

INSIEMI, LOGICA, FUNZIONI, ALGEBRA

INSIEMI

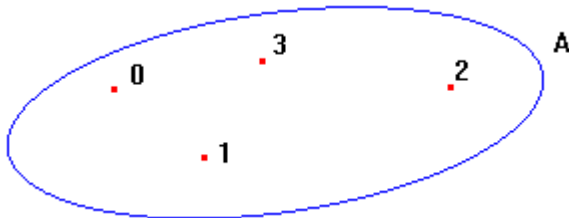
Insieme \rightarrow nozione primitiva \rightarrow non si definisce.

Indicheremo: - gli insiemi : A, B, C, \dots
 - gli elementi: $a, b, c, \dots, x, y, \dots$

- $a \in A$ significa che a è un elemento che appartiene all'insieme A
- $a \notin A$ significa che a è un elemento che non appartiene all'insieme A

Rappresentazione di un insieme:

- rappresentazione **grafica** :



- rappresentazione **tabulare** (o per elencazione) : $A = \{0, 1, 2, 3\}$
- rappresentazione **mediante proprietà caratteristica**: $A = \{x \in \mathbb{N} / x < 4\}$
- A e B **disgiunti** $\Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$

◆ Dati due insiemi A e B , se ogni elemento di B è anche elemento di A , si dice che B è **contenuto**, o **incluso**, in A od anche che è un sottoinsieme di A ($B \subseteq A$).

- $A \neq \emptyset \quad \Rightarrow \quad A \subseteq A$ e $\emptyset \subseteq A$;
- $A \subseteq B$ e $B \subseteq A \quad \Leftrightarrow \quad A = B$;
- $A \subseteq B$ e $B \subseteq C \quad \Rightarrow \quad A \subseteq C$.

◆ Si chiama **unione** di due insiemi, A e B , l'insieme i cui elementi appartengono ad almeno uno degli insiemi A e B ($A \cup B$).

$$\{1, 2, 3\} \cup \{2, 4, 5\} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

- $A \cup B = \emptyset \Leftrightarrow A = \emptyset$ e $B = \emptyset$;
- Estensione: $A \cup B \cup C$.

◆ Si chiama **intersezione** di due insiemi, A e B, l'insieme i cui elementi appartengono sia ad A che a B ($A \cap B$).

$$\{1,2,3,4\} \cap \{2,4,6,8\} = \{2,4\}$$

$$\{x \mid x \text{ è un rettangolo}\} \cap \{x \mid x \text{ è un rombo}\} = \{x \mid x \text{ è un quadrato}\}$$

- $A \cap \emptyset = \emptyset$;
- $A \cap B = \emptyset \Rightarrow$ disgiunti;
- Estensione: $A \cap B \cap C$.

◆ Si chiama **prodotto cartesiano** nell'ordine scritto di due insiemi non vuoti A e B, l'insieme di tutte le coppie ordinate (x,y) dove $x \in A$ e $y \in B$ ($A \times B$).

$$A = \{a,b\}$$

$$B = \{1,2,3\}$$

$$A \times B = \{(a,1),(a,2),(a,3),(b,1),(b,2),(b,3)\}$$

$$B \times A = \{(1,a),(1,b),(2,a),(2,b),(3,a),(3,b)\}$$

- Prima coordinata / Seconda coordinata;
- $A \times \emptyset = \emptyset \times A = \emptyset$;
- $\emptyset \times \emptyset = \emptyset$.

ELEMENTI DI LOGICA

Una proposizione (p,q r ..) è una frase che può essere vera (V) o falsa (F).
I connettivi permettono di costruire proposizioni composte.

◆ **NEGAZIONE** (\neg) : $\neg p$ è vera se p è falsa

◆ **CONGIUNZIONE** (\wedge) : $p \wedge q$ è vera solo se p e q sono entrambe vere

◆ **DISGIUNZIONE** (\vee) : $p \vee q$ è falsa solo se p e q sono entrambe false

◆ **IMPLICAZIONE** (\Rightarrow) : $p \Rightarrow q$ è falsa solo se p è vera e q è falsa

N.B. $p \Rightarrow q$ significa anche che : p è condizione sufficiente per q
q è condizione necessaria per p

◆ **EQUIVALENZA LOGICA** (\Leftrightarrow) : $p \Leftrightarrow q$ è vera solo se p e q sono entrambe vere o entrambe false .

