]{3a^4} + \frac{\sqrt[3]{3a}}{5}$

a)  $3\sqrt[3]{2^4} - 2\sqrt[3]{2 \cdot 5^3} + 5\sqrt[3]{2 \cdot 3^3} - 4\sqrt[3]{2} = 6\sqrt[3]{2} - 10\sqrt[3]{2} + 15\sqrt[3]{2} - 4\sqrt[3]{2} = 7\sqrt[3]{2}$

b)  $\sqrt{\frac{2}{5}} - 4\sqrt{\frac{2 \cdot 3^2}{5^3}} + \frac{1}{3}\sqrt{\frac{2^3}{3^2 \cdot 5}} = \sqrt{\frac{2}{5}} - \frac{12}{5}\sqrt{\frac{2}{5}} + \frac{2}{9}\sqrt{\frac{2}{5}} = \frac{-53}{45}\sqrt{\frac{2}{5}}$

c)  $7\sqrt[3]{3^4 \cdot a} - 2\sqrt[3]{3a^4} + \frac{\sqrt[3]{3a}}{5} = 21\sqrt[3]{3a} - 2a\sqrt[3]{3a} + \frac{\sqrt[3]{3a}}{5} = \left(\frac{106}{5} - 2a\right)\sqrt[3]{3a}$

**27** Efectúa y simplifica:

a)  $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$       b)  $(\sqrt{6} + \sqrt{5})2\sqrt{2}$

c)  $(\sqrt{5} - \sqrt{6})(\sqrt{5} + \sqrt{6})$       d)  $(2\sqrt{5} - 3\sqrt{2})^2$

e)  $(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)\sqrt{3}$

a)  $(\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2}) = 2\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{2} = 4\sqrt{6}$

b)  $2\sqrt{12} + 2\sqrt{10} = 4\sqrt{3} + 2\sqrt{10}$

c)  $5 - 6 = -1$

d)  $20 + 18 - 12\sqrt{10} = 38 - 12\sqrt{10}$

e)  $(2 - 1)\sqrt{3} = \sqrt{3}$

**28** Racionaliza y simplifica:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \frac{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{18}} & \text{b)} \frac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{12}} & \text{c)} \frac{1}{2(\sqrt{3}-\sqrt{5})} \\ \text{d)} \frac{3}{\sqrt{5}-2} & \text{e)} \frac{11}{2\sqrt{5}+3} & \text{f)} \frac{3\sqrt{6}+2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}+2} \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{a)} \frac{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot 3^2} &= \frac{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = \frac{(2\sqrt{3}-\sqrt{2})\sqrt{2}}{3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{6}-2}{3 \cdot 2} = \\ &= \frac{2(\sqrt{6}-1)}{3 \cdot 2} = \frac{\sqrt{6}-1}{3} \end{aligned}$$

$$\text{b)} \frac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{2^2} \cdot 3} = \frac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = \frac{(2\sqrt{3}+\sqrt{2})\sqrt{3}}{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{6+\sqrt{6}}{6} = 1 + \frac{\sqrt{6}}{6}$$

$$\text{c)} \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{5})}{2(\sqrt{3}-\sqrt{5})(\sqrt{3}+\sqrt{5})} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{2(3-5)} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{-4} = -\frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{4}$$

$$\text{d)} \frac{3(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} = \frac{3(\sqrt{5}+2)}{5-4} = 3(\sqrt{5}+2) = 3\sqrt{5}+6$$

$$\text{e)} \frac{11(2\sqrt{5}-3)}{(2\sqrt{5}+3)(2\sqrt{5}-3)} = \frac{11(2\sqrt{5}-3)}{20-9} = \frac{11(2\sqrt{5}-3)}{11} = 2\sqrt{5}-3$$

$$\begin{aligned} \text{f)} \frac{(3\sqrt{6}+2\sqrt{2})(3\sqrt{3}-2)}{(3\sqrt{3}+2)(3\sqrt{3}-2)} &= \frac{9\sqrt{18}-6\sqrt{6}+6\sqrt{6}-4\sqrt{2}}{27-4} = \frac{9\sqrt{2} \cdot 3^2 - 4\sqrt{2}}{23} = \\ &= \frac{27\sqrt{2}-4\sqrt{2}}{23} = \frac{23\sqrt{2}}{23} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

