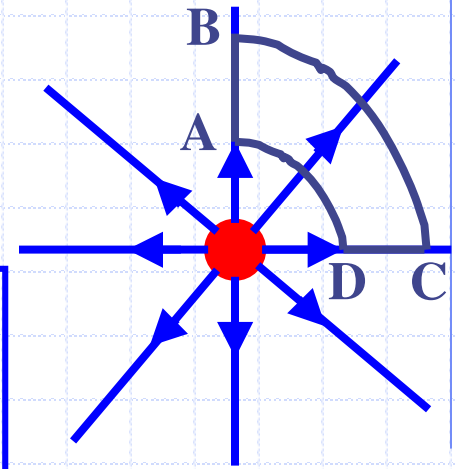


il campo elettrico è **conservativo**



$$L_{AB} = \int_A^B \vec{F} \times d\vec{r} = \int_A^B \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2} dr = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$

$$L_{BC} = L_{DA} = 0 \quad (F \perp \text{spostamento}); \quad L_{CD} = -L_{AB} \Rightarrow L_{\text{tot}} = 0$$

F è conservativa

Energia potenziale elettrostatica: è il lavoro compiuto dalle forze del campo per portare la carica q_0 immersa nel campo \mathbf{E} da un punto A ad un punto B lungo un percorso qualunque

$$L_{AB} = U_A - U_B$$

$$\Delta U = U_B - U_A = -L_{AB} = -\int_A^B \vec{F} \times d\vec{s} = -q_0 \int_A^B \vec{E} \times d\vec{s}$$

posizione di riferimento ($U_\infty = 0$)

$U(P)$ = lavoro compiuto dalle forze del campo per portare una carica di prova da P all'infinito

$$U_P - U_\infty = L_{P\infty}$$
$$U_P = L_{P\infty} = q_0 \int_P^\infty \vec{E} \times d\vec{s} = -q_0 \int_\infty^P \vec{E} \times d\vec{s}$$

$[U] = [L]$ nel S.I. si misura in J

Potenziale elettrico

$$V = \frac{U}{q_0}$$

il **potenziale** in un punto è l'energia potenziale per unità di carica

$$\Delta V = V_B - V_A = \frac{U_B}{q_0} - \frac{U_A}{q_0} = -\frac{L_{AB}}{q_0}$$

differenza di potenziale tra 2 punti

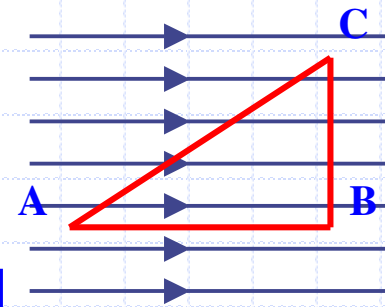
$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q_0} = -\frac{L_{AB}}{q_0} = -\int_A^B \vec{E} \times d\vec{s}$$

$$[V] = [U / q_0]$$

nel S.I. si misura in Volt, $1V = 1J / C$

$$1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ CV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

Differenza di potenziale in un campo elettrico uniforme



$$V_A - V_B = -\Delta V = \int_A^B \vec{E} \times d\vec{s} = \int_A^B E ds = E \int_A^B ds = Ed$$

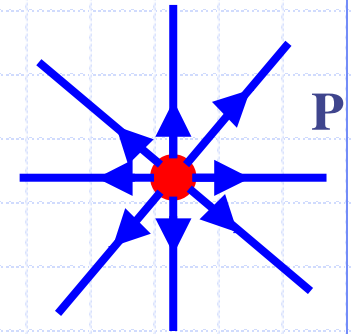
$$\overline{AB} = d$$

$$\overline{AC} = l$$

$$V_A - V_C = \int_A^C \vec{E} \times d\vec{s} = \int_A^C E \cos \theta \cdot ds = E \cos \theta \int_A^C ds = El \cos \theta = Ed$$

$V_B = V_C \rightarrow$ **superfici equipotenziali** (superfici \perp alle linee di E)

Potenziale dovuto ad una carica puntiforme



$$V_P = \frac{U_P}{q_0} = \int_P^\infty \vec{E} \times d\vec{s} = \int_P^\infty \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_P^\infty \frac{dr}{r^2} =$$
$$\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{r} \right]_P^\infty = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{1}{r_\infty} + \frac{1}{r_P} \right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_P}$$

