UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

FACULTAD DE INGENIERÍA

Departamento de Hidráulica

Cátedra de Construcciones Hidráulicas

<u>DISEÑO DE CLOACAS</u>

Cálculos para la Sección Segmento de Círculo

LA SECCION SEGMENTO DE CÍRCULO

La denominada "Sección Segmento de Círculo" es aplicable al caso de Escurrimientos a Superficie Libre que puedan tener lugar dentro de una tubería (por ejemplo, desagües cloacales o drenajes).

Este tipo de sección, entonces, se refiere a la forma que adopta el líquido dentro de la tubería, cuya configuración determinará las propiedades del escurrimiento.

En la Figura 1 puede verse una sección segmento de círculo genérica, donde se definen los siguientes parámetros:

- **D** : **Diámetro <u>Interno</u>** de la conducción.
- **h** : **Tirante** (o altura del líquido) con que tiene lugar el escurrimiento.
- B_s: **Ancho Superficial**, es decir la longitud de contacto del líquido con la presión atmosférica.
- θ : ángulo que forman las aristas adonde llega el líquido con el centro de la sección circular, es decir el ángulo formado por los puntos aob.
- Ω : **Área Mojada** del escurrimiento, es decir el área encerrada al recorrer los puntos según el camino acbda.
- χ : **Perímetro Mojado** del escurrimiento, es decir el perímetro de la tubería en contacto directo con el líquido, y que queda definido por el arco adb.

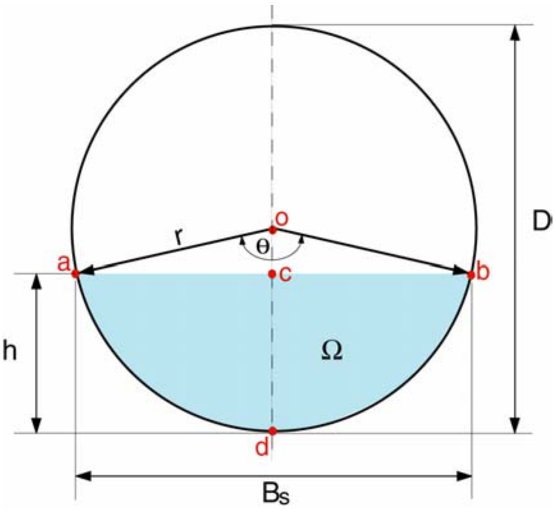

Figura 1

Parámetros de la Sección Segmento de Círculo

PARÁMETROS GEOMÉTRICOS DE LA "SECCION PARCIALMENTE LLENA"

De la Figura 1 surge que el perímetro mojado está dado por el arco χ=adb, y puede escribirse la siguiente proporción:

$$\frac{\chi}{\theta^o} = \frac{\pi . D}{360^o}$$

$$\Rightarrow \; \chi = \frac{\pi . D . \theta^o}{360^o}$$

Donde θ^o es el ángulo al centro expresado en grados. Ahora, como θ en radianes es:

$$\theta = \frac{\pi}{180^o} \theta^o$$

Entonces, el perímetro mojado expresado en radianes queda:

$$\boxed{\chi = \frac{D . \theta}{2}}$$

Ecuación 1

De la Figura 1 también puede deducirse que el área mojada se obtiene como diferencia del sector oadbo y el triángulo oab, es decir:

$$\Omega = \frac{D^2}{8} \left(\frac{\pi}{180^o} \theta^o - \operatorname{sen} \theta \right)$$

La que, expresada en radianes, queda:

$$\boxed{\Omega = \frac{D^2}{8} \left(\theta - \operatorname{sen} \theta \right)}$$

Ecuación 2

Por otro lado, conociendo el área mojada y el perímetro mojado, podemos calcular el "Radio Hidráulico", que se define como el cociente entre estos dos parámetros, es decir:

$$R = \frac{\Omega}{\chi} = \frac{\frac{D^2}{8}(\theta - \operatorname{sen}\theta)}{\frac{D\theta}{2}}$$

$$\Rightarrow \boxed{R = \frac{D}{4}\left(1 - \frac{\operatorname{sen}\theta}{\theta}\right)}$$

Ecuación 3

El ancho superficial B_S también puede deducirse fácilmente de la Figura 1. En Efecto,

$$\boxed{B_S = D.\operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

Ecuación 4

Por último, para determinar la relación entre el tirante "h" y el ángulo al centro "θ", se parte de la siguiente relación:

$$\overline{oc} = r - h = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) r$$

$$\therefore \frac{D}{2} = \frac{D}{2}\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + h$$

$$\Rightarrow \boxed{h = \frac{D}{2}\left(1 - \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)}$$

Ecuación 5

PARÁMETROS DEL ESCURRIMIENTO A SECCIÓN LLENA

Como muchas veces será necesario referirnos al caso de interés teórico denominado "Escurrimiento a Sección Llena", a continuación se determinan sus parámetros y ecuaciones, que serán indicados a partir de ahora con el subíndice "LL".

