Meccanica dei Fluidi

stati di aggregazione della materia:

solidi
liquidi
gas

fluidi
assumono la forma del contenitore

densità o massa volumica $\rho = \dfrac{m}{V}$

$[\rho] = [ML^{-3}]$
kg/m^3 (S.I.)

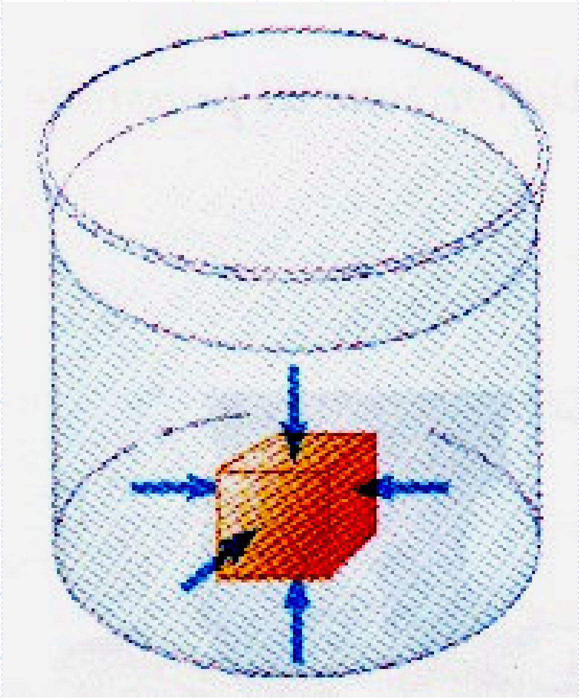
densità relativa ($T = 4°C$) $\rho_{rel} = \dfrac{\rho_x}{\rho_{H_2O}} = \dfrac{m_x / V}{m_{H_2O} / V} = \dfrac{m_x}{m_{H_2O}}$ adim.

peso specifico $p_s = \dfrac{P}{V}$

$[p_s]=[ML^{-2}T^{-2}]$ N/m^3 (S.I.)

Pressione

$$p = \frac{F_\perp}{S}$$



$[p] = [ML^{-1}T^{-2}]$

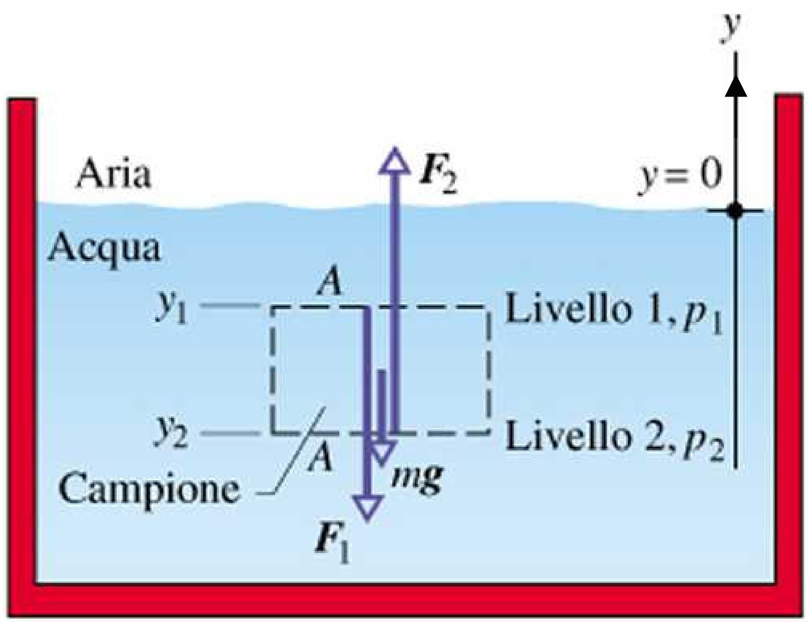
N/m^2 = Pa (S.I.)

$dyne/cm^2$ = baria (C.G.S.)

760 Torr = 760 mm Hg = 1 atm

1 Pa = 1 $N/m^2 = 10^5$ dyne / $10^4 cm^2$ = 10 barie

Legge di Stevino



(a)

fluido in equilibrio
forze di superficie (p_1A, p_2A)
forze di volume (P = mg)

$$\boxed{\begin{gathered} p_1 A + mg - p_2 A = 0 \\ (p_2 - p_1)A = mg \end{gathered}}$$

