MATEMATICA FINANZIARIA

Prof. Andrea Berardi

1999

5. VALUTAZIONE DI PROGETTI ECONOMICO-FINANZIARI

PROGETTO ECONOMICO-FINANZIARIO

Un <u>progetto economico-finanziario</u> è una successione di capitali, di qualsiasi segno, previsti a certe scadenze

$$
\begin{array}{ccccccc}
a_0 & -a_1 & -a_2 & \ldots\ldots & a_k & \ldots\ldots & -a_{n-1} & a_n \\
\| & \| & \| & & \| & & \| & \| \\
t_0 & t_1 & t_2 & \ldots\ldots & t_k & \ldots\ldots & t_{n-1} & t_n
\end{array}
$$

ß

Progetto di:

- **investimento**
- **finanziamento**
- **misto**

Obiettivo

ß

Individuare un indicatore sintetico che misuri la “utilità” di un progetto dal punto di vista finanziario e che permetta di confrontare più progetti alternativi esprimendo una preferenza tra di essi

ß

SCELTA TRA PROGETTI

IPOTESI GENERALI

Si assume che i progetti considerati siano:

<u>Completi</u>, ovvero tra loro omogenei e confrontabili

<u>Ammissibili</u>, ovvero effettivamente attuabili

<u>Alternativi</u>, ovvero tali da consentire la scelta di uno solo di essi (o essere al più <u>equivalenti</u>)

<u>Indipendenti</u>, ovvero tali per cui l'attuazione di uno di essi non influenza né l'attuabilità né gli elementi propri dei progetti alternativi

CRITERIO DI SCELTA

Si definiscano due progetti *A* e *B*:

$$A = [a,t] = \begin{cases} a = (a_0, a_1, a_2, \dots, a_n) \\ t = (t_0, t_1, t_2, \dots, t_n) \end{cases}$$

$$B = [b,z] = \begin{cases} b = (b_0, b_1, b_2, \dots, b_m) \\ z = (z_0, z_1, z_2, \dots, z_m) \end{cases}$$

e si definisca una funzione *f* (<u>criterio di scelta</u>) che qualifica i due progetti rendendoli confrontabili

$$f(A) \qquad \textbf{e} \qquad f(B)$$

Tra i due progetti, si preferisce quello che massimizza il valore della funzione *f*

Progetto *A* preferito a progetto *B*

$A >> B$ Û $f(A) > f(B)$

Progetto *B* preferito a progetto *A*

$B >> A$ Û $f(B) > f(A)$

Progetto *A* equivalente a progetto *B*

$A \equiv B$ Û $f(A) = f(B)$

Relazioni transitive, riflessive e simmetriche

$$\{A >> B, B >> C\} \qquad \text{Þ} \qquad A >> C$$

$$A \equiv A$$

$$A \equiv B \qquad \text{Þ} \qquad B \equiv A$$

$$\{A \equiv B, B \equiv C\} \qquad \text{Þ} \qquad A \equiv C$$

$$\{A >> B, B \equiv C\} \qquad \text{Þ} \qquad A >> C$$

La funzione f (criterio di scelta) deve possedere alcune <u>proprietà minimali</u>:

- **Definita senza ambiguità, ovvero essere applicabile**
- **A parità di scadenze, strettamente crescente rispetto a ciascuno dei capitali**

$$\{A=[a;t], B=[b;t], a \geq b\} \quad \Rightarrow \quad f(A) > f(B)$$

- **A parità di importi, strettamente crescente rispetto all'anticipazione di uno o più ricavi o alla posticipazione di uno o più costi**

$$\{A=[a;t], B=[a;z], t \leq z\} \quad \Rightarrow \quad f(A) > f(B)$$

- **L’ordinamento di preferenza non deve mutare per cambiamenti nell’unità di misura dei capitali**

$$\{ f(A) > f(B), a > 0 \} \qquad \text{Û} \qquad f(aA) > f(aB)$$

- **L’ordinamento di preferenza non deve mutare per cambiamenti nell’unità di misura delle scadenze**

$$\{ f([a;t]) > f([b;t]), a > 0 \} \quad \text{Û} \quad f([a;at]) > f([b;at])$$

- **Se il vettore dei saldi a tasso nullo di un progetto è maggiore o uguale al vettore dei saldi a tasso nullo di un altro progetto, il primo progetto deve essere sempre riconosciuto come preferibile al secondo**

$$\{ A = [a;t], B = [b;z], s_A \geq s_B \} \qquad \text{Þ} \qquad f(A) > f(B)$$

Il <u>vettore dei saldi a tasso nullo</u> di un progetto è ottenuto associando al vettore delle scadenze il vettore delle cumulate dei capitali del progetto

$$s = [s_0, s_1, s_2, ..., s_n]$$
$$= [a_0, (a_0 + a_1), (a_0 + a_1 + a_2), ..., (a_0 + a_1 + a_2 + ... + a_n)]$$