N.B. $p \Leftrightarrow q$ significa anche che : p è condizione necessaria e sufficiente per q

Principi per la costruzione di proposizioni composte:

- PRINCIPIO DI NON CONTRADDIZIONE
- PRINCIPIO DEL TERZO ESCLUSO

Quantificatori:

- ♥ ESISTENZIALE (\exists)
- ♥ UNIVERSALE (\forall)

NUMERI NATURALI, INTERI, RAZIONALI

◆ Insieme dei numeri naturali :

$$N = \{0,1,2,3,\dots\}$$

In esso sono possibili sempre le operazioni di addizione e di moltiplicazione. La sottrazione invece è possibile solo se il minuendo è maggiore del sottraendo. Per ovviare a tale limitazione si introduce l'insieme dei numeri interi Z :

◆ Insieme dei numeri interi :

$$Z = \{\dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

In esso sono possibili sempre le operazioni di addizione, moltiplicazione, sottrazione e valgono le note "regole dei segni". La divisione invece è possibile solo se il dividendo è un multiplo del divisore. Per ovviare a tale limitazione si introduce l'insieme dei numeri razionali Q :

◆ Insieme dei numeri razionali :

$$Q = \left\{ \frac{p}{q}; p, q \in Z, q \neq 0 \right\} \text{ con } p \text{ e } q \text{ primi tra loro.}$$

Il simbolo $\frac{p}{q}$ si chiama frazione di numeratore p e denominatore q .

In esso sono possibili le operazioni di addizione, moltiplicazione, sottrazione e divisione, tenendo presenti, tra le altre, alcune regole fondamentali:

- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$
- $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$
- $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$

N.B. Le frazioni hanno significato solo se DENOMINATORE $\neq 0$!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

N.B. NON SI DEVE MAI DIVIDERE PER ZERO !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

◆ Fra i tre insiemi sopra indicati vale la seguente relazione insiemistica:

$$N \subset Z \subset Q$$

Nell'insieme dei numeri razionali Q , però, non è sempre possibile l'estrazione di radice quadrata. Per ovviare a tale limitazione si introduce l'insieme dei numeri irrazionali I .

◆ L'insieme \mathfrak{R} dei numeri reali è l'unione dell'insieme dei numeri razionali con l'insieme dei numeri irrazionali:

$$\mathfrak{R} = Q \cup I$$

Tale insieme può essere descritto mediante le proprietà di cui godono i suoi elementi.

PROPRIETA' DEI NUMERI REALI

Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$.

◆ PROPRIETA' DELL'UGUAGLIANZA

- 1) $a = a$
- 2) se $a = b$ allora $b = a$
- 3) se $a = b$ e $b = c$ allora $a = c$
- 4) se $a = b$ allora $a \pm c = b \pm c$

Riflessiva
Simmetrica
Transitiva
Cancellazione

◆ PROPRIETA' DELLA DISUGUAGLIANZA

- 1) $a \leq a$
- 2) se $a \leq b$ e $b \leq a$ allora $a = b$
- 3) se $a \leq b$ e $b \leq c$ allora $a \leq c$
- 4) se $a \leq b$ allora $a \cdot c \leq b \cdot c$ con $c > 0$
se $a \leq b$ allora $a \cdot c \geq b \cdot c$ con $c < 0$
- 5) se $a \leq b$ allora $a \pm c \leq b \pm c$
- 6) se $a \leq b$ allora $-a \geq -b$
- 7) $a \cdot b > 0$ se e solo se a e b concordi
- 8) $a \cdot b < 0$ se e solo se a e b discordi

Riflessiva
Antisimmetrica
Transitiva
Monotonia

Cancellazione

◆ PROPRIETA' DELLA SOMMA

- 1) $a + b = b + a$
- 2) $a + (b + c) = (a + b) + c$
- 3) $a + 0 = 0 + a = a$
- 4) $a + (-a) = 0 \quad \forall a \neq 0$

Commutativa
Associativa
Esistenza dell'elemento neutro
Esistenza dell'opposto

◆ PROPRIETA' DEL PRODOTTO

- 1) $a \cdot b = b \cdot a$
- 2) $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$
- 3) $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$
- 4) $a \cdot \frac{1}{a} = 1 \quad \forall a \neq 0$
- 5) se $a \cdot b = 0$ allora $a = 0 \vee b = 0$