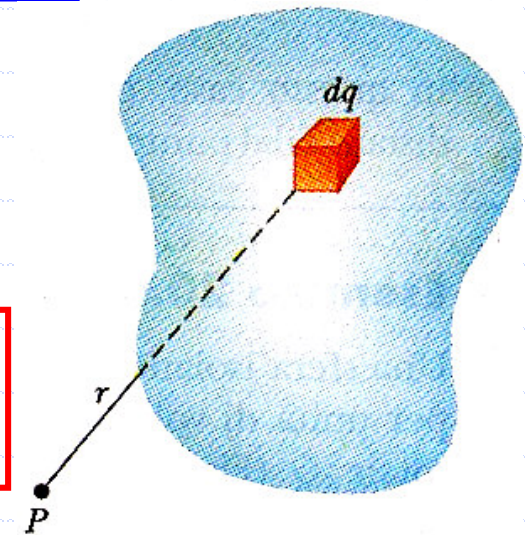
$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

per un insieme di cariche puntiformi:

$$V = \sum V_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum \frac{q_i}{r_i}$$

potenziale dovuto ad una distribuzione continua di cariche

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r} \Rightarrow V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r}$$



relazione tra campo e potenziale

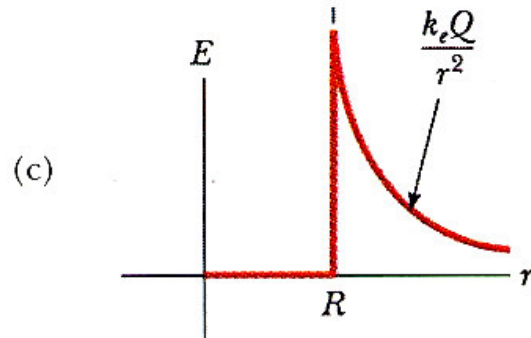
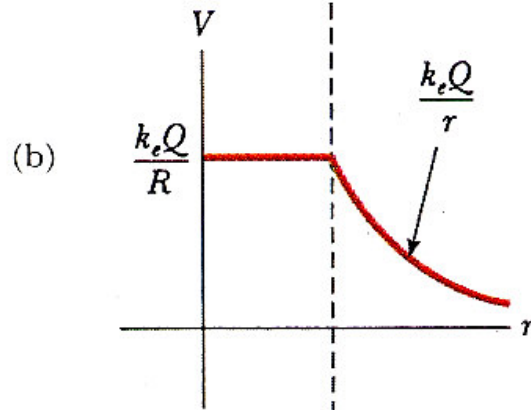
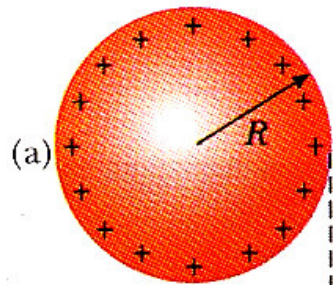
carica puntiforme

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

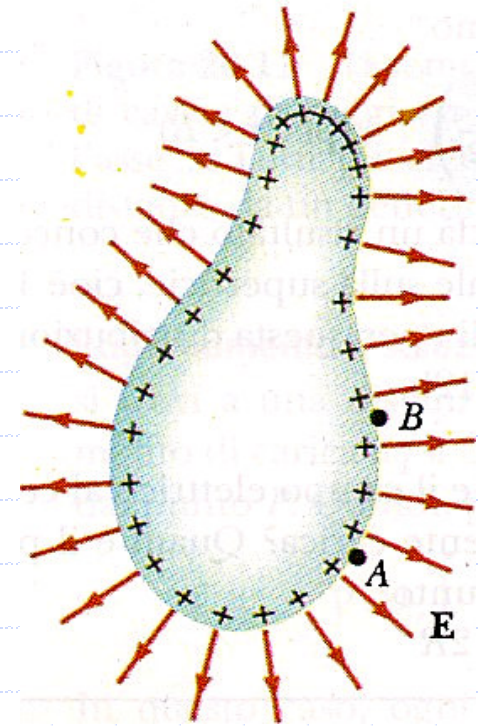
$$E = -\frac{dV}{dr}$$

$$V_P = \int_P^{\infty} \vec{E} \times d\vec{s}$$



Potenziale di un conduttore carico isolato

$$V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \times d\vec{s} = 0$$



- ✓ ogni punto della superficie del conduttore si trova allo stesso potenziale
- ✓ il potenziale all'interno del conduttore è costante (schermi elettrostatici e gabbia di Faraday)
- ✓ l'intensità di \mathbf{E} è grande nei punti che hanno un raggio di curvatura piccolo e convesso (potere delle punte)