Il <u>vettore dei saldi al tasso *i*</u> di un progetto è ottenuto associando al vettore delle scadenze il vettore delle cumulate dei montanti dei capitali del progetto

$$s(i) = [s_0(i), s_1(i), s_2(i), ..., s_n(i)]$$
$$= [a_0, (a_1 + a_0 \cdot r), (a_2 + a_1 \cdot r + a_0 \cdot r^2), ...$$
$$..., (a_n + a_{n-1} \cdot r + a_{n-2} \cdot r^2 + ... + a_0 \cdot r^n)]$$

QUALIFICAZIONE DEI PROGETTI

PROGETTI DI INVESTIMENTO

PROGETTI DI FINANZIAMENTO

PROGETTI MISTI

Progetto di investimento

Un progetto è qualificato di investimento in senso stretto se presenta un'unica inversione di segno e il primo capitale ha segno negativo (e quindi l'ultimo capitale ha segno positivo)

Esempio

$$
\begin{array}{cccccccc}
-a_0 & -a_1 & a_2 & \ldots. & a_k & \ldots\ldots & a_{n-1} & a_n \\
\| & \| & \| & & \| & & \| & \| \\
t_0 & t_1 & t_2 & \ldots. & t_k & \ldots\ldots & t_{n-1} & t_n
\end{array}
$$

Progetto di finanziamento

Un progetto è qualificato di finanziamento in senso stretto se presenta un'unica inversione di segno e il primo capitale ha segno positivo (e quindi l'ultimo capitale ha segno negativo)

Esempio

$$
\begin{array}{cccccccc}
a_0 & a_1 & -a_2 & \ldots\ldots & -a_k & \ldots\ldots & -a_{n-1} & -a_n \\
\hline
t_0 & t_1 & t_2 & \ldots\ldots & t_k & \ldots\ldots & t_{n-1} & t_n
\end{array}
$$

Progetto misto

Un progetto è qualificato misto in senso stretto se presenta più di una inversione di segno

Esempio

$$\begin{array}{cccccccc} a_0 & -a_1 & a_2 & \ldots & -a_k & \ldots & -a_{n-1} & a_n \\ \| & \| & \| & & \| & & \| & \| \\ t_0 & t_1 & t_2 & \ldots & t_k & \ldots & t_{n-1} & t_n \end{array}$$

I criteri di scelta (ovvero la struttura della funzione *f*) utilizzati per la valutazione e la scelta dei progetti economico-finanziari sono molteplici

ß

I criteri di valutazione standard sono tre:

- **Criterio del valore attuale**
- **Criterio del tasso interno di rendimento**
- **Criterio T.R.M.**

CRITERIO DEL VALORE ATTUALE

Sinonimi:

Valore Attuale (V.A.)

Valore Attuale Netto (V.A.N.)

Rendimento Economico Attualizzato (R.E.A.)

Questo criterio valuta i progetti assegnando ad ognuno di essi un <u>valore attuale</u>, calcolato secondo una legge di capitalizzazione/attualizzazione predeterminata

***f* Þ V.A.**

Dati due progetti alternativi *A* e *B* :

$$A = [a, t] = \left\{ \begin{array}{l} a = (a_0, a_1, a_2, ..., a_n) \\ t = (t_0, t_1, t_2, ..., t_n) \end{array} \right\}$$

$$B = [b, z] = \left\{ \begin{array}{l} b = (b_0, b_1, b_2, ..., b_m) \\ z = (z_0, z_1, z_2, ..., z_m) \end{array} \right\}$$

si definisce come criterio di scelta la funzione *f* = *VA* e si confrontano i due progetti preferendo quello che massimizza tale funzione

$A >> B$ **Û** $VA(A) > VA(B)$

ß

determinante ai fini della scelta è <u>il tasso di interesse *i*</u> utilizzato per calcolare il valore attuale