**29** Racionaliza y efectúa:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \frac{3}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - \frac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} & \text{b)} \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} - \frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} \end{array}$$

$$\text{a)} \frac{3(\sqrt{3}+\sqrt{2})-2(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})} = \frac{3\sqrt{3}+3\sqrt{2}-2\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{3-2} = \sqrt{3}+5\sqrt{2}$$

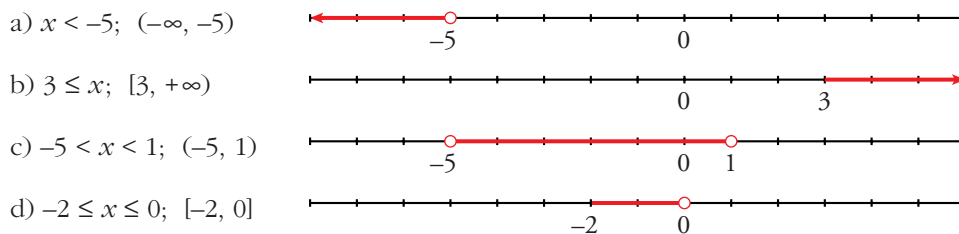
$$\begin{aligned} \text{b)} \frac{(\sqrt{7}-\sqrt{5})^2-(\sqrt{7}+\sqrt{5})^2}{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})} &= \frac{(\sqrt{7}-\sqrt{5}+\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5}-\sqrt{7}-\sqrt{5})}{7-5} = \\ &= \frac{2\sqrt{7}(-2\sqrt{5})}{2} = -2\sqrt{35} \end{aligned}$$

- 36 Si  $A = 3,24 \cdot 10^6$ ;  $B = 5,1 \cdot 10^{-5}$ ;  $C = 3,8 \cdot 10^{11}$  y  $D = 6,2 \cdot 10^{-6}$ , calcula  $\left(\frac{A}{B} + C\right) \cdot D$ .  
 $2\,749\,882,353 \approx 2,7499 \cdot 10$

## Intervalos y valor absoluto

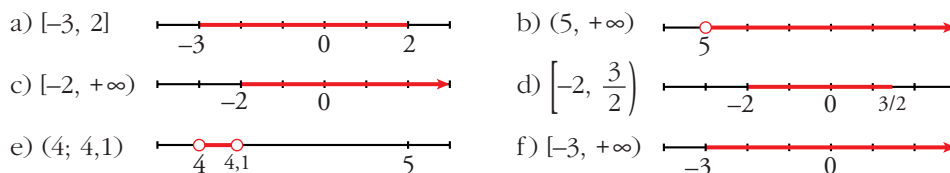
- 37 Expresa como desigualdad y como intervalo y represéntalos:

- a)  $x$  es menor que  $-5$ .  
 b)  $3$  es menor o igual que  $x$ .  
 c)  $x$  está comprendido entre  $-5$  y  $1$ .  
 d)  $x$  está entre  $-2$  y  $0$ , ambos incluidos.



- 38 Representa gráficamente y expresa como intervalos estas desigualdades:

- a)  $-3 \leq x \leq 2$       b)  $5 < x$       c)  $x \geq -2$   
 d)  $-2 \leq x < 3/2$       e)  $4 < x < 4,1$       f)  $-3 \leq x$



- 39 Escribe la desigualdad que verifica todo número  $x$  que pertenece a estos intervalos:

- a)  $[-2, 7]$       b)  $[13, +\infty)$       c)  $(-\infty, 0)$   
 d)  $(-3, 0]$       e)  $[3/2, 6)$       f)  $(-\infty, +\infty)$

- a)  $-2 \leq x \leq 7$       b)  $x \geq 13$       c)  $x < 0$   
 d)  $-3 < x \leq 0$       e)  $\frac{3}{2} \leq x < 6$       f)  $-\infty < x < +\infty$

- 40 Expresa como intervalo la parte común de cada pareja de intervalos  $(A \cap B)$  e  $(I \cap J)$ :

- a)  $A = [-3, 2]$ ;  $B = [0, 5]$       b)  $I = [2, \infty)$ ;  $J = (0, 10)$   
 a)  $[0, 2]$       b)  $[2, 10]$

