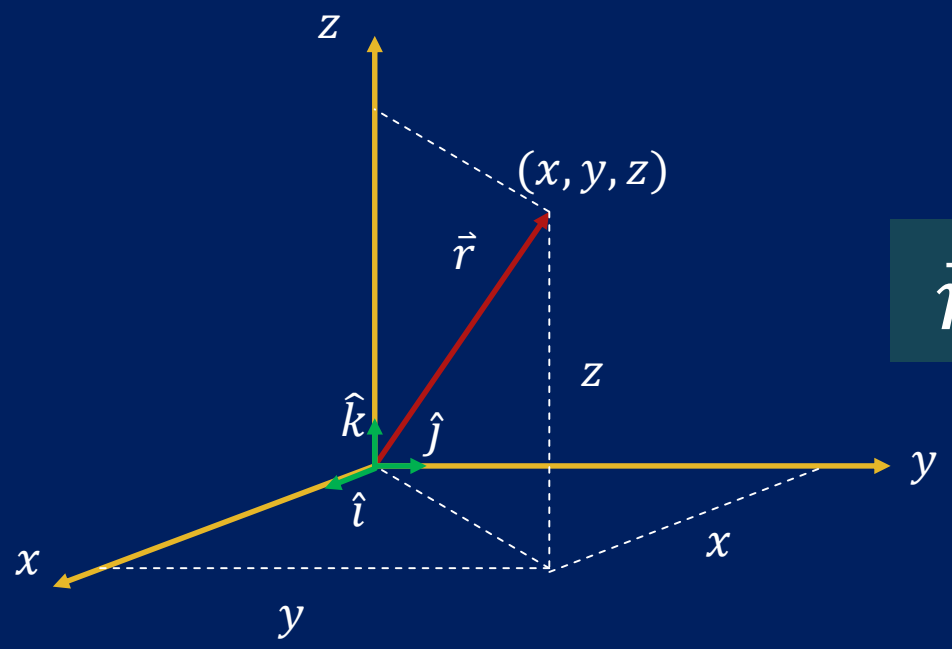
การเคลื่อนที่

MOTIONS

ตำแหน่ง (Position)

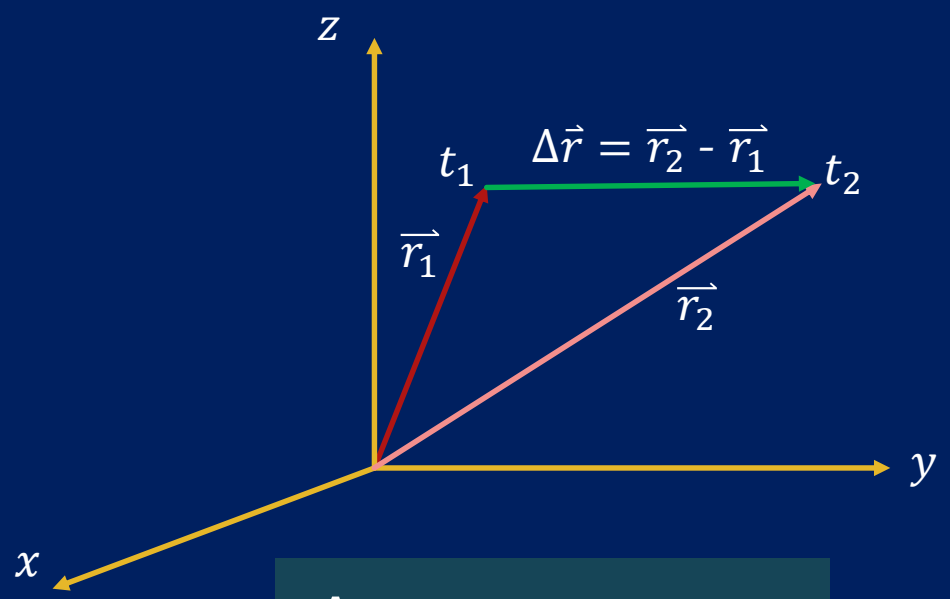
- เวกเตอร์ที่แสดงตำแหน่งของวัตถุขณะเวลา t ใดๆ



$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{\imath} + y(t)\hat{\jmath} + z(t)\hat{k}$$

การขจัด

- การเปลี่ยนแปลงตำแหน่งของวัตถุในช่วงเวลา Δt



$$\vec{r_1}(t_1) = x(t_1)\hat{i} + y(t_1)\hat{j} + z(t_1)\hat{k}$$

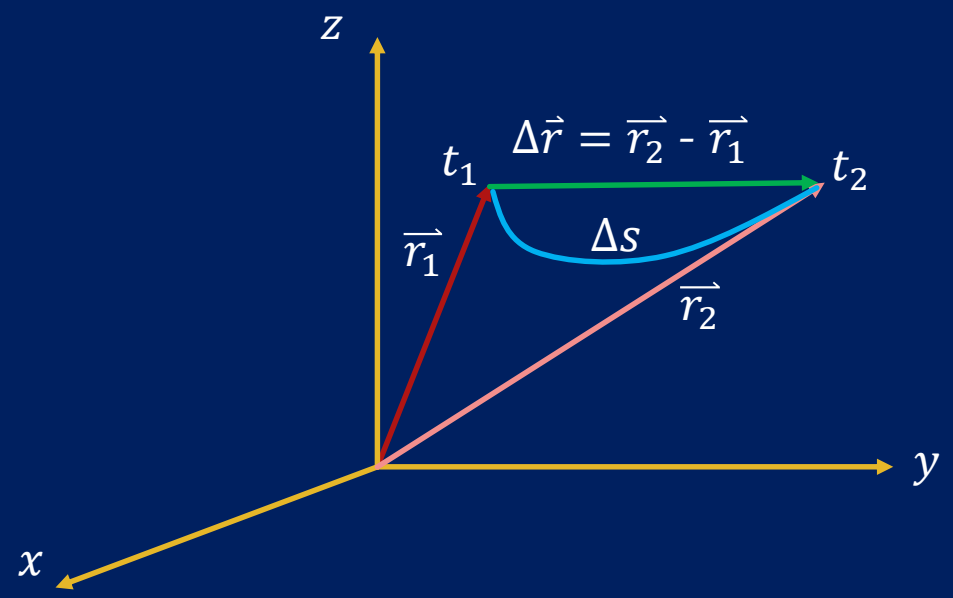
$$\vec{r_2}(t_2) = x(t_2)\hat{i} + y(t_2)\hat{j} + z(t_2)\hat{k}$$

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

$$\Delta\vec{r} = \vec{r_2} - \vec{r_1}$$

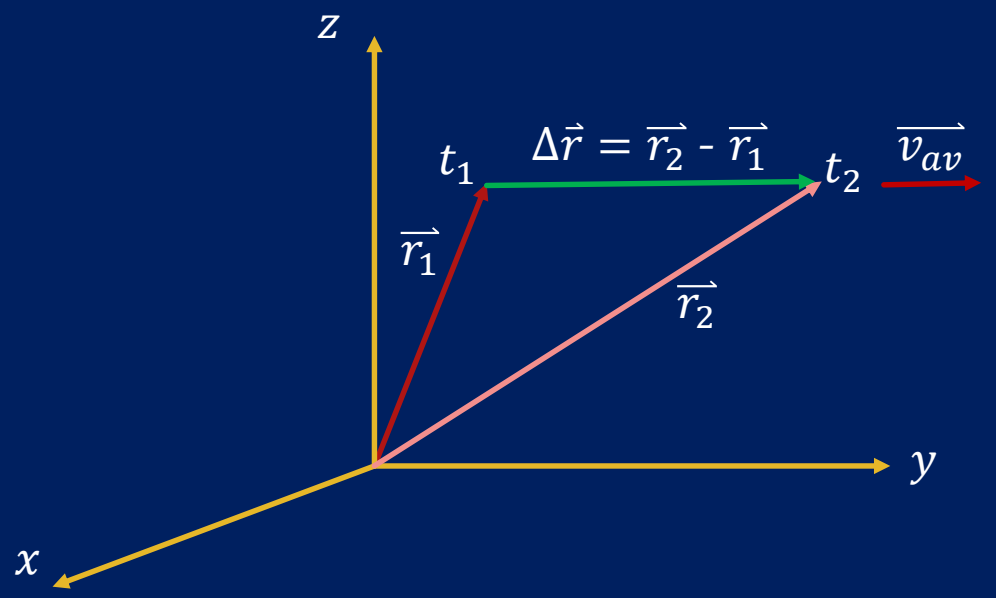
ระยะทาง

- ระยะที่วัดไปตามแนวการเคลื่อนที่ในช่วงเวลา Δt



ความเร็วเฉลี่ย

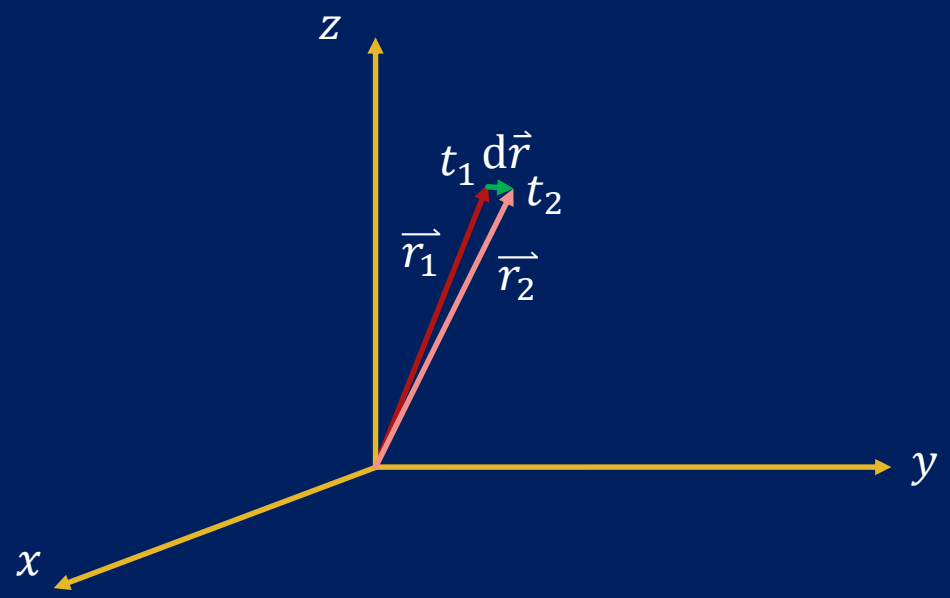
- อัตราการเปลี่ยนแปลงการขจัดในช่วงเวลา Δt