ß

la scelta tra i progetti può dipendere dal tasso di interesse *i* utilizzato

i^* Þ $VA(A) > VA(B)$ Þ $A >> B$

i^o Þ $VA(B) > VA(A)$ Þ $B >> A$

ß

<u>il criterio del V.A. non è obiettivo</u>

Esempio

Siano dati due progetti alternativi *A* e *B* :

$$A = [a,t] = \begin{Bmatrix} a = (-100,+60,+60,+90) \\ t = (0,1,2,3) \end{Bmatrix}$$

$$B = [b,t] = \begin{Bmatrix} b = (-35,+25,+25,+90) \\ t = (0,1,2,3) \end{Bmatrix}$$

Il vettore dei saldi a tasso nullo di un progetto non è sempre superiore a quello del progetto alternativo, quindi non è possibile esprimere una preferenza assoluta sulla base di questo criterio

$$s_A = [-100,-40,20,110] \qquad s_B = [-35,-10,15,105]$$

Utilizzando un tasso di interesse effettivo <u>i = 8%</u> per calcolare il valore attuale dei due progetti secondo il regime dell'interesse composto, si ottiene:

$$VA(B) = 81.02 > VA(A) = 78.44 \qquad \Rightarrow \qquad B >> A$$

Se per il calcolo del valore attuale dei due progetti si utilizzasse un tasso di interesse effettivo <u>i = 3%</u> , si avrebbe la situazione opposta:

$$VA(A) = 97.17 > VA(B) = 95.20 \qquad \Rightarrow \qquad A >> B$$

Posto che, valutando i progetti al tasso di interesse effettivo $i = 8\%$ preferiremmo il progetto B al progetto A, la nostra scelta resterebbe invariata se valutassimo con lo stesso tasso di interesse $i = 8\%$ i progetti A e B così modificati?

$$A = [a,t] = \begin{Bmatrix} a = (-100,+60,+60,+90,0) \\ t = (0,1,2,3,4) \end{Bmatrix}$$

$$B = [b,t] = \begin{Bmatrix} b = (-35,+25,+25,0,+90) \\ t = (0,1,2,3,4) \end{Bmatrix}$$

In questo caso, si avrebbe:

$$VA(A) = 78.44 > VA(B) = 75.73 \qquad \Rightarrow \qquad A >> B$$

Tasso *i* utilizzato per il calcolo di VA

Progetto la cui realizzazione implica un costo iniziale da coprire col ricorso a capitali propri e/o di debito

ß

Tasso *i* esprime:

tasso passivo per i capitali presi a prestito

oppure

tasso per la remunerazione dei mezzi propri, ovvero costo-opportunità determinato dal rendimento che sarebbe possibile conseguire da impieghi alternativi

Esempio

Progetti alternativi *A* e *B* che richiedono un finanziamento iniziale di £ 100, sul quale si pagano interessi passivi calcolati al tasso di interesse effettivo annuo del 20%, e forniscono ricavi nei successivi 3 anni

$$A = [a, t] = \left\{ \begin{matrix} a = (-100, +90, +29, +15) \\ t = (0, 1, 2, 3) \end{matrix} \right\}$$

$$B = [b, t] = \left\{ \begin{matrix} b = (-100, +87.55, +35, +11.34) \\ t = (0, 1, 2, 3) \end{matrix} \right\}$$

VA calcolato per entrambi i progetti utilizzando il tasso
***i* = 20%**

$$VA(A) > 0 \qquad \textbf{e} \qquad VA(B) > 0$$

ß

Entrambi i progetti sono in grado di remunerare il capitale investito al tasso effettivo annuo del 20% e, in aggiunta, consentono di ottenere un guadagno positivo

ß

La preferenza per l’uno o per l’altro sarà determinata dalla massimizzazione della funzione *f* = *VA*

$$VA(B) = 3.826 > VA(A) = 3.819 \qquad \text{Þ} \qquad B >> A$$

CRITERIO DEL TASSO INTERNO DI RENDIMENTO

Questo criterio valuta i progetti assegnando ad ognuno di essi un <u>tasso interno di rendimento</u>, calcolato secondo una legge di capitalizzazione predeterminata

f **Þ** **T.I.R.**

Il tasso interno di rendimento non è un tasso contrattuale assegnato a priori, ma è quel tasso “interno” che azzera il valore attuale del progetto