**41** Escribe en forma de intervalos los números que verifican estas desigualdades:

a)  $x < 3$  y  $x \geq 5$

b)  $x > 0$  y  $x < 4$

c)  $x \leq -1$  y  $x > 1$

d)  $x < 3$  y  $x \leq -2$

➡ *Represéntalos gráficamente, y si son dos intervalos separados, como en a), escribe:  $(-\infty, 3) \cup [5, +\infty)$*

a)  $(-\infty, 3) \cup [5, \infty)$

b)  $(0, 4)$

c)  $(-\infty, -1] \cup (1, \infty)$

d)  $(-\infty, -2]$

**42** Expresa, en forma de intervalo, los números que cumplen cada una de estas expresiones:

a)  $|x| < 7$

b)  $|x| \geq 5$

c)  $|2x| < 8$

d)  $|x - 1| \leq 6$

e)  $|x + 2| > 9$

f)  $|x - 5| \geq 1$

a)  $(-7, 7)$

b)  $[-\infty, -5] \cup [5, +\infty]$

c)  $(-4, 4)$

d)  $[-5, 7]$

e)  $(-11, 7)$

f)  $(-\infty, 4] \cup [6, +\infty)$

**43** Averigua qué valores de  $x$  cumplen:

a)  $|x - 2| = 5$

b)  $|x - 4| \leq 7$

c)  $|x + 3| \geq 6$

a) 7 y -3

b)  $-3 \leq x \leq 11$ ;  $[-3, 11]$

c)  $x \leq -9$  y  $x \geq 3$ ;  $(-\infty, -9) \cup [3, \infty)$

**44** Escribe, mediante intervalos, los valores que puede tener  $x$  para que se pueda calcular la raíz en cada caso:

a)  $\sqrt{x-4}$

b)  $\sqrt{2x+1}$

c)  $\sqrt{-x}$

d)  $\sqrt{3-2x}$

e)  $\sqrt{-x-1}$

f)  $\sqrt{1 + \frac{x}{2}}$

a)  $x - 4 \geq 0 \Rightarrow x \geq 4$ ;  $[4, +\infty)$

b)  $2x + 1 \geq 0 \Rightarrow 2x \geq -1 \Rightarrow x \geq -\frac{1}{2}$ ;  $[-\frac{1}{2}, +\infty)$

c)  $-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 0$ ;  $(-\infty, 0]$

d)  $3 - 2x \geq 0 \Rightarrow 3 \geq 2x \Rightarrow x \leq \frac{3}{2}$ ;  $(-\infty, \frac{3}{2}]$

e)  $-x - 1 \geq 0 \Rightarrow -1 \geq x$ ;  $(-\infty, -1]$

f)  $1 + \frac{x}{2} \geq 0 \Rightarrow 2 + x \geq 0 \Rightarrow x \geq -2$ ;  $[-2, +\infty)$

## Logaritmos

**50** Calcula:

a)  $\log_2 1024$       b)  $\log 0,001$       c)  $\log_2 \frac{1}{64}$       d)  $\log_{\sqrt{3}} 3$

e)  $\log_3 \sqrt{3}$       f)  $\log_2 \sqrt{8}$       g)  $\log_{1/2} \frac{1}{\sqrt{2}}$       h)  $\log_{\pi} 1$

a)  $\log_2 2^{10} = 10$       b)  $\log 10^{-3} = -3$       c)  $\log_2 2^{-6} = -6$

d)  $\log_{\sqrt{3}} (\sqrt{3})^2 = 2$       e)  $\log_3 3^{1/2} = \frac{1}{2}$       f)  $\log_2 2^{3/2} = \frac{3}{2}$

g)  $\log_{1/2} \left(\frac{1}{2}\right)^{1/2} = \frac{1}{2}$       h) 0

**51** Calcula, utilizando la definición de logaritmo:

a)  $\log_2 64 + \log_2 \frac{1}{4} - \log_3 9 - \log_2 \sqrt{2}$       b)  $\log_2 \frac{1}{32} + \log_3 \frac{1}{27} - \log_2 1$

a)  $6 - 2 - 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

b)  $-5 - 3 - 0 = -8$

**52** Calcula la base de estos logaritmos:

a)  $\log_x 125 = 3$       b)  $\log_x \frac{1}{9} = -2$

a)  $x^3 = 125$ ;  $x = 5$

b)  $x^{-2} = \frac{1}{9}$ ;  $x = 3$

**53** Calcula el valor de  $x$  en estas igualdades:

a)  $\log 3^x = 2$       b)  $\log x^2 = -2$       c)  $7^x = 115$       d)  $5^{-x} = 3$