$$\overrightarrow{v_{av}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

ความเร็วขณะเวลา t ใดๆ

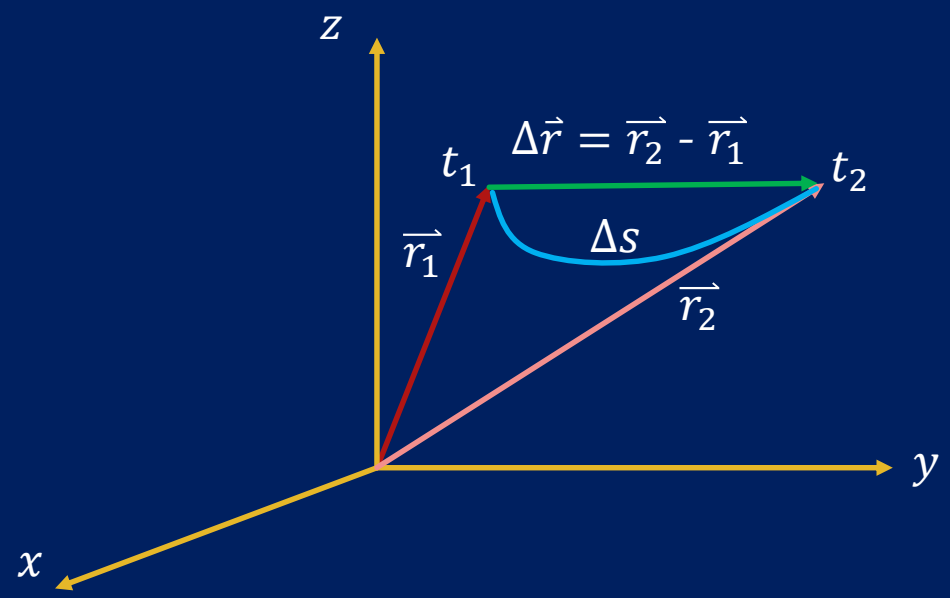
$\Delta t \to 0$ $\overrightarrow{r_1} \approx \overrightarrow{r_2}$



$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

อัตราเร็วเฉลี่ย

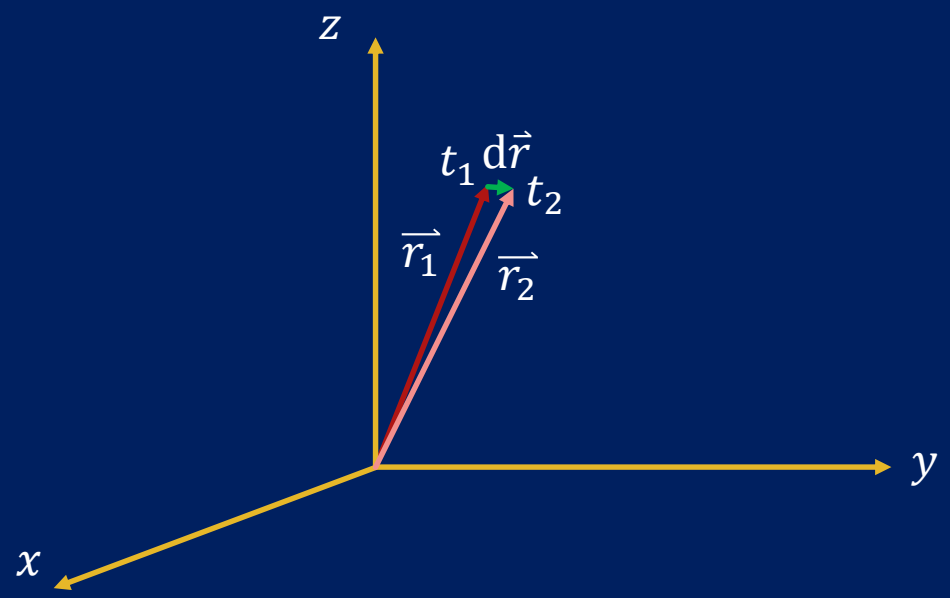
- อัตราการเปลี่ยนแปลงระยะทางในช่วงเวลา Δt



$$v_{av} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

อัตราเร็วขณะเวลา t ใดๆ

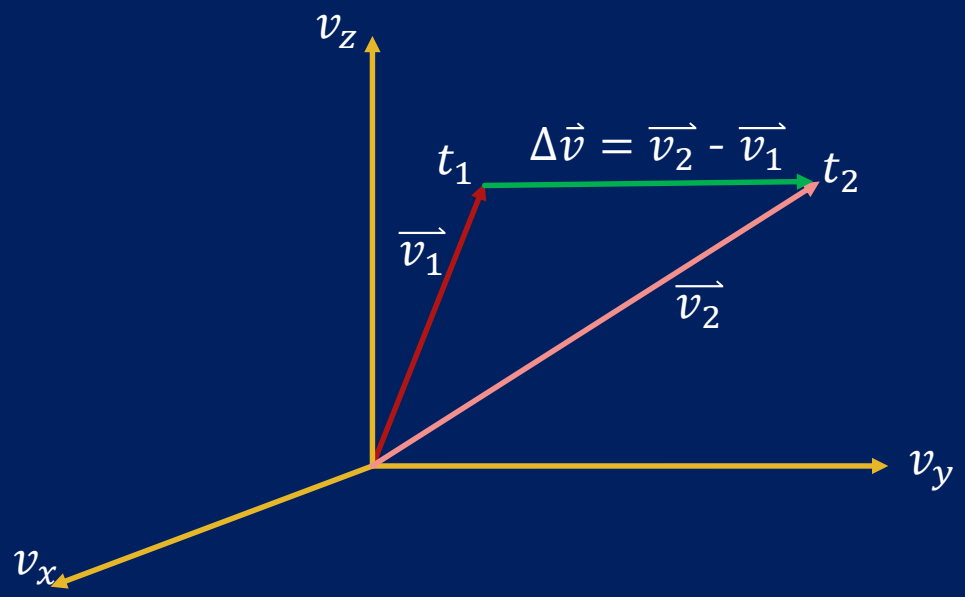
$\Delta t \to 0$ $r_1 \approx r_2$ $\Delta s \approx \Delta r \to ds$



$$v = \frac{ds}{dt}$$

ความเร่งเฉลี่ย

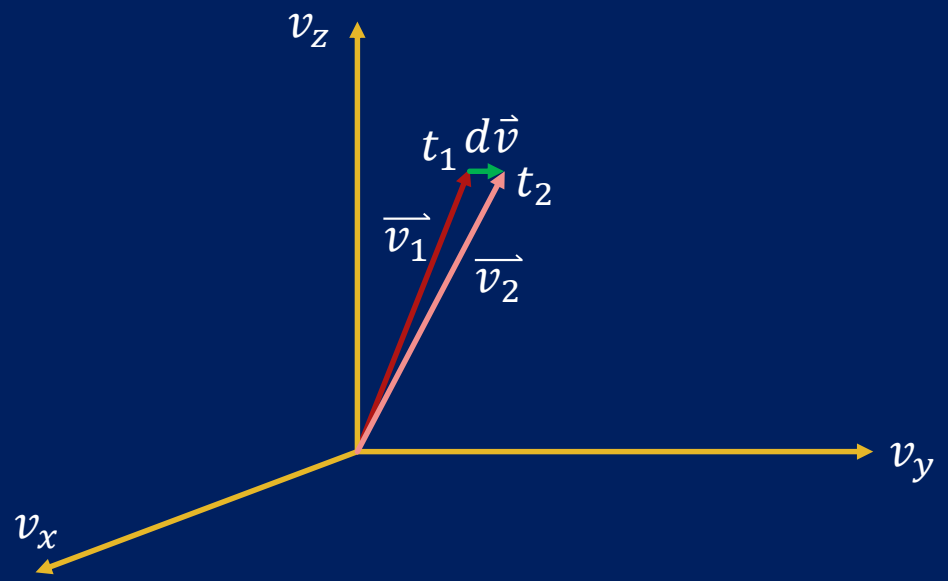
- อัตราการเปลี่ยนแปลงความเร็วในช่วงเวลา Δt