Dati due progetti alternativi *A* e *B* :

$$A = [a, t] = \begin{cases} a = (a_0, a_1, a_2, ..., a_n) \\ t = (t_0, t_1, t_2, ..., t_n) \end{cases}$$

$$B = [b, z] = \begin{cases} b = (b_0, b_1, b_2, ..., b_m) \\ z = (z_0, z_1, z_2, ..., z_m) \end{cases}$$

si definisce come criterio di scelta la funzione *f* = *TIR* e si confrontano i due progetti preferendo quello che massimizza tale funzione

$A >> B$ Û $TIR(A) > TIR(B)$

Esempio

Siano dati due progetti alternativi A e B :

$$A = [a, t] = \begin{Bmatrix} a = (-100, +30, +50, +40) \\ t = (0,1,2,3) \end{Bmatrix}$$

$$B = [b, t] = \begin{Bmatrix} b = (-80, +25, +25, +50) \\ t = (0,1,2,3) \end{Bmatrix}$$

Il vettore dei saldi a tasso nullo di un progetto non è sempre superiore a quello del progetto alternativo, quindi non è possibile esprimere una preferenza assoluta sulla base di questo criterio

$$s_A = [-100, -70, -20, 20] \qquad s_B = [-80, -55, -30, 20]$$

Il tasso interno di rendimento è quel tasso che azzera il valore attuale di entrambi i progetti. Utilizzando il regime dell'interesse composto, si ottiene:

$$\frac{30}{1+i_A}+\frac{50}{(1+i_A)^2}+\frac{40}{(1+i_A)^3}-100=0$$

$$\frac{25}{1+i_B}+\frac{25}{(1+i_B)^2}+\frac{50}{(1+i_B)^3}-80=0$$

ß

$$TIR(B)=10.60\%>TIR(A)=9.27\% \qquad \Rightarrow \qquad B>>A$$

Se i progetti sono progetti di investimento in senso stretto oppure progetti di finanziamento in senso stretto (unica inversione di segno)

ß

Esiste una soluzione (T.I.R.)

Se i progetti sono progetti misti in senso stretto (più di una inversione di segno)

ß

Non è garantita l’esistenza di una soluzione (T.I.R.)

ß

Teorema dei segni di Cartesio

“Il numero delle radici positive di un polinomio è uguale, oppure è inferiore di un numero pari, al numero di variazioni presenti nella successione dei coefficienti”

ß

Condizione sufficiente affinché esista un T.I.R. positivo, unico, per il progetto è che la successione di capitali cambi di segno una sola volta

<u>Esempio</u>

Siano dati due progetti alternativi misti *A* e *B* :

$$A = [a,t] = \left\{ \begin{array}{l} a = (-100,+30,-10,+90) \\ t = (0,1,2,3) \end{array} \right\}$$

$$B = [b,t] = \left\{ \begin{array}{l} b = (-100,+25,-20,+90) \\ t = (0,1,2,3) \end{array} \right\}$$

ß

Il progetto misto *A* ammette T.I.R. positivo, mentre il progetto misto *B* non ammette T.I.R. positivo

METODO APPROSSIMATO DI GAUSS-NEWTON (DELLE TANGENTI) PER IL CALCOLO DEL T.I.R.

Dalla definizione di derivata

$$\frac{\partial f}{\partial x} \equiv f'(x) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

si ricava

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x) \cdot (x - x_0)$$

Nel caso del valore attuale di un progetto, si ha:

$$f(i) = a_0 + \frac{a_1}{1+i} + \frac{a_2}{(1+i)^2} + ... + \frac{a_n}{(1+i)^n} = 0$$

ß

$$f(i) \approx f(i_0) + f'(i) \cdot (i - i_0) = 0$$

ß

$$i \approx i_0 - \frac{f(i_0)}{f'(i)}$$

ß

<u>Approssimazione</u> per procedimento iterativo di ricerca del tasso interno di rendimento

$$\boxed{i_k = i_{k-1} - \frac{f(i_{k-1})}{f'(i_{k-1})}}$$

<u>Procedimento iterativo per il calcolo del T.I.R.</u>

- **Si fissa un valore di partenza** i_0
- **Si calcolano la funzione** $f(i_0)$ **e la derivata** $f'(i_0)$ **in corrispondenza di tale valore**

$$f(i_0) = a_0 + \frac{a_1}{1+i_0} + \frac{a_2}{(1+i_0)^2} + \ldots + \frac{a_n}{(1+i_0)^n}$$

$$f'(i_0) = -\frac{1}{1+i_0}\left(\frac{1 \cdot a_1}{1+i_0} + \frac{2 \cdot a_2}{(1+i_0)^2} + \ldots + \frac{n \cdot a_n}{(1+i_0)^n}\right)$$