Commutativa
Associativa
Esistenza dell'elemento neutro
Esistenza dell'opposto

Annullamento del prodotto

◆ LEGAME SOMMA-PRODOTTO

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

Distributiva

◆ VALORE ASSOLUTO E PROPRIETA'

$$|a| = \begin{cases} a & \text{se } a \geq 0 \\ -a & \text{se } a < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |a| \geq 0 & \forall a \in \mathbb{R} \\ |a| > 0 & \forall a \neq 0 \end{cases}$$

- 1) $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$
- 2) $|a + b| \leq |a| + |b|$
- 3) $|a^2| = |a|^2 = a$

FUNZIONI

◆ Si dice **funzione** di A in B una legge che associa a ogni elemento $x \in A \subseteq \mathfrak{R}$ uno e un solo elemento di $B \subseteq \mathfrak{R}$.

La nozione formale per esprimere questo concetto è la seguente:

$$f : x \in A \rightarrow f(x) \in B$$

oppure

$$f : x \rightarrow f(x), x \in A, f(x) \in B$$

Se denotiamo con y l'elemento cui f associa il valore x , possiamo anche scrivere

$$f : A \rightarrow B, y = f(x)$$

- x è detta **variabile indipendente**
- y è detta **variabile dipendente**
- $A =$ **dominio** o insieme di definizione (D_f)
- $B =$ **codominio** (C_f)

• **Forma esplicita** : es: $y = \frac{2x^2 + 3}{5x - 1}$

• **Forma implicita**: es: $3x + 2y - 5 = 0$

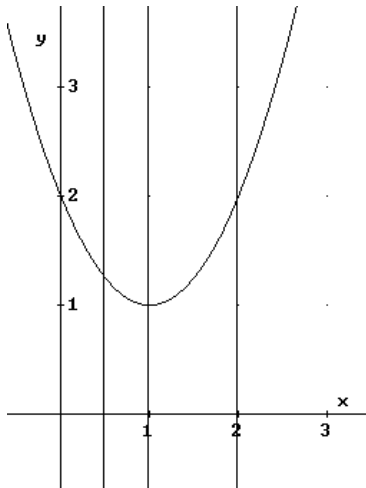
• **Definita a tratti**: es: $y = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{per } x > 0 \\ 0 & \text{per } x = 0 \end{cases} \quad D_f = [0, +\infty).$

◆ Sia data una funzione $f : A \rightarrow B, y = f(x)$. Si chiama **grafico della funzione** (G_f) l'insieme di tutte le coppie $(x, f(x))$ con $x \in D_f$:

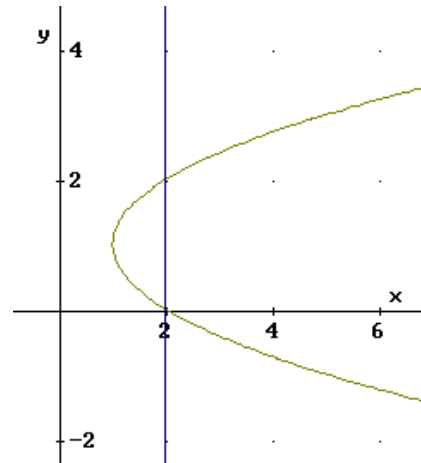
$$G_f = \{(x, y) / y = f(x), x \in A, y \in B\}$$

Grafico = rappresentazione della funzione .

• Criterio della retta verticale: un insieme di punti del piano cartesiano è il grafico di una funzione se e solo se nessuna retta verticale (parallela all'asse y) incontra l'insieme più di una volta:



Può essere il grafico di una funzione



Non può essere il grafico di una

- Criterio della retta orizzontale: una funzione è invertibile se e solo se non esiste alcuna retta orizzontale (parallela all'asse x) che ne incontra il grafico più di una volta. L'inversa di una funzione f si indica con f^{-1} .