$$\overrightarrow{a_{av}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

ความเร่งขณะเวลา t ใดๆ

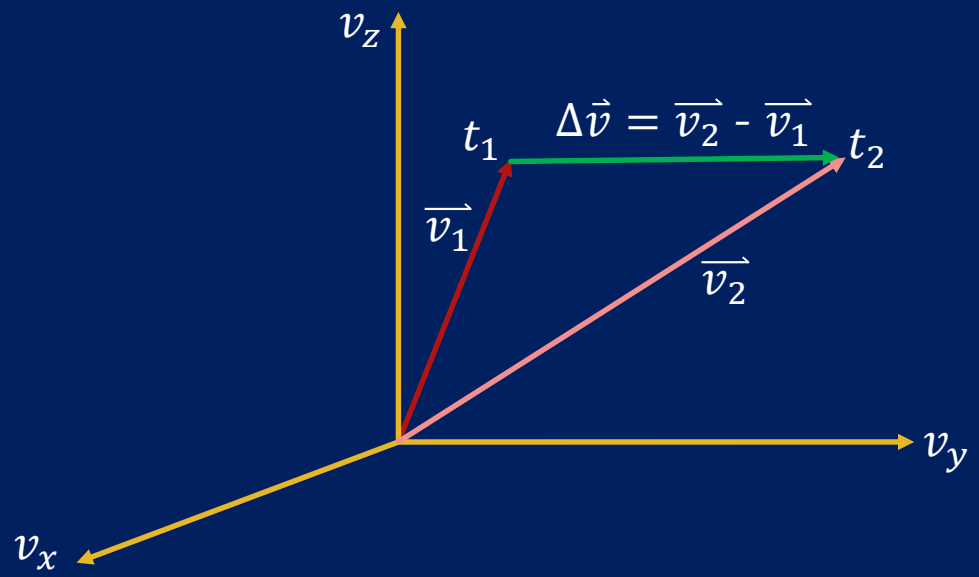
$\Delta t \to 0$ $\overrightarrow{v_1} \approx \overrightarrow{v_2}$



$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

อัตราเร่งเฉลี่ย

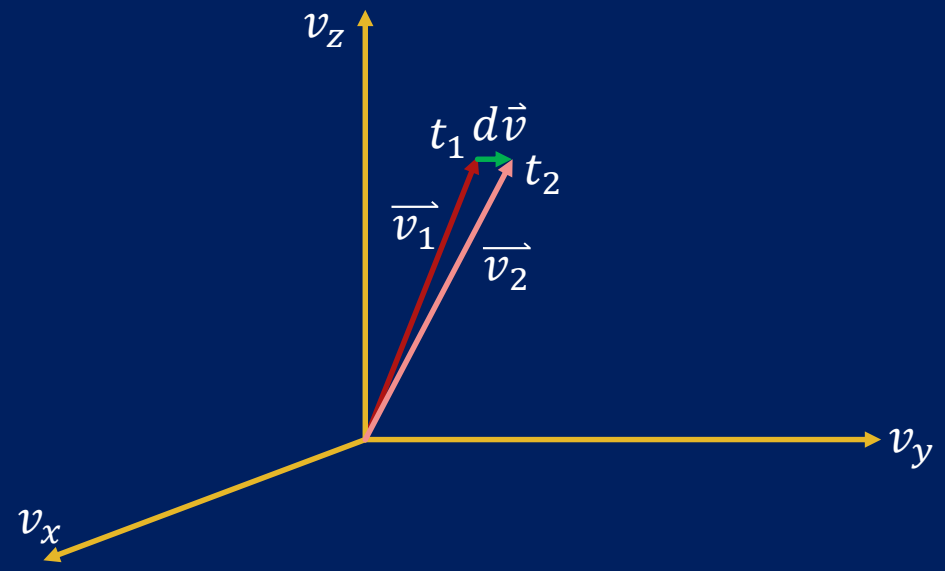
- อัตราการเปลี่ยนแปลงอัตราเร็วในช่วงเวลา Δt



$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

อัตราเร่งขณะเวลา t ใดๆ

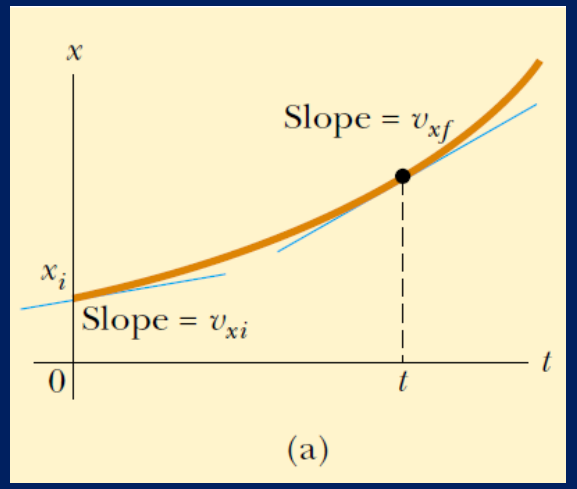
$\Delta t \to 0$ $\Delta v \to dv$

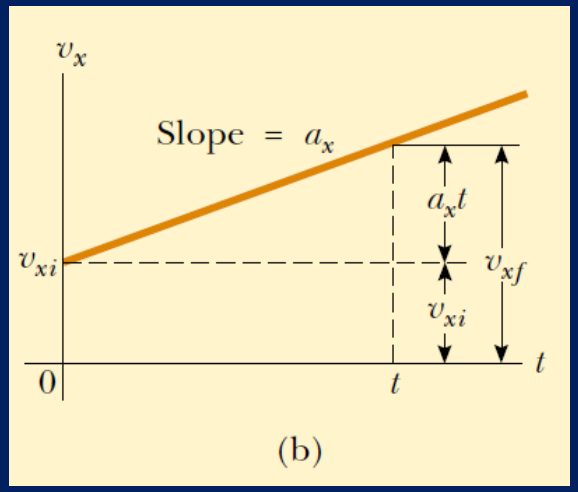


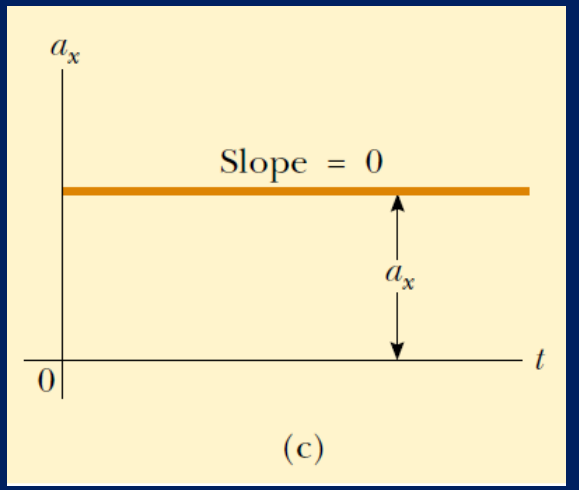
$$a = \frac{dv}{dt}$$

การเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรงด้วยความเร่งคงที่

การเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรงด้วยความเร่งคงที่



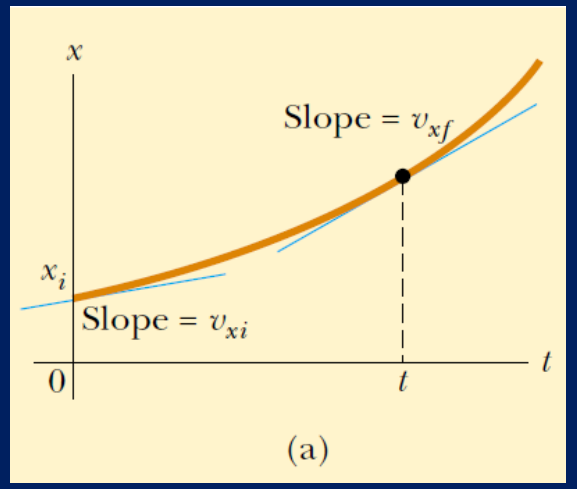


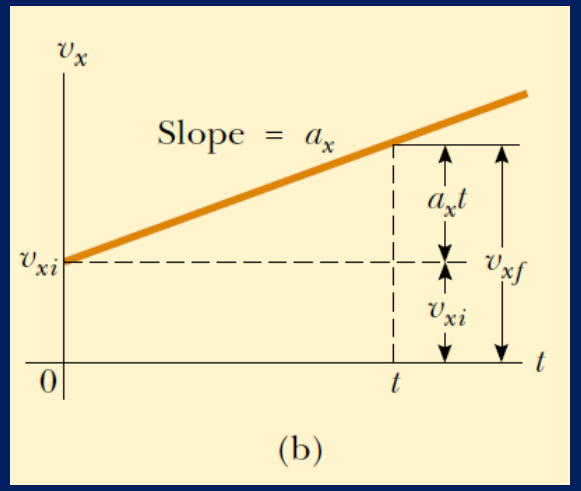


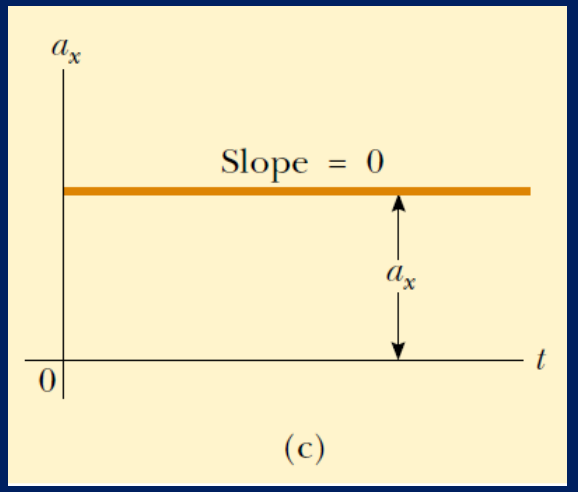
$$a_x = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t - 0}$$