Este tipo de escurrimiento tiene lugar cuando el tirante h iguala al diámetro interno D y tiene la particularidad de que el escurrimiento todavía no es "a presión", para lo que "h" debería incrementarse (en teoría y como mínimo) en un infinitésimo. Es decir que en el intradós del caño, y únicamente en la generatriz correspondiente, reina la presión atmosférica.

Dado que el tirante coincide con el diámetro interno, en este caso se cumple que:

$$\frac{h}{D} = 1$$

$$\theta = 360° = 2\pi$$

$$B_S = 0$$

Por lo tanto, el perímetro y el área mojada serán:

$$\chi_{LL} = \pi \, . \, D$$

Ecuación 6

$$\Omega_{LL} = \frac{\pi . D^2}{4}$$

Ecuación 7

Y el "Radio Medio Hidráulico" será:

$$R_{LL} = \frac{\Omega_{LL}}{\chi_{LL}} = \frac{\cancel{\pi}.D^{\cancel{2}}}{4.\cancel{\pi}.\cancel{D}} = \frac{D}{4}$$

Ecuación 8

Además, la velocidad media del escurrimiento, según a fórmula de Manning, será:

$$U_{LL} = C.\sqrt{R_{LL}.i}$$

Siendo, "i" la pendiente longitudinal de la tubería.

Si reemplazamos "C" por el Coeficiente de Chezy $\left(C = \frac{1}{n}\sqrt[6]{R_{LL}} \right)$, tenemos:

$$U_{LL} = \frac{1}{n} R_{LL}^{1/6} R_{LL}^{1/2} \sqrt{i} = \frac{1}{n} R_{LL}^{2/3} \sqrt{i}$$

Donde "n" es un coeficiente dependiente de la rugosidad de las paredes de la conducción y que está definido para cada tipo de tubería.

Ahora, como $R_{LL} = \frac{D}{4}$, tenemos que $R_{LL}^{2/3} = 0{,}397 . D^{2/3}$, por lo que:

$$\boxed{U_{LL} = \frac{0{,}397}{n} D^{2/3} \sqrt{i}}$$

Ecuación 9

Si, por otro lado, aplicamos la ecuación de continuidad:

$$Q_{LL} = U_{LL} . \Omega_{LL} = \frac{0{,}397}{n} D^{2/3} \sqrt{i} \frac{\pi D^2}{4}$$

Por lo tanto,

$$\boxed{Q_{LL} = \frac{0{,}3117}{n} D^{8/3} \sqrt{i}}$$

Ecuación 10

RELACIONES DE LOS PARÁMETROS GEOMÉTRICOS ENTRE SECCIONES "PARCIALMENTE LLENA" Y "LLENA"

Del cociente de la *Ecuación 2* y de la *Ecuación 7* surge:

$$\frac{\Omega}{\Omega_{LL}} = \frac{4D^2 (\theta - \operatorname{sen}\theta)}{8\pi D^2}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\Omega}{\Omega_{LL}} = 0{,}1592 (\theta - \operatorname{sen}\theta)$$

Ecuación 11

Por otro lado, de la relación entre la *Ecuación 3* y la *Ecuación 8* se obtiene:

$$\frac{R}{R_{LL}} = \frac{\frac{D}{4}\left(1 - \frac{\operatorname{sen}\theta}{\theta}\right)}{\frac{D}{4}}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{R}{R_{LL}} = 1 - \frac{\operatorname{sen}\theta}{\theta}$$

Ecuación 12

Las relaciones dadas por la *Ecuación 11* y la *Ecuación 12* posibilitan el trazado del "Diagrama de Parámetros Geométricos" de la Figura 2, que posibilita la determinación de R y Ω a partir de R_{LL} y Ω_{LL}.