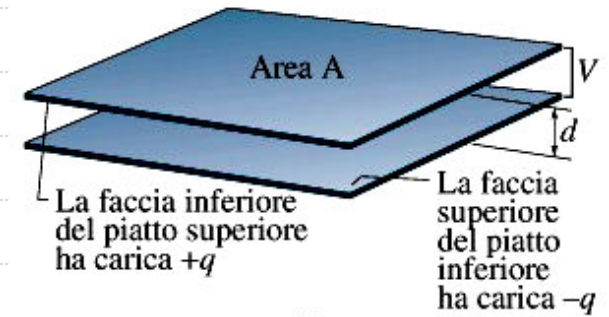
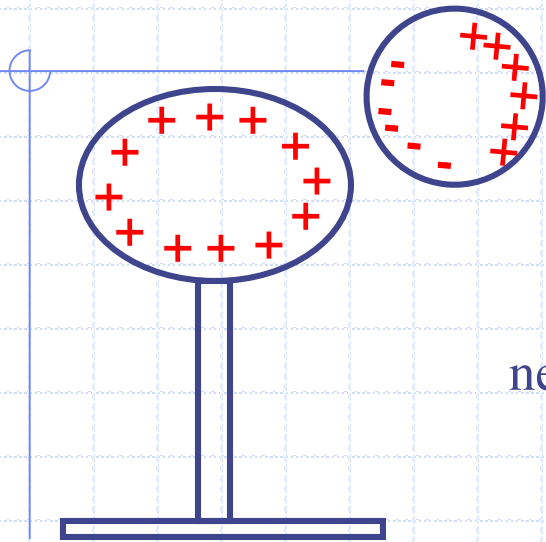
Induzione elettrostatica e condensatori

$$q = CV$$

$$[C] = [q/V]$$

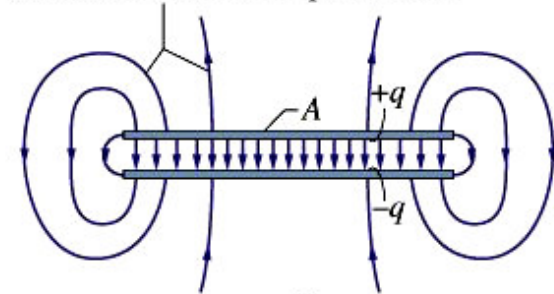
nel S.I. si misura in Farad,

$$1F = 1C/V$$



(a)

Linee di forza del campo elettrico

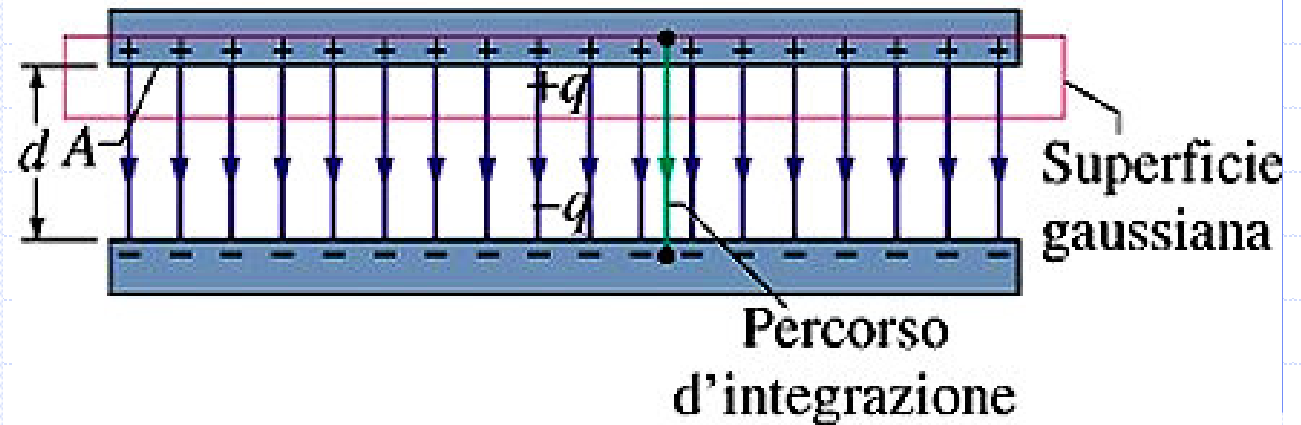


(b)

$$C = \frac{q}{V} \rightarrow C' = \frac{q}{V'} = \frac{q}{V_+ + V_- + V} > C$$

$$V' = V_+ + V_- + V < V$$

Condensatore piano



$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 S}$$

$$\Delta V = - \int_{+}^{-} \vec{E} \times d\vec{x} = \int_{-}^{+} \vec{E} \times d\vec{x} = E(x_2 - x_1) = Ed$$