$$v_{xf} = v_{xi} + a_x t$$

การเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรงด้วยความเร่งคงที่





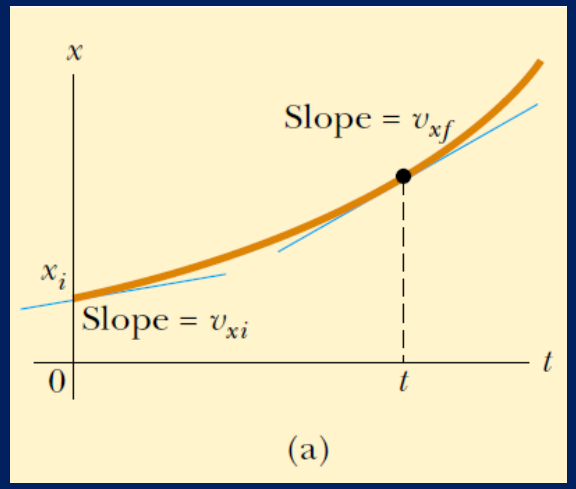


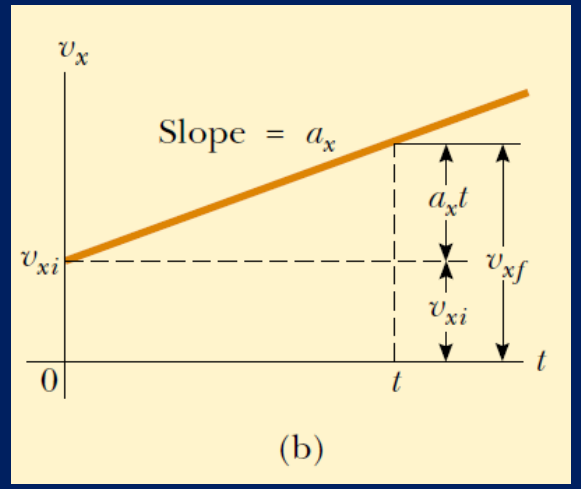
$$\bar{v}_x = \frac{v_{xi} + v_{xf}}{2}$$

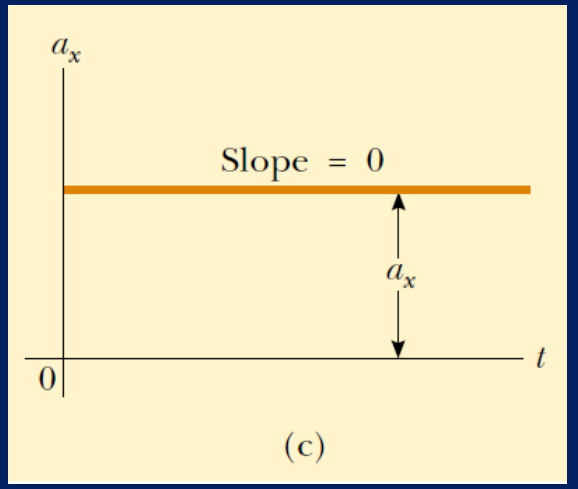
$$x_f - x_i = \bar{v}t = \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})\,t$$

$$x_f = x_i + \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})\,t$$

การเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรงด้วยความเร่งคงที่



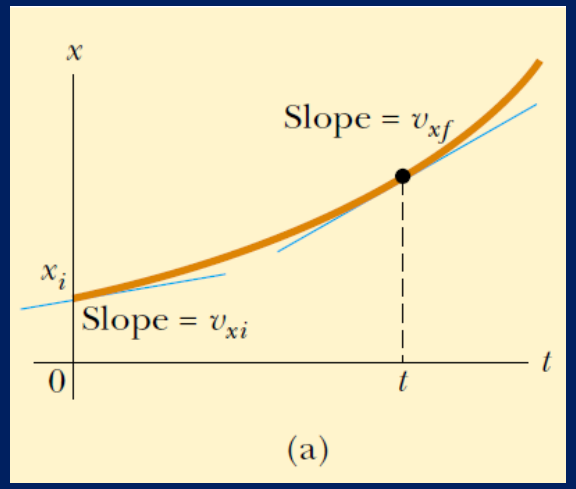




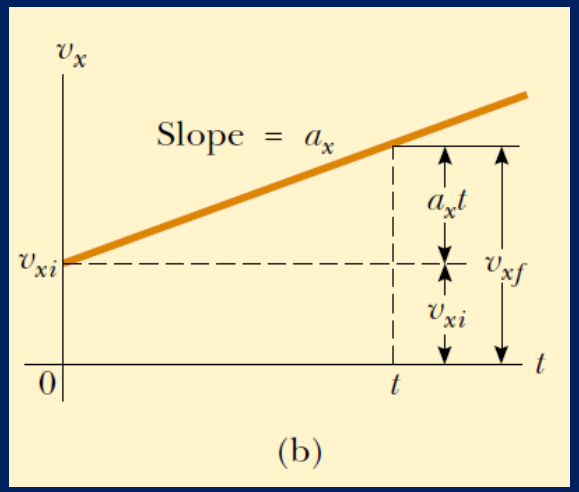
$$x_f = x_i + \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})\left(\frac{v_{xf} - v_{xi}}{a_x}\right) = \frac{{v_{xf}}^2 - {v_{xi}}^2}{2a_x}$$

$$\Rightarrow \quad {v_{xf}}^2 = {v_{xi}}^2 + 2a_x(x_f - x_i)$$

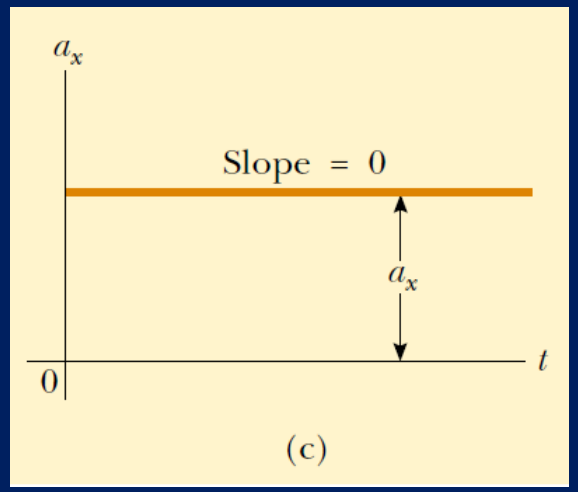
การเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรงด้วยความเร่งคงที่



(a)



(b)



(c)

$$x_f = x_i + \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})\,t$$

$$x_f = x_i + \frac{1}{2}\left[v_{xi} + (v_{xi} + a_x t)\right]t$$

$$a_x = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t - 0}$$

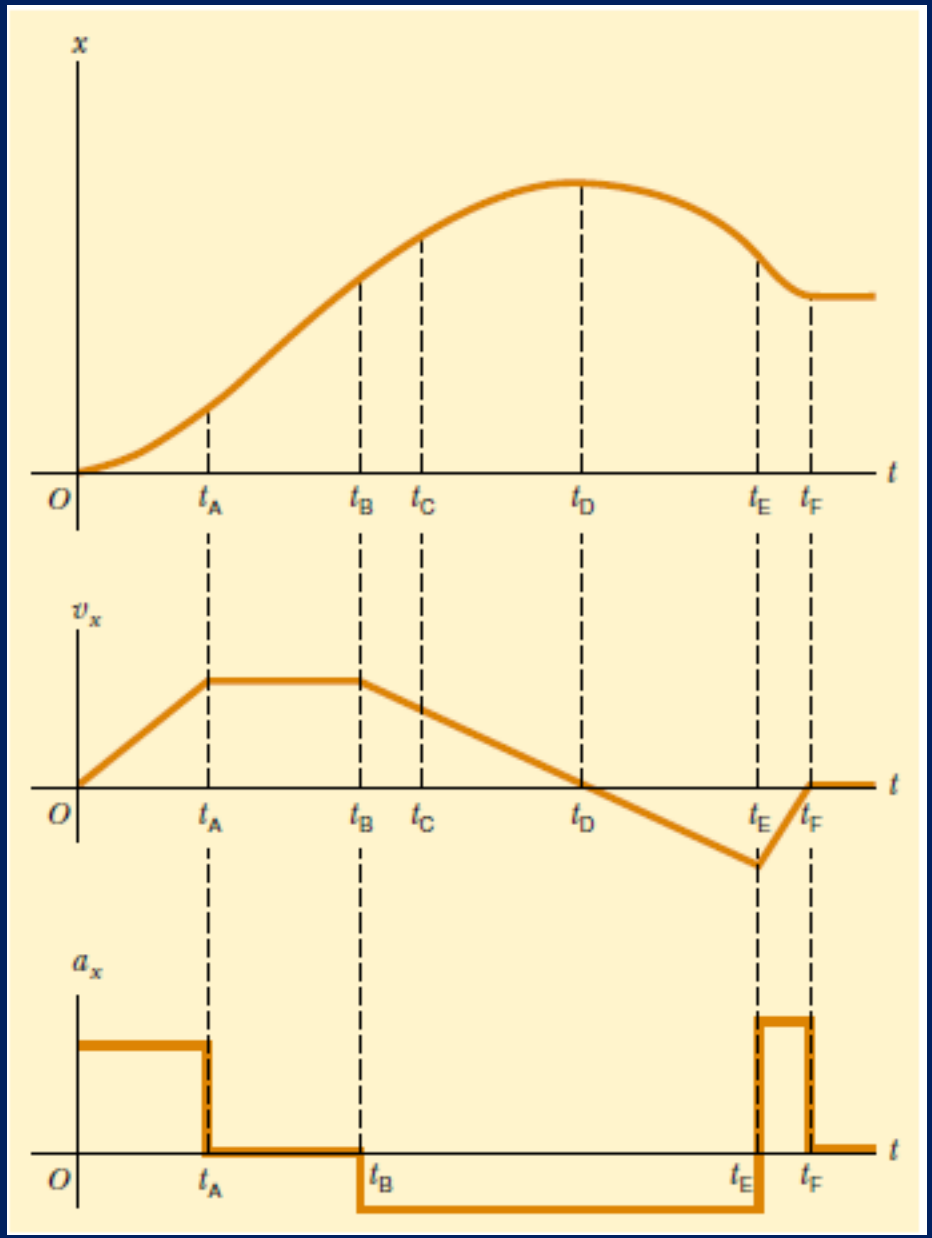
$$v_{xf} = v_{xi} + a_x t$$

$$\bar{v}_x = \frac{v_{xi} + v_{xf}}{2}$$

$$x_f = x_i + \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})\left(\frac{v_{xf} - v_{xi}}{a_x}\right) = \frac{{v_{xf}}^2 - {v_{xi}}^2}{2a_x}$$