FUNZIONI PARTICOLARI

◆ Funzione lineare

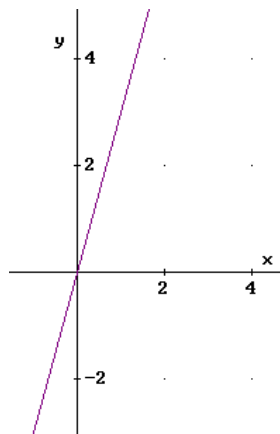
Legge → $y = mx$ dove m è il coefficiente angolare
 Grafico → **retta passante per l'origine**

Esprime un rapporto di proporzionalità diretta tra due grandezze rappresentate dalle variabili x e y → al raddoppiare di x raddoppia y, al triplicare di x triplica y...

$$y = f(x) = 3x$$

$$f(0) = 0$$

$$f(1) = 3$$



◆ Funzione lineare affine

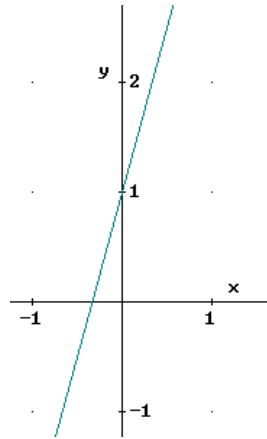
Legge → $y = mx + q$ dove m è il coefficiente angolare
Grafico → **retta non passante per l'origine → traslazione**

Non rappresenta più una proporzionalità diretta, per la presenza del termine q .

$$y = f(x) = 3x + 1$$

$$f(0) = 1$$

$$f(1) = 4$$

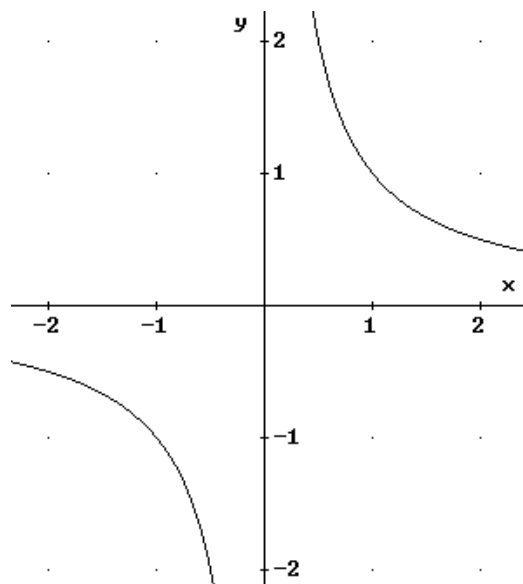


◆ Funzione di proporzionalità inversa

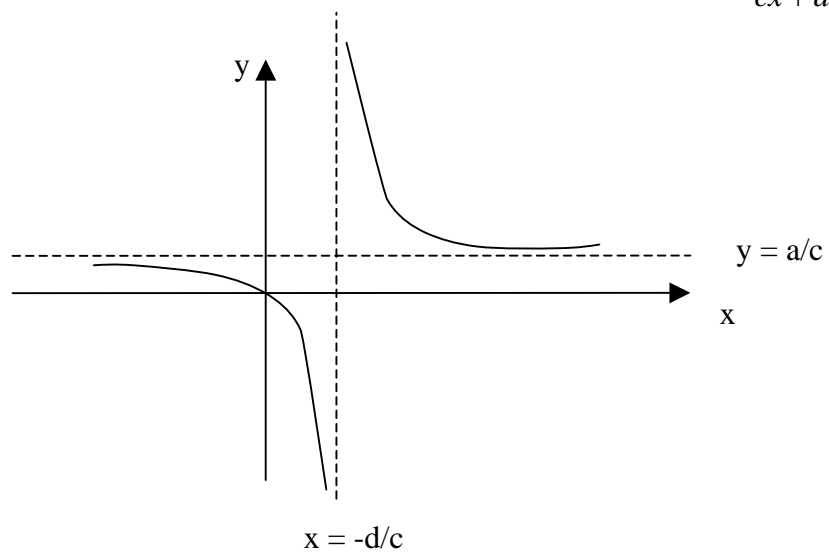
L'altro ricorrente tipo di proporzionalità tra due grandezze, la proporzionalità inversa, è espressa tramite la funzione $xy = k$: il prodotto fra due grandezze si mantiene costante al variare dell'una o dell'altra.