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{Ed} = \frac{Q}{dQ/\epsilon_0 S} = \epsilon_0 \frac{S}{d}$$

collegamento di condensatori

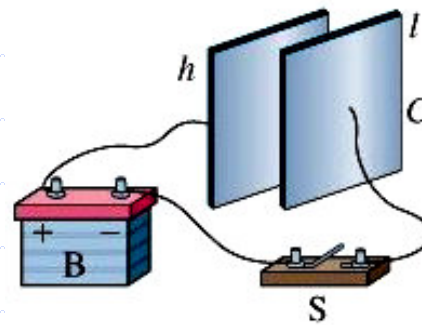
condensatori in parallelo

$$Q = q_1 + q_2 + q_3$$

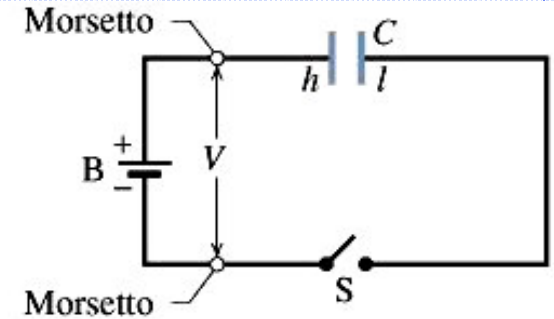
$$q_1 = C_1V; q_2 = C_2V; q_3 = C_3V$$

$$Q = V(C_1 + C_2 + C_3)$$

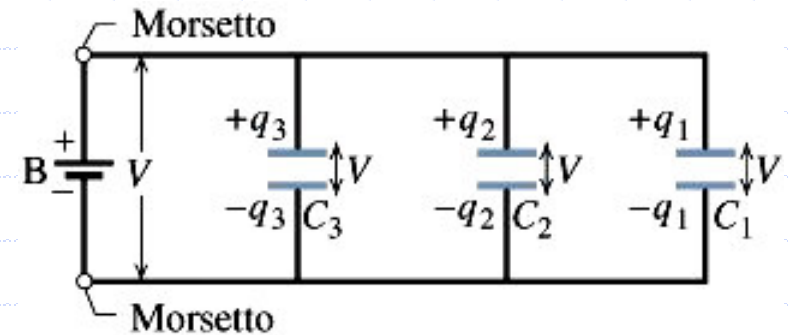
$$C_{eq} = \frac{q}{V} = C_1 + C_2 + C_3 \rightarrow C_{eq} = \sum C_i$$



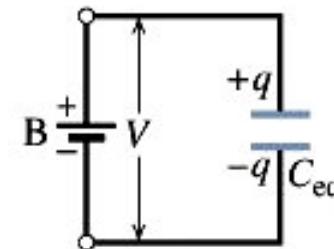
(a)



(b)



(a)



(b)

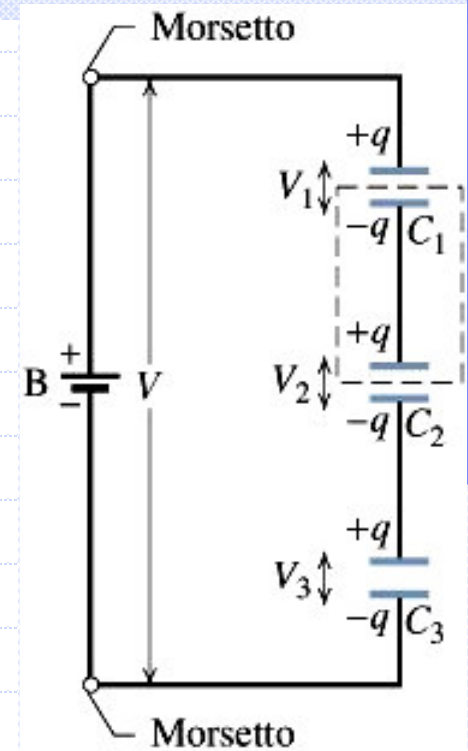
condensatori in serie

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

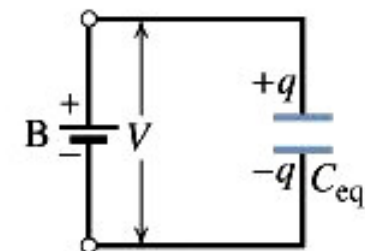
$$V_1 = \frac{q}{C_1}; V_2 = \frac{q}{C_2}; V_3 = \frac{q}{C_3}$$

$$V = q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right)$$

$$V = \frac{q}{C_{eq}} \rightarrow \frac{1}{C_{eq}} = \sum \frac{1}{C_i}$$



(a)