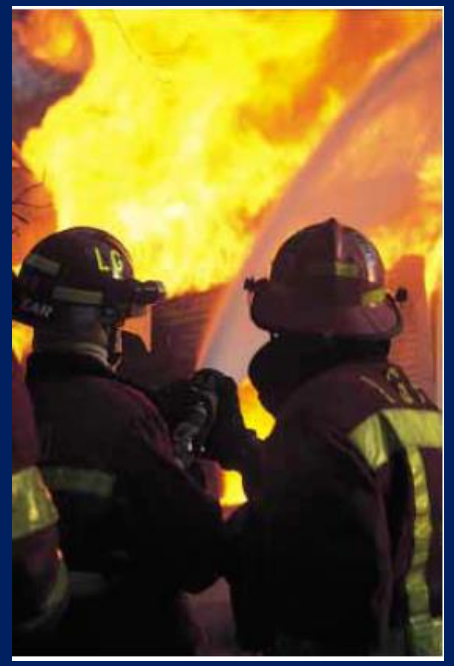
$${v_{xf}}^2 = {v_{xi}}^2 + 2a_x(x_f - x_i)$$

การเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรงด้วยความเร่งคงที่



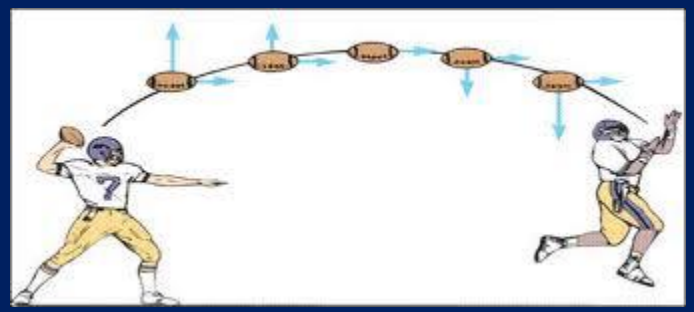
การเคลื่อนที่ในสองมิติ

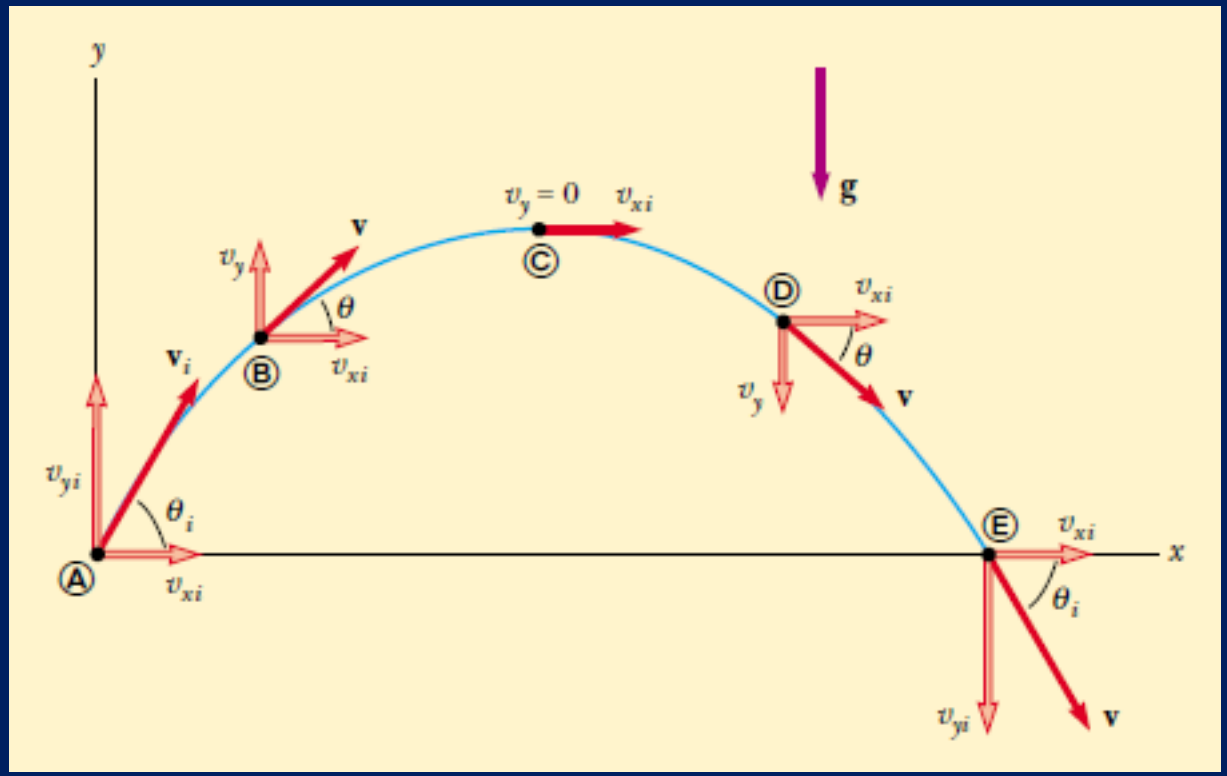
- การเคลื่อนที่แบบโปรเจกไตล์
- การเคลื่อนที่แบบวงกลม