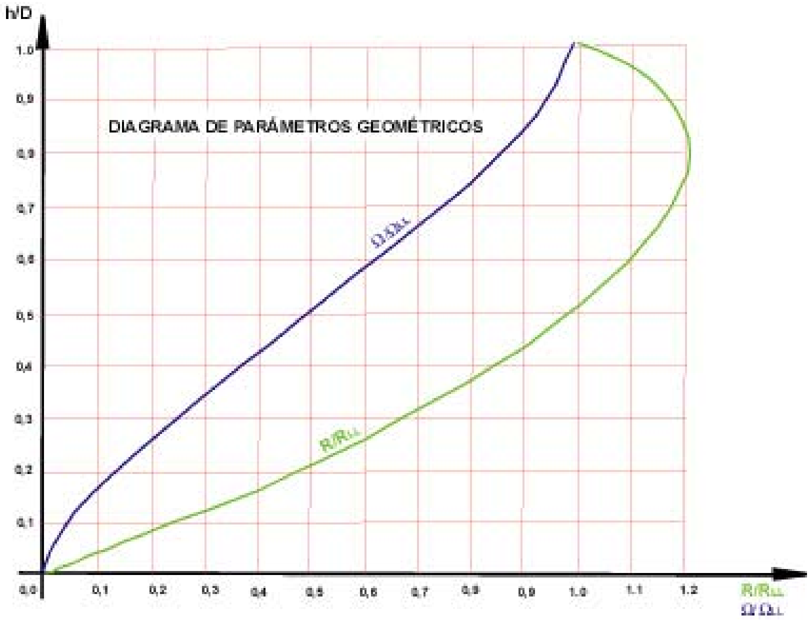

Figura 2

Diagrama de Parámetros Geométricos de la Sección Circular

CÁLCULO ANALÍTICO DE CANALES DE SECCIÓN "SEGMENTO DE CÍRCULO"

De la *Ecuación 5* se deduce que:

$$1 - 2\frac{h}{D} = \cos\frac{\theta}{2}$$

$$\Rightarrow \quad \theta = 2\arccos\left(1-2\frac{h}{D}\right)$$

Ecuación 13

Ahora, recordando la ecuación de Chezy-Manning:

$$Q = \frac{\Omega}{n} R^{2/3} \sqrt{i}$$

Y reemplazando los valores de Ω y R dados por la *Ecuación 2* y la *Ecuación 3* respectivamente, se tiene:

$$Q = \frac{\sqrt{i}}{n}\left[\frac{D^2}{8}(\theta - \operatorname{sen}\theta)\right]\left[\frac{D}{4}\left(1-\frac{\operatorname{sen}\theta}{\theta}\right)\right]^{2/3}$$

La que, operando, se convierte en:

$$\boxed{Q = \frac{\sqrt{i}\,D^{2,666}}{20,159\,n}(\theta - \operatorname{sen}\theta)\left(1-\frac{\operatorname{sen}\theta}{\theta}\right)^{0,666}}$$

Ecuación 14

Además, recordando la *Ecuación 5*, que vincula h/D con θ, se deduce que la *Ecuación 14* vincula en realidad al caudal a transportar Q con cada relación h/D.

Con las ecuaciones deducidas, entonces, se puede encarar el cálculo analítico de la sección segmento de círculo según los siguientes casos:

CÁLCULO DEL CAUDAL "Q"

Datos Necesarios:

- i = Pendiente Longitudinal
- n = Coeficiente de Manning
- D = Diámetro Interior
- h/D = relación tirante/diámetro

Procedimiento:

Se calcula θ con la *Ecuación 13* y se determina el caudal Q con la *Ecuación 14*.

CÁLCULO DEL DIÁMETRO "D"

Datos Necesarios:

- i = Pendiente
- n = Coeficiente de Manning
- Q = Caudal

Procedimiento:

El proyectista debe adoptar h/D en función de las recomendaciones generales, de la magnitud de la conducción, y de su propia experiencia (siempre teniendo en cuenta la parte correspondiente a la ventilación).

Para colectoras relativamente pequeñas, la práctica usual es adoptar, pera el caudal de diseño, la condición:

$$0{,}65 \leq h/D \leq 0{,}80$$

Entonces, con el h/D adoptado se aplica la *Ecuación 13* para calcular θ y de la *Ecuación 14* se despeja D, que resulta:

$$D = \left[\frac{20{,}159\, n\, Q}{\sqrt{i}\,(\theta - \operatorname{sen}\theta)\left(1 - \frac{\operatorname{sen}\theta}{\theta}\right)^{0{,}666}} \right]^{0{,}375}$$

Ecuación 15

CÁLCULO DE LA PENDIENTE I

Datos Necesarios:

- n = Coeficiente de Manning
- h/D = Relación tirante/diámetro
- D = diámetro interior
- Q = Caudal

Procedimiento:

Con el h/D adoptado se aplica la *Ecuación 13* para calcular θ y de la *Ecuación 14* se despeja i, que resulta:

$$i = \left[\frac{20{,}159\, n\, Q}{D^{2{,}666} \left(\theta - \operatorname{sen}\theta\right) \left(1 - \frac{\operatorname{sen}\theta}{\theta}\right)^{0{,}666}} \right]^2$$

Ecuación 16

CÁLCULO DEL TIRANTE H

Datos Necesarios:

- n = Coeficiente de Manning
- i = Pendiente
- D = Diámetro interno
- Q = Caudal

Procedimiento:

El proceso es iterativo. Se comienza por adoptar un valor de h/D y se calcula θ con la *Ecuación 13*, entonces aplicando la *Ecuación 14* se calcula Q_1. Si el valor obtenido para Q_1 no coincide con el valor de Q dato, se procede a iterar hasta obtener una coincidencia aceptable.

Una vez logrado que $Q_1 \approx Q$, entonces, se calcula h con:

$$h = \frac{h}{D} D$$