Portando la funzione in forma esplicita e considerando $k = 1$ otteniamo la funzione di proporzionalità inversa

Legge → $y = 1/x \Leftrightarrow xy = 1$
Grafico → **iperbole equilatera riferita agli asintoti**



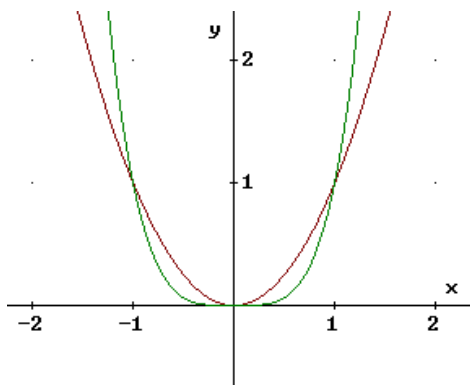
Equazione omografica dell'iperbole e equilatera $y = \frac{ax+b}{cx+d}$



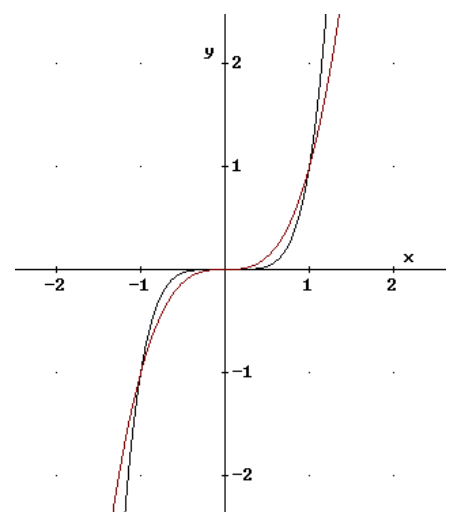
◆ Funzione di potenza

Legge $\rightarrow y = x^n$
 Grafico \rightarrow

• n pari:



• n dispari:



◆ Funzione esponenziale

Legge $\rightarrow y = a^x$ con $a > 0$ e $a \neq 1$.

Per ogni fissato numero reale $a > 0$, $a \neq 1$ si introduce la funzione f definita ponendo

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+, f(x) = a^x$$

Tale funzione dicesi **funzione esponenziale** di base a .

Di particolare importanza è la funzione esponenziale di base e , che è il numero di Nepero. Esso è un numero reale irrazionale (cioè $e \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}$), tale che $2 < e < 3$ ($e = 2,718\dots$) La funzione esponenziale di base e è detta semplicemente funzione esponenziale.

In una funzione esponenziale, a differenza di una funzione potenza, la variabile indipendente (x) compare a esponente e non come base.

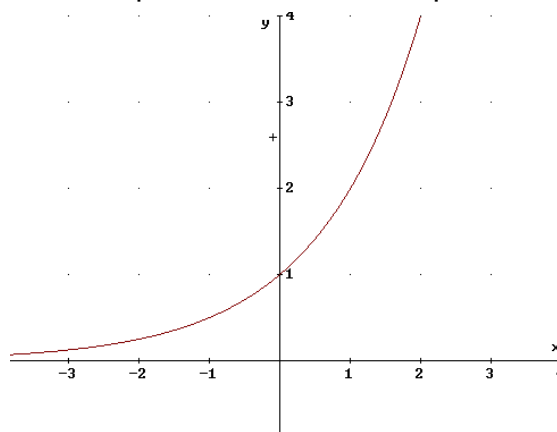
Giustificiamo le limitazioni su a :

- Se $a = 1$ per ogni valore attribuito alla x avremmo sempre 1 e dunque la funzione sarebbe costante;
- $a > 0$ per evitare l'inconveniente di avere radici di indice pari di numeri negativi. Ciò comporta automaticamente che l'esponenziale sia sempre strettamente positivo.