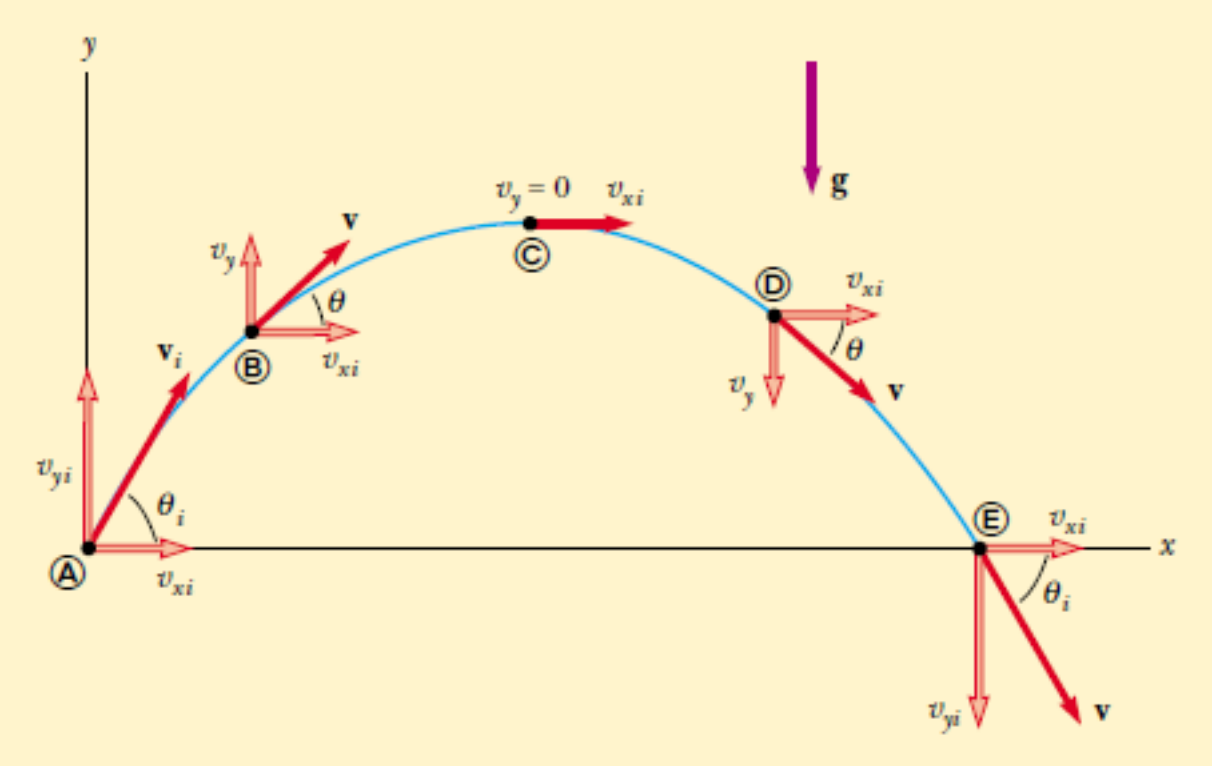
การเคลื่อนที่แบบโปรเจกไตล์

- ความเร่งคงที่ในแนวดิ่ง
- ความเร็วคงที่ในแนวราบ
- มีการเคลื่อนที่แบบวิถีโค้ง





การเคลื่อนที่แบบโปรเจกไตล์



$$\cos\theta_i = v_{xi}/v_i$$

$$\sin\theta_i = v_{yi}/v_i$$

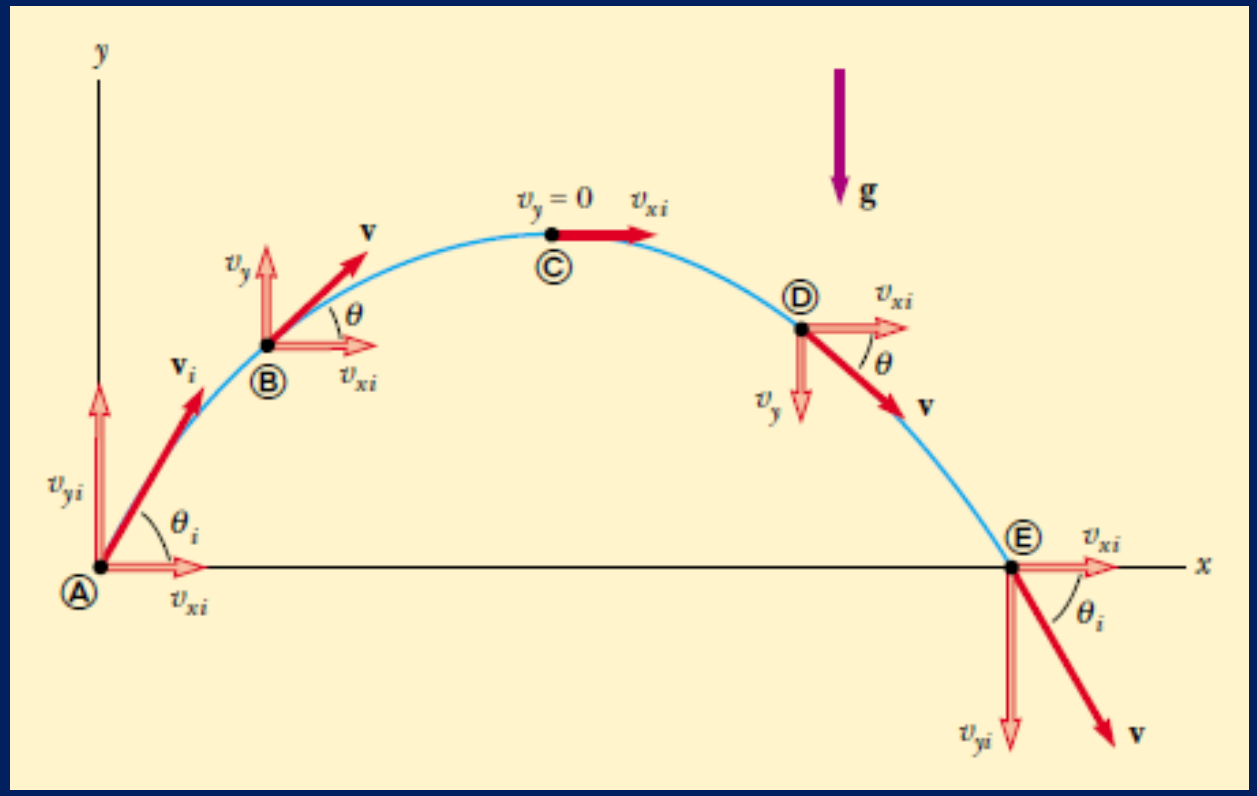
$$v_{xi} = v_i\cos\theta_i$$

$$v_{yi} = v_i\sin\theta_i$$

$$x_i = 0 \qquad a_x = 0$$

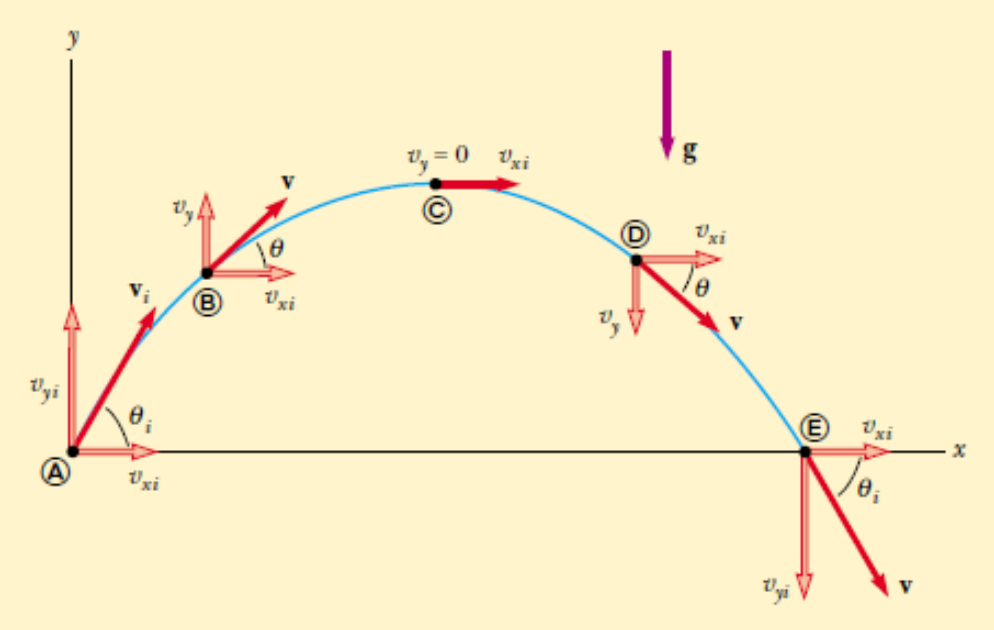
$$x_f = v_{xi}t = (v_i\cos\theta_i)\,t$$

การเคลื่อนที่แบบโปรเจกไตล์



$a_y = -g$ $y_i = 0$ ➡ $y_f = v_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2 = (v_i \sin\theta_i)\,t - \frac{1}{2}gt^2$

การเคลื่อนที่แบบโปรเจกไตล์

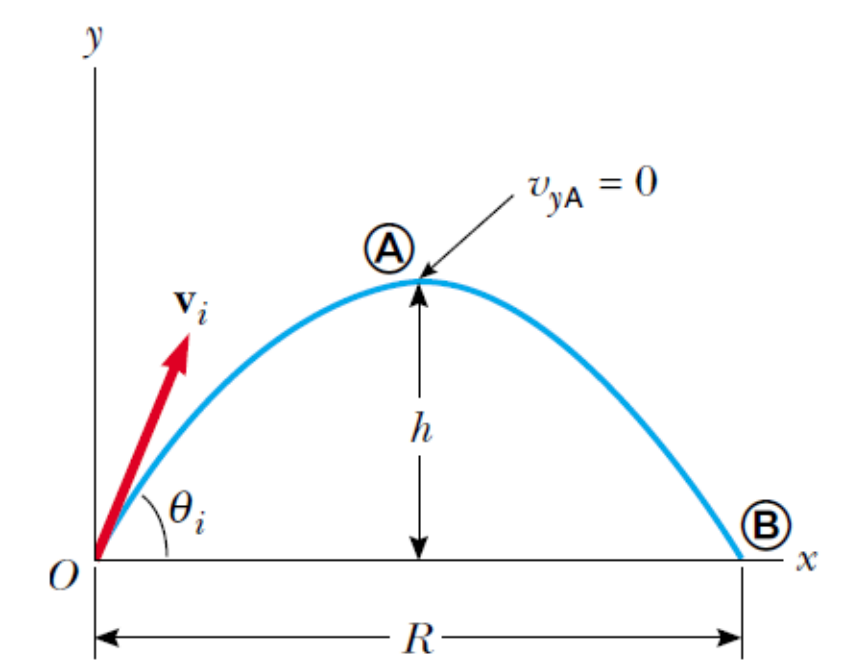


$$x_f = v_{xi}t = (v_i \cos \theta_i)\, t$$

$$y_f = v_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2 = (v_i \sin \theta_i)\, t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$y = (\tan \theta_i)\, x - \left(\frac{g}{2{v_i}^2 \cos^2 \theta_i}\right) x^2$$

การเคลื่อนที่แบบโปรเจกไตล์



$$v_{yf} = v_{yi} + a_y t$$

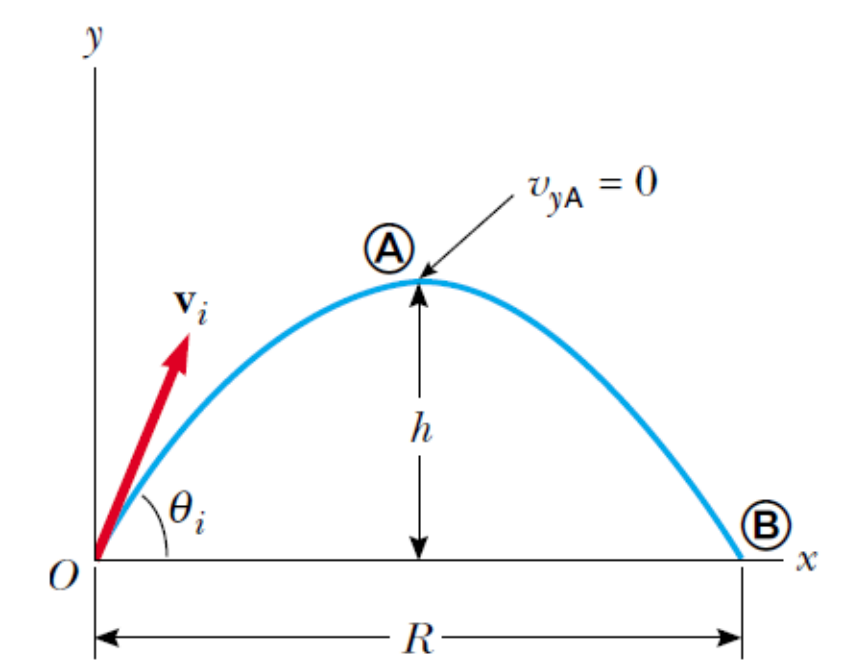
$$0 = v_i \sin \theta_i - g t_A$$

$$t_A = \frac{v_i \sin \theta_i}{g}$$

$$h = (v_i \sin \theta_i)\frac{v_i \sin \theta_i}{g} - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_i \sin \theta_i}{g} \right)^2$$