a)  $x = \frac{2}{\log 3} = 4,19$

b)  $2 \log x = -2; x = \frac{1}{10}$

c)  $x = \frac{\log 115}{\log 7} = 2,438$

d)  $x = -\frac{\log 3}{\log 5} = -0,683$

**54** Halla con la calculadora y comprueba el resultado con la potenciación.

a)  $\log \sqrt{148}$

b)  $\log 2,3 \cdot 10^{11}$

c)  $\log 7,2 \cdot 10^{-5}$

d)  $\log_3 42,9$

e)  $\log_5 1,95$

f)  $\log_2 0,034$

a) 1,085

b)  $\ln(2,3 \cdot 10^{11}) \approx 26,16 \rightarrow e^{26,16} \approx 2,3 \cdot 10^{11}$

c)  $\ln(7,2 \cdot 10^{-5}) \approx -9,54 \rightarrow e^{-9,54} \approx 7,2 \cdot 10^{-5}$

d) 3,42

e) 0,41

f) -4,88

**55** Calcula la base de cada caso:

a)  $\log_x 1/4 = 2$

b)  $\log_x 2 = 1/2$

c)  $\log_x 0,04 = -2$

d)  $\log_x 4 = -1/2$

☞ *Aplica la definición de logaritmo y las propiedades de las potencias para despejar  $x$ .*

En c),  $x^{-2} = 0,04 \Leftrightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{4}{100}$ .

a)  $x^2 = \frac{1}{4} \rightarrow x = \frac{1}{2}$

b)  $x^{1/2} = 2 \rightarrow x = 4$

c)  $x^{-2} = 0,04 \rightarrow x = 5$

d)  $x^{-1/2} = 4 \rightarrow x = \frac{1}{16}$

**56** Halla el valor de  $x$  en estas expresiones aplicando las propiedades de los logaritmos:

a)  $\ln x = \ln 17 + \ln 13$

b)  $\log x = \log 36 - \log 9$

c)  $\ln x = 3 \ln 5$

d)  $\log x = \log 12 + \log 25 - 2 \log 6$

e)  $\ln x = 4 \ln 2 - \frac{1}{2} \ln 25$

☞ *a) Por logaritmo de un producto:  $\ln x = \ln(17 \cdot 13)$*

a)  $\ln x = \ln(17 \cdot 13) \Rightarrow x = 17 \cdot 13 = 221$

b)  $\log x = \log \frac{36}{9} \Rightarrow x = \frac{36}{9} = 4$

c)  $\ln x = \ln 5^3 \Rightarrow x = 5^3 = 125$

d)  $\log x = \log \frac{12 \cdot 25}{6^2} \Rightarrow x = \frac{25}{3}$

$$e) \ln x = \ln 2^4 - \ln \sqrt{25}$$

$$\ln x = \ln 16 - \ln 5$$

$$\ln x = \ln \frac{16}{5} \Rightarrow x = \frac{16}{5}$$

- 57** Sabiendo que  $\log 3 = 0,477$ , calcula el logaritmo decimal de 30; 300; 3 000; 0,3; 0,03; 0,003.

$$\log 30 = \log (3 \cdot 10) = \log 3 + \log 10 = 0,477 + 1 = 1,477$$

$$\log 300 = \log (3 \cdot 10^2) = \log 3 + 2 \log 10 = 2,477$$

$$\log 3\,000 = 0,477 + 3 = 3,477$$

$$\log 0,3 = \log (3 \cdot 10^{-1}) = 0,477 - 1 = -0,523$$

$$\log 0,03 = \log (3 \cdot 10^{-2}) = 0,477 - 2 = -1,523$$

$$\log 0,003 = 0,477 - 3 = -2,523$$

- 58** Sabiendo que  $\log k = 14,4$ , calcula el valor de las siguientes expresiones:

a)  $\log \frac{k}{100}$       b)  $\log 0,1 k^2$       c)  $\log \sqrt[3]{\frac{1}{k}}$       d)  $(\log k)^{1/2}$

$$a) \log k - \log 100 = 14,4 - 2 = 12,4$$

$$b) \log 0,1 + 2 \log k = -1 + 2 \cdot 14,4 = 27,8$$

$$c) \frac{1}{3} (\log 1 - \log k) = -\frac{1}{3} \cdot 14,4 = -4,8$$

$$d) (14,4)^{1/2} = \sqrt{14,4} = 3,79$$

- 59** Sabiendo que  $\ln k = 0,45$ , calcula el valor de:

a)  $\ln \frac{k}{e}$       b)  $\ln \sqrt[3]{k}$       c)  $\ln \frac{e^2}{k}$

$$a) \ln \frac{k}{e} = \ln k - \ln e = 0,45 - 1 = -0,55$$

$$b) \ln \sqrt[3]{k} = \frac{1}{3} \ln k = \frac{1}{3} \cdot 0,45 = 0,15$$

$$c) \ln \frac{e^2}{k} = 2 \ln e - \ln k = 2 - 0,45 = 1,55$$

- 60** Calcula  $x$  para que se cumpla:

a)  $x^{2,7} = 19$       b)  $\log_7 3x = 0,5$       c)  $3^{2+x} = 172$

$$a) \log x^{2,7} = \log 19 \Rightarrow 2,7 \log x = \log 19 \Rightarrow \log x = \frac{\log 19}{2,7} = 0,47$$

$$x = 10^{0,47} = 2,98$$

$$\text{b) } 7^{0,5} = 3x \Rightarrow x = \frac{7^{0,5}}{3} = 0,88$$

$$\text{c) } \log 3^{2+x} = \log 172 \Rightarrow (2+x) \log 3 = \log 172 \Rightarrow 2+x = \frac{\log 172}{\log 3}$$
$$x = \frac{\log 172}{\log 3} - 2 = 2,685$$

**61** Si  $\log k = x$ , escribe en función de  $x$ :

a)  $\log k^2$

b)  $\log \frac{k}{100}$

c)  $\log \sqrt{10k}$

a)  $2 \log k = 2x$

b)  $\log k - \log 100 = x - 2$

c)  $\frac{1}{2} \log 10k = \frac{1}{2} (1+x)$

**62** Comprueba que  $\frac{\log(1/a) + \log \sqrt{a}}{\log a^3} = -\frac{1}{6}$  (siendo  $a \neq 1$ ).

$$\frac{-\log a + 1/2 \log a}{3 \log a} = \frac{-1/2 \log a}{3 \log a} = -\frac{1}{6}$$

Ha de ser  $a \neq 1$  para que  $\log a \neq 0$  y podamos simplificar.

**Página 48**

## CUESTIONES TEÓRICAS

**70** Si  $x \in \mathbb{R}$ , explica si es verdadera o falsa cada una de estas afirmaciones:

a)  $x^2$  es siempre positivo o nulo.

b)  $x^3$  es siempre positivo o nulo.

c)  $\sqrt[3]{x}$  solo existe si  $x \geq 0$ .

d)  $x^{-1}$  es negativo si lo es  $x$ .

e)  $-x^2$  es siempre negativo.

a) V

b) F

c) F

d) V

e) F (puede ser nulo)

**71** ¿Cuál es la respuesta correcta?

a)  $(-27)^{\frac{1}{3}} \begin{cases} 3 \\ -3 \\ -9 \end{cases}$

b)  $4^{-\frac{1}{2}} \begin{cases} 1/\sqrt{2} \\ 2^{-1} \\ -2 \end{cases}$

a) -3

b)  $2^{-1}$

**72** ¿Entre qué números enteros está el logaritmo decimal de 348?

☞  $10^2 < 348 < 10^3$ . Toma logaritmos.

Entre 2 y 3.

**73** Si  $\log x = a$ , ¿cuál será el valor de  $\log \frac{1}{x}$ ?

$$\log 1 - \log x = -\log x = -a$$

74

¿Cuáles de estas igualdades son verdaderas? Explica por qué:

a)  $\log m + \log n = \log (m + n)$

b)  $\log m + \log n = \log (m \cdot n)$

c)  $\log m - \log n = \frac{\log m}{\log n}$

d)  $\log m - \log n = \log \frac{m}{n}$

e)  $\log x^2 = \log x + \log x$

f)  $\log (a^2 - b^2) = \log (a + b) + \log (a - b)$

a) Falso.  $\log m + \log n = \log (m \cdot n) \neq \log (m + n)$

b) Verdadero. Es una propiedad de los logaritmos.

c) Falso.  $\log m - \log n = \log \left( \frac{m}{n} \right) \neq \frac{\log m}{\log n}$

d) Verdadero. Por una propiedad de los logaritmos.

e) Verdadero.  $\log x^2 = \log (x \cdot x) = \log x + \log x$

f) Verdadero.  $\log (a^2 - b^2) = \log [(a + b) \cdot (a - b)] = \log (a + b) + \log (a - b)$