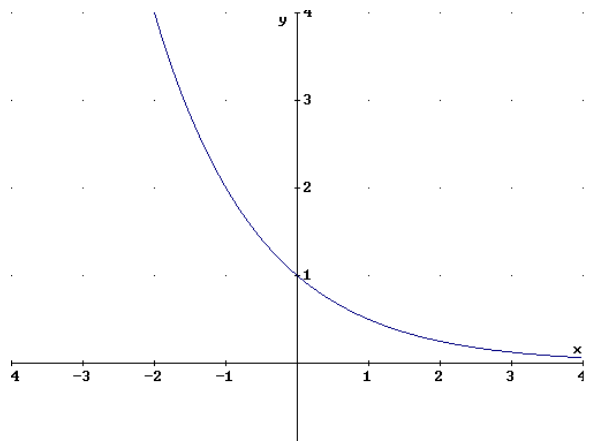
Grafico \rightarrow

Se $a > 1$

- 1) Essendo a^x sempre positiva, il grafico della funzione è sempre "sopra" l'asse delle x ;
- 2) Per $x = 0, a^0 = 1$ e quindi il grafico taglia l'asse y nel punto $(0,1)$;
- 3) Al crescere della x , la y cresce assumendo, assai rapidamente valori arbitrariamente grandi;
- 4) Dando alla x valori negativi, la y decresce, assumendo valori positivi arbitrariamente piccoli.



Se $0 < a < 1$



- 1) Essendo a^x sempre positiva, il grafico della funzione è sempre “sopra” l’asse delle x ;
- 2) Per $x=0, a^0=1$ e quindi il grafico taglia l’asse y nel punto $(0,1)$;
- 3) Al crescere della x , la y decresce assumendo, assai rapidamente valori arbitrariamente piccoli;
- 4) Dando alla x valori negativi, la y cresce, assumendo valori positivi arbitrariamente grandi.

◆ Funzione logaritmica

Legge $\rightarrow y = \log_a x$ con $a > 0$ e $a \neq 1$.

Come si può notare dai grafici della funzione esponenziale, qualunque sia $a > 0$ essa è dotata di inversa f^{-1} .

Qualunque sia $a > 0, a \neq 1$, la funzione inversa avrà come dominio \mathfrak{R}^+ e condominio \mathfrak{R} , la chiameremo **funzione logaritmo** di base a e la denoteremo con

$$f^{-1} : \mathfrak{R}^+ \rightarrow \mathfrak{R}, x = \log_a y$$

Logicamente, avendo invertito la funzione f , y diventa la variabile indipendente e x la variabile dipendente. E’ possibile definire il significato di logaritmo di un numero osservando che in $y = a^x$, x è l’esponente che va dato alla base a per ottenere il valore assegnato a .

E’ naturale porre la seguente definizione:

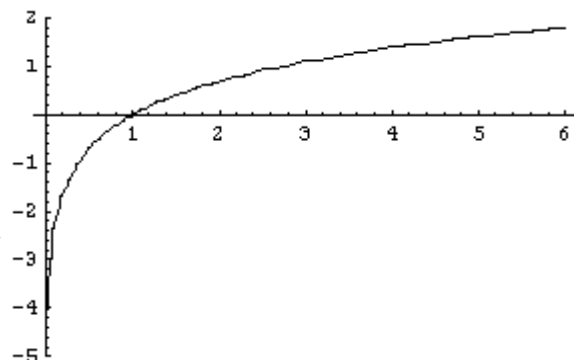
◆ Il **logaritmo** di un numero positivo y nella base $a > 0, a \neq 1$ (ovvero $\log_a y$) è l’esponente che bisogna dare alla base a per ottenere y .

Per rappresentare il grafico della funzione logaritmica, e volendo mantenere la convenzione che associa alla variabile indipendente l’asse orizzontale di un sistema cartesiano (x) e alla variabile dipendente l’asse y , riscriviamo la funzione nel seguente modo:

$$y = \log_a x$$

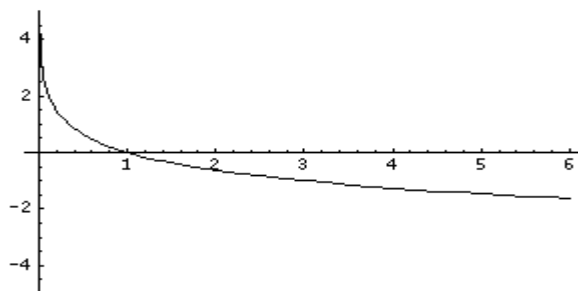
Grafico →

Se $a > 1$



- 1) Per $x = 1$, $\log_a 1 = 0$ e quindi il grafico taglia l'asse x nel punto $(1, 0)$;
- 2) $\log_a x > 0 \Leftrightarrow x > 1$
- 3) $\log_a x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$
- 4) Al crescere della x , la y cresce assumendo, assai lentamente, valori grandi.