$$h = \frac{v_i^2 \sin^2 \theta_i}{2g}$$

การเคลื่อนที่แบบโปรเจกไตล์



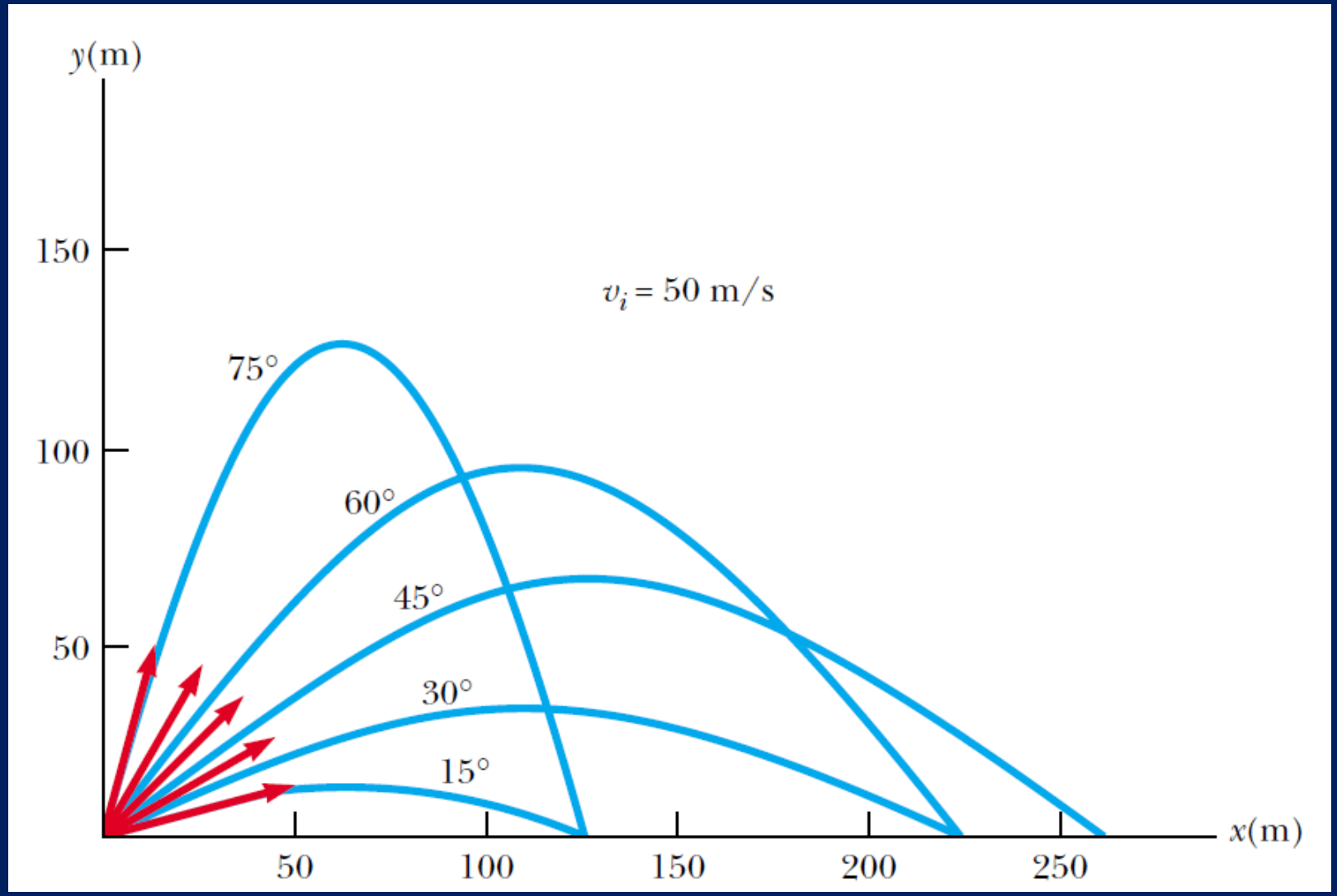
$$v_{yf} = v_{yi} + a_y t$$

$$0 = v_i \sin \theta_i - g t_A$$

$$t_A = \frac{v_i \sin \theta_i}{g}$$

$$R = v_{xi} t_B = (v_i \cos \theta_i) 2 t_A = (v_i \cos \theta_i) \frac{2 v_i \sin \theta_i}{g} = \frac{2 {v_i}^2 \sin \theta_i \cos \theta_i}{g} = \frac{{v_i}^2 \sin 2\theta_i}{g}$$

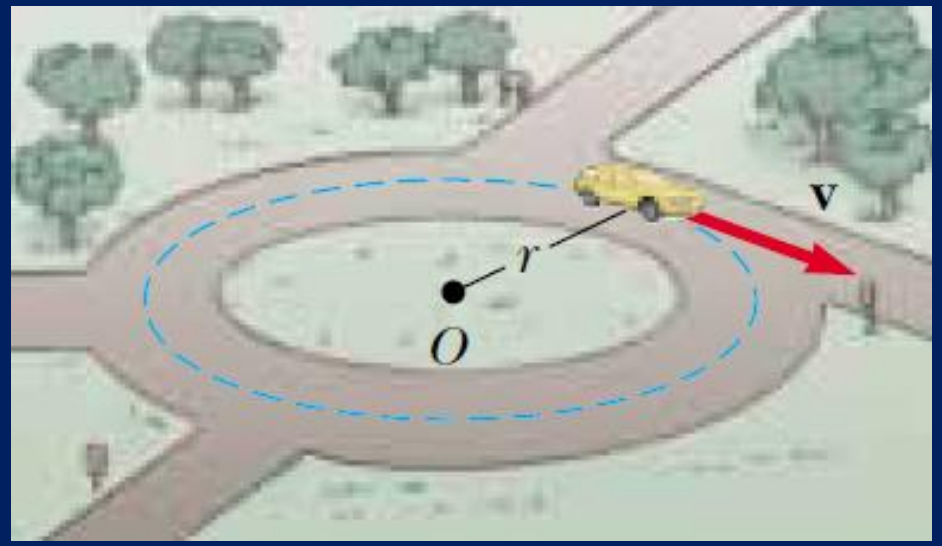
การเคลื่อนที่แบบโปรเจกไตล์

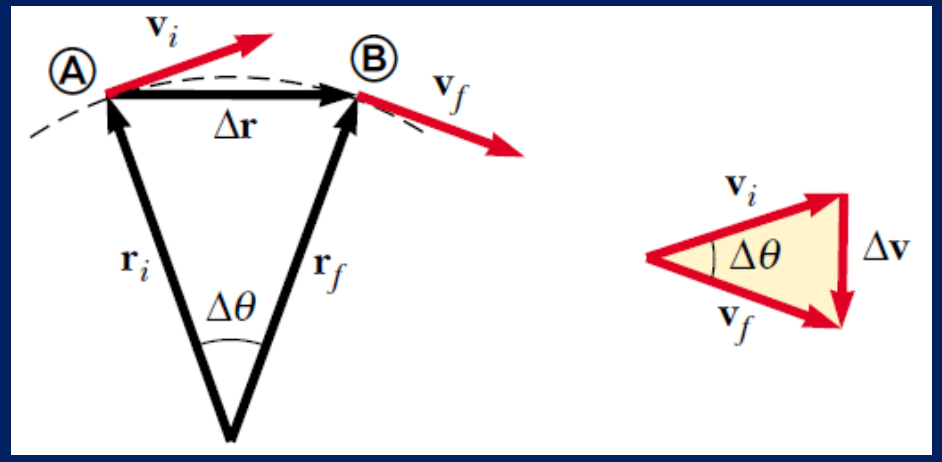


การเคลื่อนที่แบบวงกลม

- ถ้าเป็นวงกลมสมบูรณ์จะมีความเร่งสู่ศูนย์กลางอย่างเดียว
- ถ้าเป็นทางโค้งวงกลมจะมีทั้งความเร่งสู่ศูนย์กลางและความเร่งในแนวเส้นสัมผัส