(b)

energia immagazzinata in un condensatore

$$dL = Vdq = dq \cdot \frac{q}{C}$$

$$L = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{Q^2}{2C} = U$$

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} Q \Delta V = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2$$

condensatore piano

$$\Delta V = Ed$$
$$C = \epsilon_0 \frac{S}{d}$$

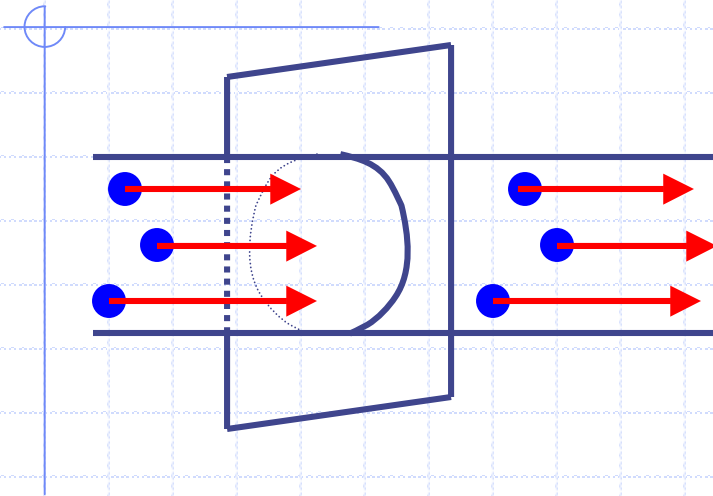
$$U = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{S}{d} E^2 d^2 = \frac{1}{2} (\epsilon_0 S d) E^2$$

$$u = \frac{U}{Sd} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

densità di energia

Correnti e circuiti

corrente: la quantità di carica che attraversa una superficie nell'unità di tempo



$$\bar{i} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$
$$i = \frac{dq}{dt}$$

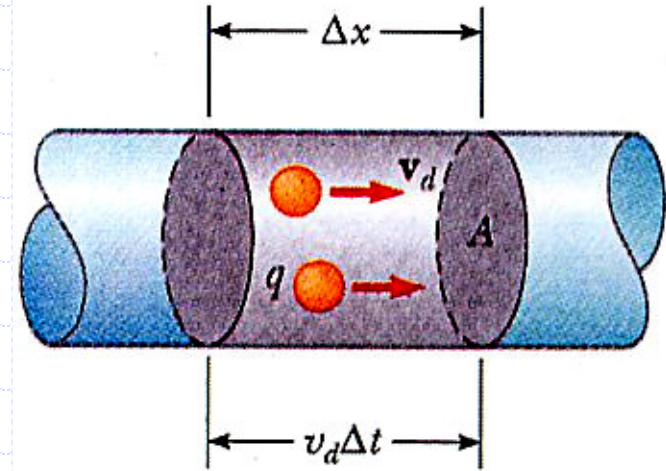
$$1 \text{ Ampere (A)} = 1 \text{ C/s}$$

per convenzione il verso positivo della corrente è quello dei portatori di carica positiva \Rightarrow il verso della corrente è opposto a quello degli elettroni

$$V = A\Delta x$$

$$N = nV = nA\Delta x$$

$n = n^\circ$ dei portatori per unità di volume



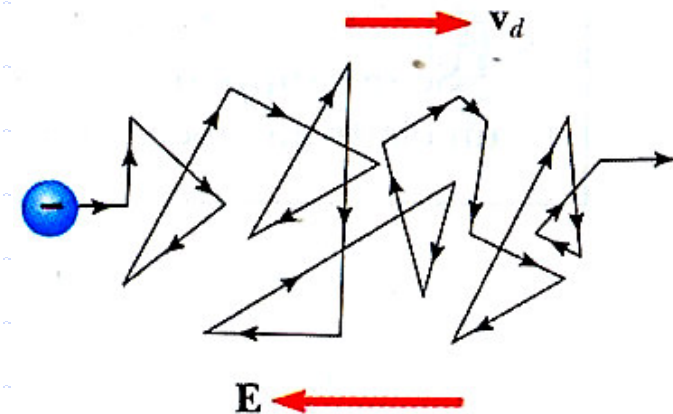
$$\Delta Q = nqA\Delta x$$

$$\Delta x = v_d \Delta t$$

$$\Delta Q = nqAv_d \Delta t$$

$$\bar{i} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = nqAv_d$$

$$v_d = \frac{i}{nqA}$$



v_d = velocità di deriva

esempio: un filo di Cu ($A = 3 \times 10^{-6} \text{ m}^2$, $d = 8.95 \text{ g/cm}^3$, peso atomico = 63.5 g/mol) è percorso da una corrente di 10 A. Trovare v_d .