Se $0 < a < 1$



- 1) Per $x = 1$, $\log_a 1 = 0$ e quindi il grafico taglia l'asse x nel punto $(1, 0)$;
- 2) $\log_a x > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$
- 3) $\log_a x < 0 \Leftrightarrow x > 1$
- 4) Al crescere della x , la y decresce assumendo, assai lentamente, valori piccoli.

◆ Definizione di potenza

Dati $a > 0$ e $n \in \mathbb{N} - \{0\}$:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ volte}}$$

Proprietà ed estensione del concetto ($a > 0, a \neq 1$):

1)	$a^b \cdot a^c = a^{b+c}$	2)	$\frac{a^b}{a^c} = a^{b-c}$
3)	$(a^b)^c = a^{b \cdot c}$	4)	$a^c \cdot c^c = (a \cdot b)^c$
5)	$\frac{a^c}{b^c} = \left(\frac{a}{b}\right)^c$	6)	$a^0 = 1$
7)	$a^{-p} = \frac{1}{a^p}$ con $p > 0$	8)	$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

◆ Definizione di logaritmo:

Dati $a > 0, a \neq 1, b > 0$:

$$\log_a b = c \Leftrightarrow b = a^c$$

Proprietà ($a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0, c \neq 1$):

1)	$\log_a b + \log_a c = \log_a (b \cdot c)$	2)	$\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$
3)	$\log_a (b^k) = k \cdot \log_a b$	4)	$\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log_a b$
5)	$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$	6)	$\log_a b = \frac{\log_b b}{\log_b a} = \frac{1}{\log_b a}$
7)	$\log_a 1 = 0$	8)	$\log_a a = 1$

◆ Definizione di radice n-esima

Dati $a \in \mathbb{R}$ e $n \in \mathbb{N} - \{0\}$:

- (i) Se a è un numero positivo, la radice n -esima aritmetica di a , indicata con $\sqrt[n]{a}$, corrisponde alla radice n -esima positiva di a .
- (ii) La radice n -esima aritmetica di zero è zero, ossia $\sqrt[n]{0} = 0$
- (iii) Se a è un numero negativo, la radice n -esima aritmetica di a , $(\sqrt[n]{a})$, è definita solo quando n è dispari, nel qual caso corrisponde al numero negativo la cui potenza n -esima è a .

Proprietà (supponendo tutte le espressioni definite):

1)	$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$	2)	$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$
3)	$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$	4)	$\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$
5)	$\sqrt[n]{a^n} = (\sqrt[n]{a})^n = a$ se $a > 0$	6)	$\sqrt[n]{-a} = -\sqrt[n]{a}$ se n è dispari

I POLINOMI

◆ Si chiama **espressione algebrica** ogni funzione che consiste nell'operare con le quattro operazioni su numeri reali relativi rappresentati tutti, o in parte, da lettere.

$$3xa^5; \quad 3x^2y + \frac{5}{2}y^3 - \frac{1}{2}z; \quad \frac{3x^2 - by + z^3}{4x - 4by - 3az}; \quad 4x^{-2} + \frac{2}{3}xy^{-3}$$

• **Variabili;**

- Espressione algebrica **intera** : variabili non al denominatore
- Espressione algebrica **frazionaria o fratta** : variabili al denominatore
- Determinare il **valore** di un'espressione algebrica in corrispondenza a certi valori delle variabili.

◆ Si chiama **monomio** ogni espressione algebrica in cui non figurano né addizioni né sottrazioni né divisioni.

• **Coefficiente / Parte letterale;**

- **Grado** di un monomio rispetto a una sua lettera;
- **Grado** complessivo di un monomio;
- Monomi **simili / eguali / opposti**.

◆ Si chiama **polinomio** un monomio, o un'espressione algebrica che rappresenta la somma algebrica di più monomi.