- **Si determina il tasso** $i_1 = i_0 - \dfrac{f(i_0)}{f'(i_0)}$

- **Si calcolano la funzione** $f(i_1)$ **e la derivata** $f'(i_1)$ **in corrispondenza di tale valore**
- **Si determina il tasso** $i_2 = i_1 - \dfrac{f(i_1)}{f'(i_1)}$

…… e così via ……

- **Si ripete la procedura fino a che** $\left| i_k - i_{k-1} \right| < e$ **dove** e **è un errore di approssimazione ritenuto accettabile (per esempio,** $e = 0.0001$**)**

ß

In corrispondenza di quel valore, si avrà

$$f(i_k) \approx 0$$

METODO DELL'INTERPOLAZIONE LINEARE PER IL CALCOLO DEL T.I.R.

Metodo che consiste nel trovare valori approssimati per la soluzione di un'equazione del tipo $f(x) = z$ **quando è possibile calcolare valori della funzione stessa**

$$f(x_1), f(x_2), \ldots, f(x_n)$$

Definita $\bar{x}$ **la soluzione tale per cui** $f(\bar{x}) = z$ **, esisterà un intervallo** $[x_k, x_{k+1}]$ **dove** $f(x_k) < f(\bar{x}) < f(x_{k+1})$

Per determinare questo valore $\bar{x}$ **si sostituisce, nell'intervallo** $[x_k, x_{k+1}]$**, alla funzione** $f(x)$ **una corrispondente funzione lineare**

“Linearizzazione” della funzione

$$\frac{y - f(x_k)}{f(x_{k+1}) - f(x_k)} = \frac{x - x_k}{x_{k+1} - x_k}$$

ß

$$y = f(x_k) + \frac{f(x_{k+1} - x_k)}{x_{k+1} - x_k} \cdot (x - x_k)$$

Ponendo $y = z$ **, si determina il valore cercato di** $\overline{x}$

$$\overline{x} = x_k + \frac{z - f(x_k)}{f(x_{k+1}) - f(x_k)} \cdot (x_{k+1} - x_k)$$

ß

La linearizzazione della funzione fornisce una buona approssimazione della soluzione se la differenza tra i punti estremi del segmento lineare $[x_k, x_{k+1}]$ è "piccola"

$$\bar{x} = x_k + \frac{z - f(x_k)}{f(x_{k+1}) - f(x_k)} \cdot (x_{k+1} - x_k)$$

Nel caso del valore attuale di un progetto, si ha:

$$f(i) = a_0 + \frac{a_1}{1+i} + \frac{a_2}{(1+i)^2} + ... + \frac{a_n}{(1+i)^n} = 0$$

Determinato un intervallo $[i_k, i_{k+1}]$ **tale per cui**

$$f(i_k) < 0 < f(i_{k+1})$$

(si è quindi posto $f(i) = y = 0$**),**

si calcola il valore cercato $\bar{i}$ **(T.I.R. del progetto) dalla linearizzazione della funzione considerata, come segue:**

$$\bar{i} = i_k + \frac{0 - f(i_k)}{f(i_{k+1}) - f(i_k)} \cdot (i_{k+1} - i_k)$$

CRITERIO T.R.M.

Teichroew, Robicheck, Montalbano

Questo criterio valuta i progetti assegnando ad ognuno di essi un saldo finale, calcolato nell'ipotesi che i fondi assorbiti generino interessi passivi ad un tasso *x* e che i fondi liberati vengano impiegati ad un tasso *y*

f **Þ** **saldo finale**

$$s_n(x;y) = (a_n + a_{n-1} \cdot r(x;y) + ... + a_0 \cdot r^n(x;y))$$

Il metodo T.R.M. si applica come segue:

1. **Si sceglie un tasso x che misura il costo del denaro che il progetto assorbe e un tasso y che misura il rendimento dei fondi che il progetto eroga**