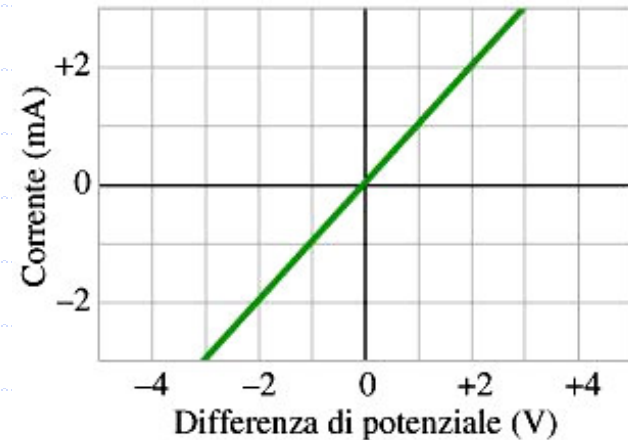
$$v_d = 2.46 \times 10^{-4} \text{ m/s}$$

I legge di Ohm



$$R = \frac{\Delta V}{i}$$

animazione



$[R] = [V/i] \rightarrow 1V/A = 1 \text{ ohm } (\Omega)$ Resistenza

II legge di Ohm

$$J = \frac{i}{A} = nqv_d \quad [J] = [I/A] \rightarrow A/m^2$$

densità di corrente = corrente per unità d'area

$$\vec{J} = nq\vec{v}_d$$
$$\vec{E} \propto \vec{v}_d \Rightarrow \vec{J} \propto \vec{E}$$

$$J = \sigma E = \frac{1}{\rho} E$$

ρ = resistività o resistenza specifica

σ = conducibilità

$$E = \frac{V}{l}$$
$$J = \frac{i}{A}$$

$$\frac{i}{A} = \frac{1}{\rho} \frac{V}{l} \rightarrow \rho = \frac{V}{i} \frac{A}{l} = R \frac{A}{l}$$

$$R = \rho \frac{l}{A} = \frac{1}{\sigma} \frac{l}{A}$$

$\rho \rightarrow \Omega m$

$\sigma \rightarrow 1/\Omega m$

dipendenza di R dalla temperatura

$$R = R(T) \leftrightarrow \rho = \rho(T)$$

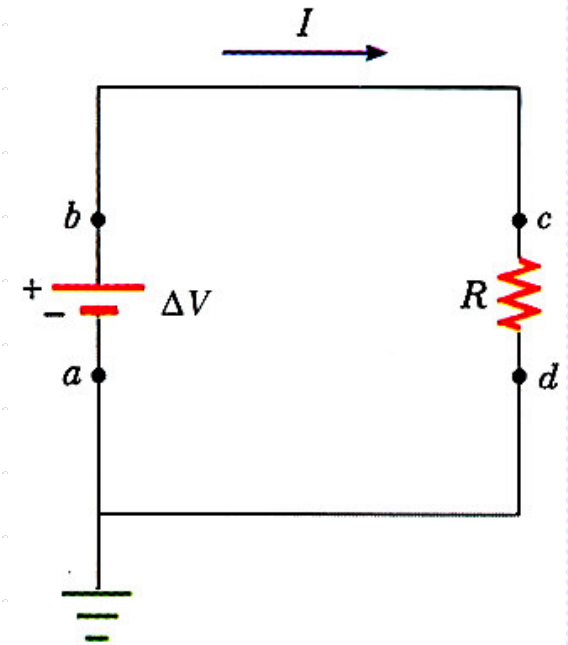
$$R = R_0 [1 + \alpha(T - T_0)]$$

Legge di Ohm e moto degli elettroni

$$dU = Vdq = Vidt = Ri^2 dt$$

$$W = \frac{dU}{dt} = i^2 R = \frac{V^2}{R}$$

effetto Joule



animazione

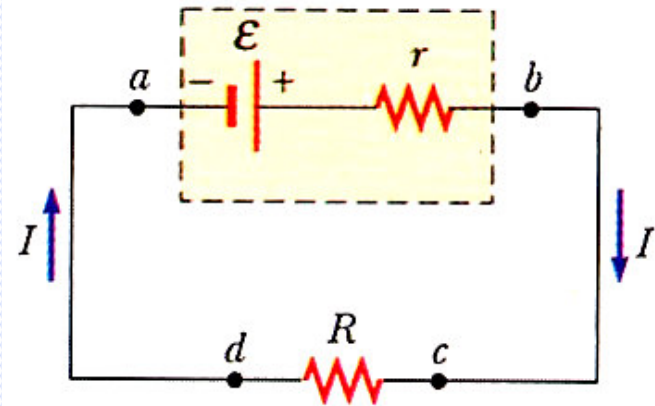
forza elettro-motrice (f.e.m.)