การเคลื่อนที่แบบวงกลมอย่างสม่ำเสมอ





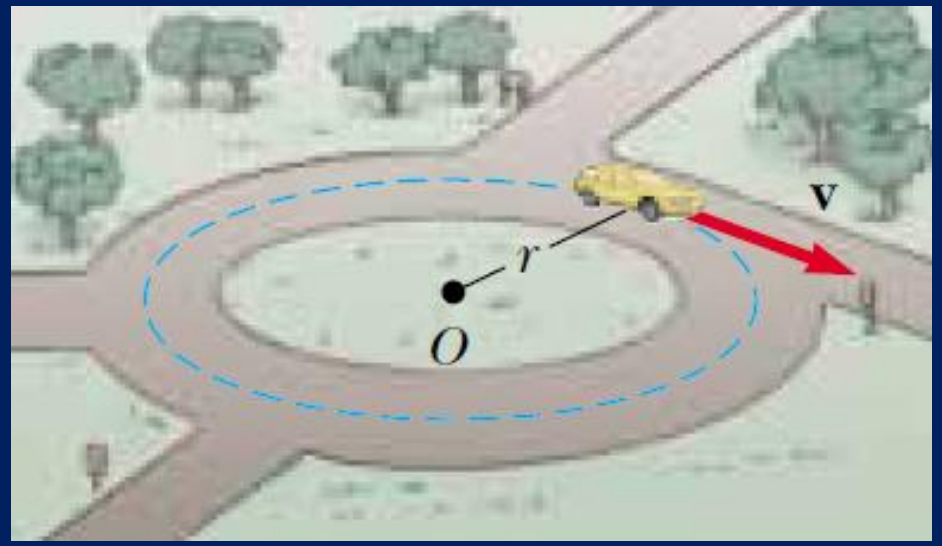
ความเร่งเฉลี่ย

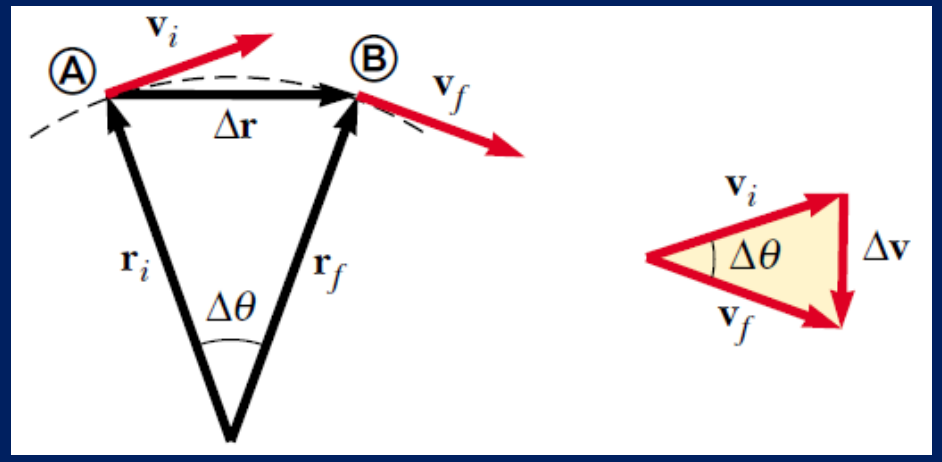
$$\bar{\mathbf{a}} \equiv \frac{\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta\mathbf{v}}{\Delta t}$$

$$\frac{|\Delta\mathbf{v}|}{v} = \frac{|\Delta\mathbf{r}|}{r}$$

$$|\bar{\mathbf{a}}| = \frac{|\Delta\mathbf{v}|}{\Delta t} = \frac{v}{r}\frac{|\Delta\mathbf{r}|}{\Delta t}$$

การเคลื่อนที่แบบวงกลมอย่างสม่ำเสมอ

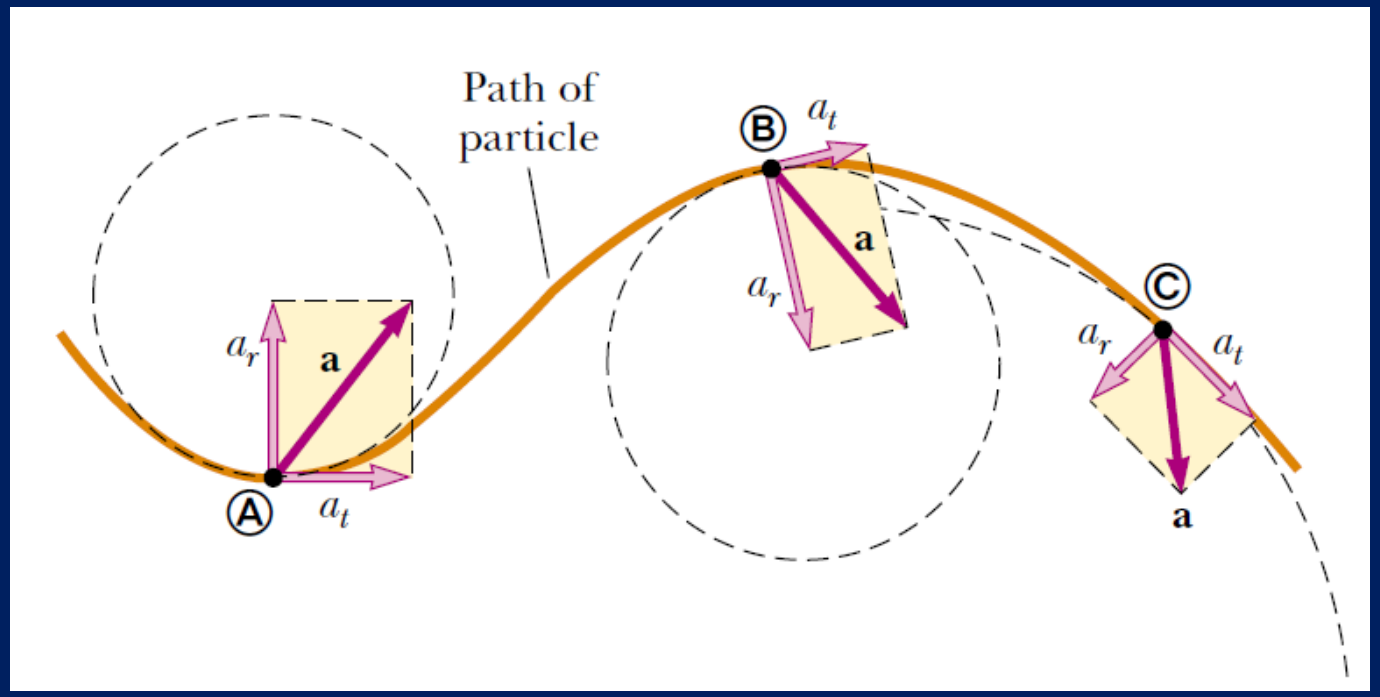




ความเร่งสู่ศูนย์กลาง
(centripetal acceleration)

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

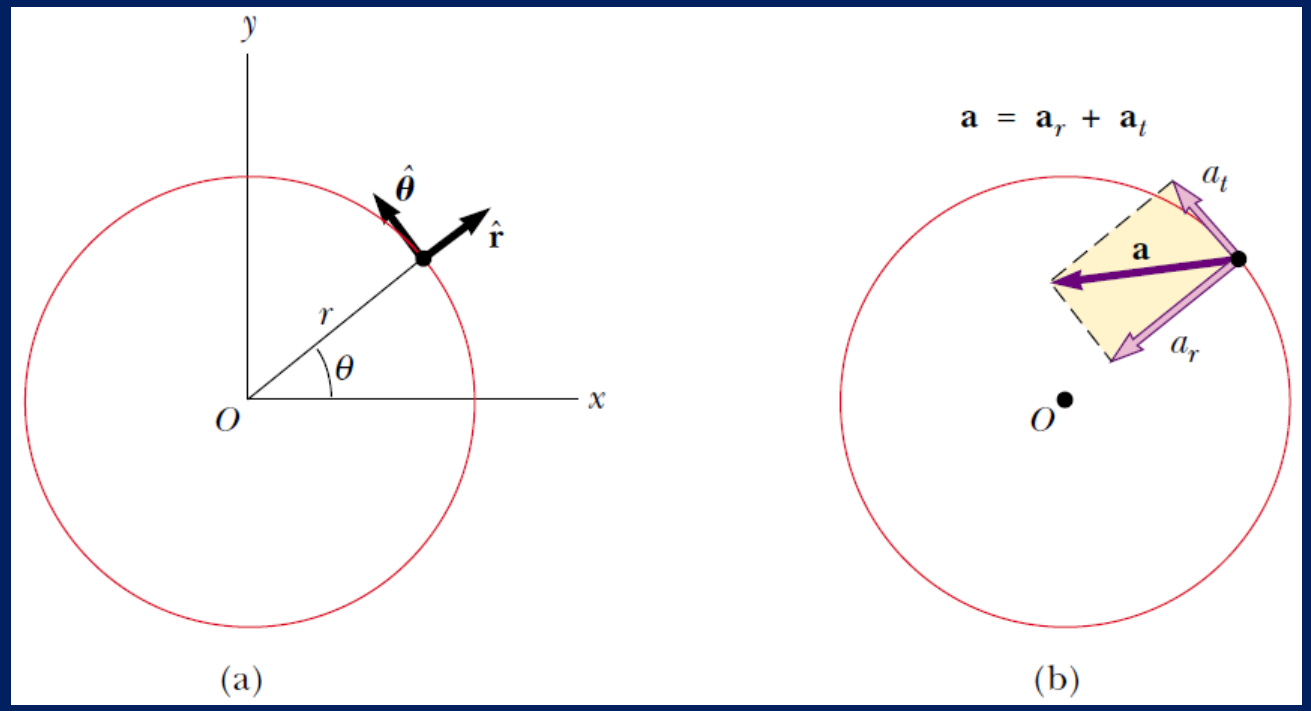
การเคลื่อนที่แบบวงกลมไม่สม่ำเสมอ



ความเร่ง

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_r + \mathbf{a}_t$$

การเคลื่อนที่แบบวงกลมไม่สม่ำเสมอ



$$a_t = \frac{d|\mathbf{v}|}{dt}$$

$$a_r = -a_c = -\frac{v^2}{r}$$

ความเร่ง

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_t + \mathbf{a}_r = \frac{d|\mathbf{v}|}{dt}\hat{\boldsymbol{\theta}} - \frac{v^2}{r}\hat{\mathbf{r}}$$