• **Ridurre in forma normale:**

$$3xy^2 - 5xy^2x^2 + \frac{1}{2}xy^2 - x^3y^2 + 5 = 3xy^2 - 5x^3y^2 + \frac{1}{2}xy^2 - x^3y^2 + 5 = \frac{7}{2}xy^2 - 6x^3y^2 + 5$$

- **Grado** di un polinomio rispetto a una lettera;
- **Grado** complessivo di un polinomio;
- **Termine noto;**
- Polinomio **omogeneo / ordinato** rispetto a una lettera / **completo** rispetto a una lettera;
- Polinomi **uguali**.

SOMMA ALGEBRICA

Calcolare la seguente somma algebrica:

$$(10a - 2b + 4b^2) + (25a^2 - 16b) - (-4a^2 - 8a + 12b^2) + (-7b + a)$$

PRODOTTO DI UN MONOMIO PER UN POLINOMIO

Calcolare il seguente prodotto:

$$12a^2x \left(-\frac{2}{3}a^3x^2 + \frac{3}{4}a^2 - x \right)$$

PRODOTTO DI DUE POLINOMI

Calcolare il seguente prodotto: $(-4a + b)(3a - b - 1)$

DIVISIONE DI DUE POLINOMI

$A(x)$: polinomio dividendo

$B(x)$: polinomio divisore

$Q(x)$: polinomio quoziente

$R(x)$: polinomio resto

$$\frac{A(x)}{B(x)} = Q(x) + R(x) \Leftrightarrow A(x) = B(x) \cdot Q(x) + R(x)$$

Divisione classica

Regola di Ruffini

FATTORIZZAZIONE DI UN POLINOMIO

Fattorizzare un polinomio $P(x)$ di grado n in una variabile significa scriverlo come

$$P(x) = Q(x) \cdot S(x) \cdot T(x) \cdot \dots$$

Dove $Q(x), S(x), T(x)$ ecc. sono polinomi ciascuno di grado inferiore ad n .

1) FATTORIZZAZIONE DI UN POLINOMIO MEDIANTE RACCOGLIMENTO

Consiste nell'osservare se i termini del polinomio contengono tutti un medesimo monomio, per porlo come fattore comune.

$$\blacklozenge 4x^3 + 8x^2 + 32x = 4x(x^2 + 2x + 8)$$

$$\blacklozenge x^n b^m + x^{n+1} b^{m-1} = x^n b^{m-1} (b + x)$$

$$\begin{aligned} \blacklozenge (x+a)(x-2a) - (x-2a)(x+3a) &= (x-2a)[(x+a) - (x+3a)] = (x-2a)(x+a-x-3a) = \\ &= (x-2a)(-2a) = -2a(x-2a) \end{aligned}$$

◆

$$4ax^2 + 6a^2x - 6x^2 - 9ax = 2x^2(2a-3) + 3ax(2a-3) = (2a-3)(2x^2 + 3ax) = x(2a-3)(2x+3a)$$

$$\blacklozenge (a-b)(a+b)^2 - 4ax - 4bx + ab^2 + b^3$$

2) FATTORIZZAZIONE MEDIANTE PRODOTTI NOTEVOLI

Prodotto notevole	Sviluppo	Tipo di polinomio risultante
$(A \pm B)^2$	$A^2 + B^2 \pm 2AB$	Trinomio
$(A \pm B)^3$	$A^3 \pm 3A^2B + 3AB^2 \pm B^3$	Quadrinomio
$(A + B)(A - B)$	$A^2 - B^2$	Binomio
$(A - B)(A^2 + AB + B^2)$	$A^3 - B^3$	Binomio
$(A + B)(A^2 - AB + B^2)$	$A^3 + B^3$	Binomio

3) FATTORIZZAZIONE DI TRINOMI PARTICOLARI

Consideriamo il seguente trinomio di secondo grado

$$x^2 + sx + p$$

dove s e p sono due numeri razionali.
Se esistono due numeri x_1 e x_2 tali che

$$x_1 + x_2 = s \quad \text{e} \quad x_1 \cdot x_2 = p$$

allora il trinomio si può scomporre nel prodotto di due binomi

$$x^2 + sx + p = (x + x_1)(x + x_2)$$

m.c.m TRA POLINOMI

Per prima cosa si fattorizzano i polinomi (\Leftrightarrow si scompongono in fattori), poi il minimo comune multiplo è dato dal prodotto dei fattori comuni e non comuni (ai polinomi), ciascuno considerato una sola volta con il maggior esponente con cui compare.