2. **Si calcola la successione dei saldi $s_k(x;y)$:**

$$s_0(x;y) = a_0$$

$$s_k(x;y) = \begin{cases} [s_{k-1}(x;y)] \cdot (1+x) + a_k & \textbf{se} \quad s_{k-1}(x;y) \leq 0 \\ [s_{k-1}(x;y)] \cdot (1+y) + a_k & \phantom{\textbf{se}} \quad s_{k-1}(x;y) \geq 0 \end{cases}$$

$$\forall k \in (1,2,\ldots,n)$$

Nell'intervallo $[k-1;k]$ **il saldo** $s_{k-1}(x;y)$ **genera interessi passivi al tasso** x **se in quel periodo il progetto assorbe fondi (cioè se** $s_{k-1}(x;y)\leq 0$ **) oppure interessi attivi al tasso y se in quel periodo il progetto produce fondi (cioè se** $s_{k-1}(x;y)\geq 0$ **)**

3. **Si valuta il progetto sulla base del valore assunto dal saldo finale, ovvero dalla funzione:**

$$f = s_n(x;y)$$

$$\Downarrow$$

Scelta tra più progetti dal confronto tra i saldi finali

Dati due progetti alternativi *A* e *B* :

$$A = [a, t] = \begin{cases} a = (a_0, a_1, a_2, ..., a_n) \\ t = (t_0, t_1, t_2, ..., t_n) \end{cases}$$

$$B = [b, z] = \begin{cases} b = (b_0, b_1, b_2, ..., b_m) \\ z = (z_0, z_1, z_2, ..., z_m) \end{cases}$$

si definisce come criterio di scelta la funzione $f = s_n(x; y)$ e si confrontano i due progetti preferendo quello che massimizza tale funzione

$$A >> B \qquad \text{Û} \qquad s_n(x; y; A) > s_n(x; y; B)$$

ß

rilevante ai fini dell’ordine di preferenza tra più progetti

<u>dei tassi di interesse passivo *x* e attivo *y*</u>

utilizzati per calcolare il saldo finale

ß

$(x^*;y^*)$ **Þ** $s_n(x^*;y^*;A) > s_n(x^*;y^*;B)$ **Þ** $A >> B$

$(x^0;y^0)$ **Þ** $s_n(x^0;y^0;B) > s_n(x^0;y^0;A)$ **Þ** $B >> A$

ß

<u>il criterio T.R.M. non è obiettivo</u>

Esempio

Siano dati due progetti alternativi A e B :

$$A = [a,t] = \begin{Bmatrix} a = (-100,+70,+80,-25) \\ t = (0,1,2,3) \end{Bmatrix}$$

$$B = [b,t] = \begin{Bmatrix} b = (-100,+140,-70,+55) \\ t = (0,1,2,3) \end{Bmatrix}$$

Si scelga come tasso di interesse passivo (costo del denaro) il tasso $x = 15\%$ e come tasso di interesse attivo (impiego dei fondi) il tasso $y = 10\%$ e si calcolino i saldi finali dei due progetti

$s_3(15\%;10\%;A)$ **e** $s_3(15\%;10\%;B)$

Progetto $\boldsymbol{A}$

$$s_0(15\%;10\%;A) = -100$$

$$s_1(15\%;10\%;A) = -100 \cdot (1.15) + 70 = -45$$

$$s_2(15\%;10\%;A) = -45 \cdot (1.15) + 80 = +28.25$$

$$s_3(15\%;10\%;A) = +28.25 \cdot (1.10) - 25 = +6.075$$

Progetto $\boldsymbol{B}$

$$s_0(15\%;10\%;B) = -100$$

$$s_1(15\%;10\%;B) = -100 \cdot (1.15) + 140 = +25$$

$$s_2(15\%;10\%;B) = +25 \cdot (1.10) - 70 = -42.50$$

$$s_3(15\%;10\%;B) = -42.50 \cdot (1.15) + 55 = +6.125$$

$$s_3(15\%;10\%;A) = 6.075$$
$$s_3(15\%;10\%;B) = 6.125$$

ß

$$B >> A$$

Tuttavia, se il costo del denaro fosse minore e per il calcolo del saldo finale si utilizzasse un tasso passivo $x = 13\%$, si avrebbe la conclusione opposta:

$$s_3(13\%;10\%;A) = 9.551$$
$$s_3(13\%;10\%;B) = 9.461$$

ß

$$A >> B$$