la **f.e.m.** è il lavoro svolto per unità di carica da una batteria o generatore di d.d.p. per far muovere gli elettroni in direzione opposta al campo all'interno del generatore. Si misura in volt

$$\Delta V = f.e.m. - ir$$

$$\Delta V = iR \Rightarrow f.e.m. = iR + ir = i(R + r)$$

$$f.e.m. = \frac{dL}{dq}$$



$$i = \frac{f.e.m.}{R + r}$$

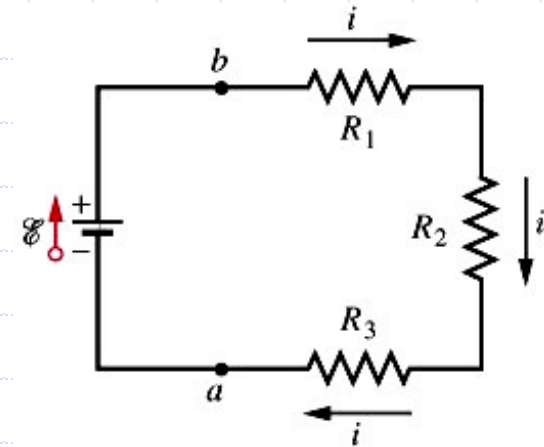
resistenze in serie

- ✓ scorre la stessa i
- ✓ $\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_3 = \text{f.e.m.}$

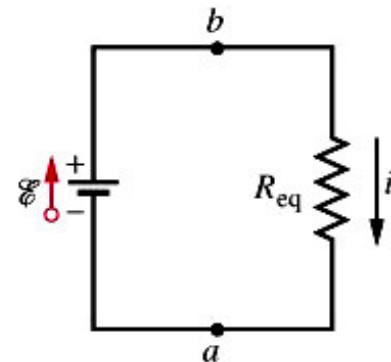
$$\Delta V = iR_1 + iR_2 + iR_3$$

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 = \sum_k R_k$$

$$i = \frac{\Delta V}{R_1 + R_2 + R_3}$$
$$i = \frac{\Delta V}{R_{eq}}$$



(a)



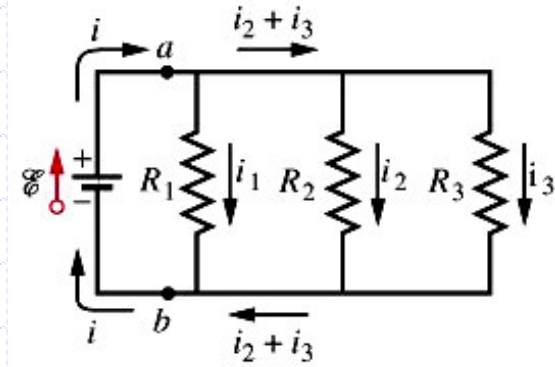
resistenze in parallelo

- ✓ la stessa d.d.p.
- ✓ $i = i_1 + i_2 + i_3$

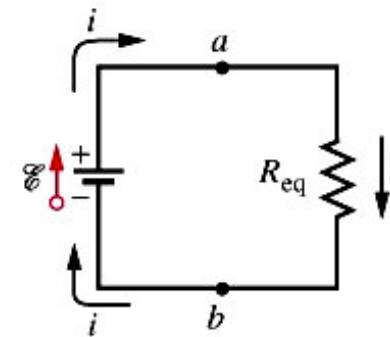
$$\Delta V = i_1 R_1 = i_2 R_2 = i_3 R_3$$

$$i = \frac{\Delta V}{R_1} + \frac{\Delta V}{R_2} + \frac{\Delta V}{R_3} = \Delta V \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

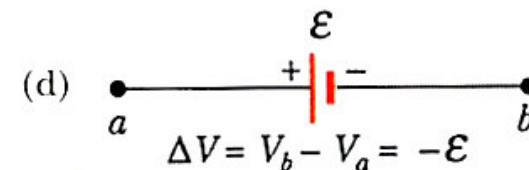
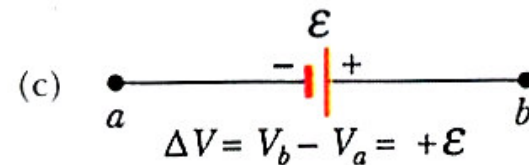
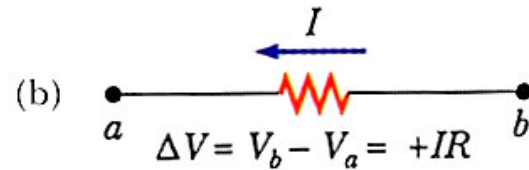
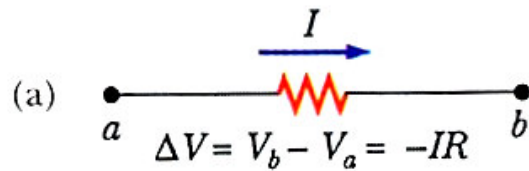
$$i = \frac{\Delta V}{R_{eq}} \Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \sum_k \frac{1}{R_k}$$



(a)



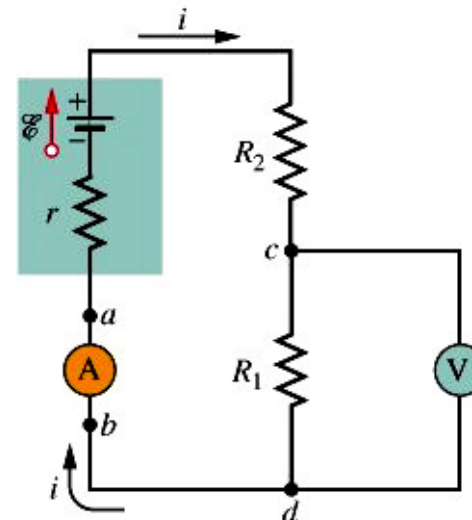
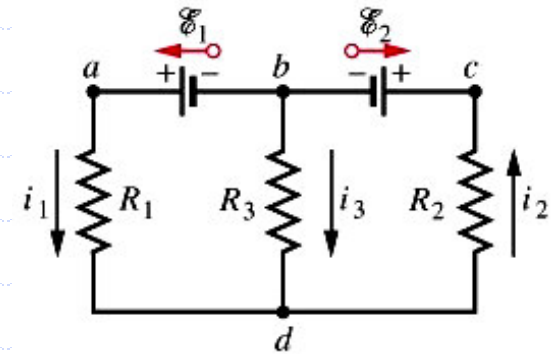
(b)



strumenti di misura per misurare
 correnti e differenze di potenziale

le leggi di Kirchhoff

- 1) la somma dei correnti che entrano in un nodo deve essere uguale alla somma delle correnti che escono (conservazione della carica)
- 2) la somma delle d.d.p. ai capi di ogni elemento all'interno di una maglia deve essere uguale a zero (conservazione dell'energia)



Amperometri e Voltmetri

carica e scarica di un condensatore

Il legge di Kirchhoff

$$\Delta V - \frac{q}{C} - iR = 0$$

valori istantanei

a $t = 0 \rightarrow q = 0$

$$\Delta V - iR = 0 \Rightarrow i = \frac{\Delta V}{R}$$

corrente iniziale

per $t = t$ di carica di $C \rightarrow i = 0$

$$\Delta V - \frac{Q}{C} = 0 \Rightarrow Q = C\Delta V$$

carica massima

$$\frac{dq}{dt} R = \Delta V - \frac{q}{C} \rightarrow \frac{dq}{dt} = \frac{\Delta V}{R} - \frac{q}{RC}$$

$$q(t) = C\Delta V(1 - e^{-t/RC})$$

$$q(t) = Q(1 - e^{-t/\tau}) \leftarrow \tau = RC; Q = C\Delta V$$

animazione

$$q(t) = Q(1 - e^{-t/\tau}) \leftarrow \tau = RC; Q = C\Delta V$$

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{\Delta V}{R} e^{-t/\tau}$$

a $t = 0 \rightarrow V = Q/C$ e $i = 0$

per $t = t'$

$$iR = \frac{q}{C} \leftarrow i = -\frac{dq}{dt}$$

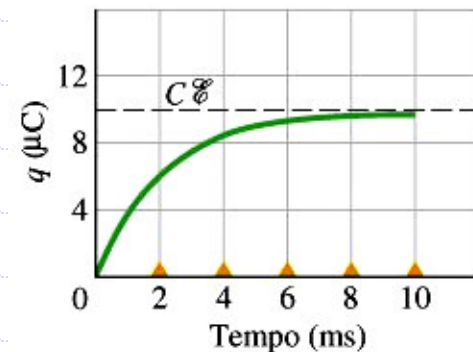
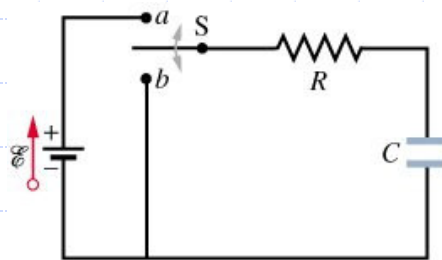
diminuzione di q sul condensatore

$$-R \frac{dq}{dt} = \frac{q}{C}$$

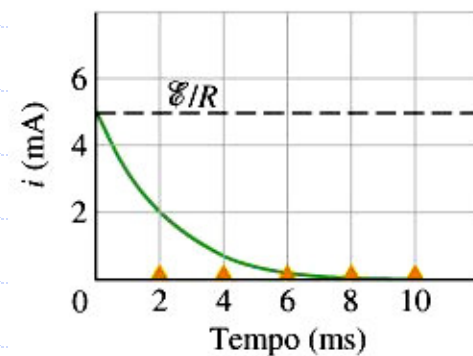
$$\frac{dq}{q} = -\frac{dt}{RC}$$

$$q(t) = Qe^{-t/\tau}$$

$$i = -\frac{dq}{dt} = i_0 e^{-t/\tau}$$



(a)



(b)