$$m = \rho V = \rho A(y_1 - y_2)$$

$$(p_2 - p_1)A = mg = \rho g A(y_1 - y_2)$$

$$p_2 - p_1 = \rho g(y_1 - y_2) = \rho g h$$

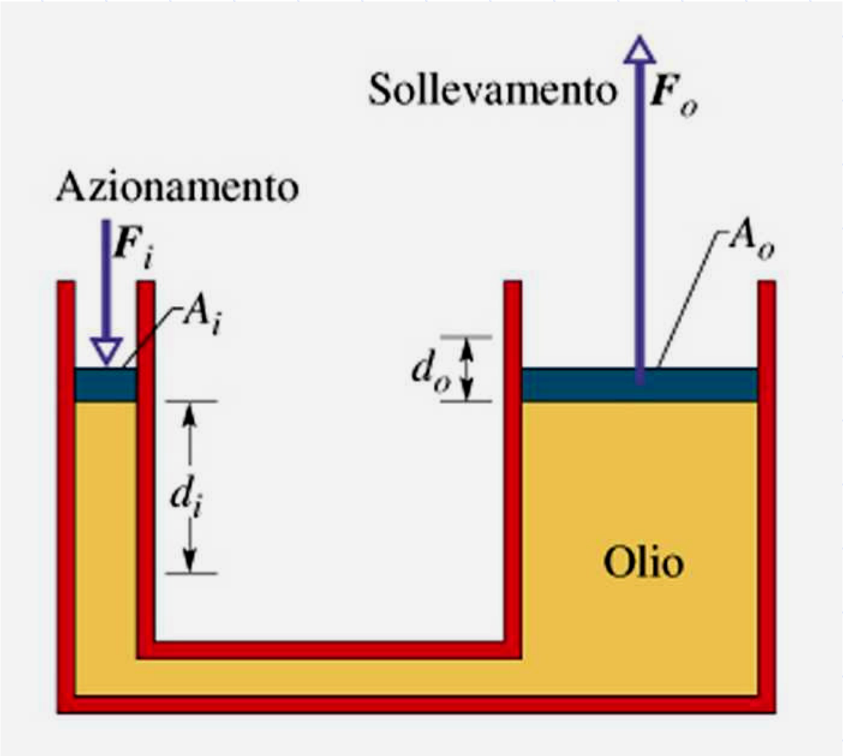
$\boxed{[\rho gh] = [ML^{-3}LT^{-2}] = [ML^{-1}T^{-2}]}$ pressione idrostatica

se $y_1 = 0 \rightarrow p_1 = p_0$ (pressione atmosferica) $\rightarrow y_2 = -h \rightarrow p_2 = p$
$p = p_0 + \rho gh$ pressione alla profondità h (non dipende dalla forma né dalla superficie)

$\boxed{\text{valida solo se } \rho = \text{cost. (liquidi incomprimibili, gas per h piccoli)}}$

Legge di Pascal

una variazione di p applicata su un liquido chiuso si trasmette integralmente in ogni punto del liquido e alle pareti del contenitore



Torchio (o leva) idraulico

$$p = \frac{F_i}{A_i} \Rightarrow F_0 = pA_0 = F_i \frac{A_0}{A_i}$$

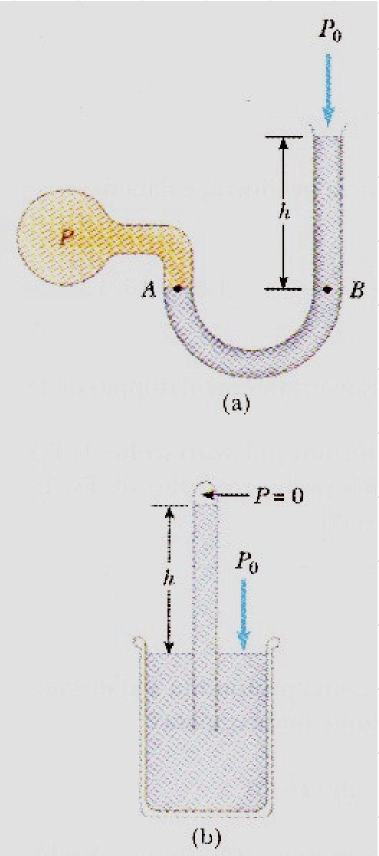
Misure di pressione

p = pressione assoluta

$p - p_0 = \rho g h$ = pressione relativa

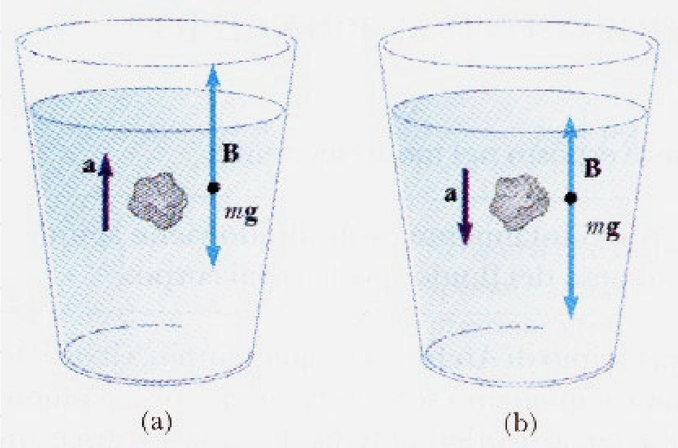
manometro a tubo aperto

barometro h(Hg)



$p_0 = 1.012 \times 10^5$ Pa = 760 mm Hg (Torr)

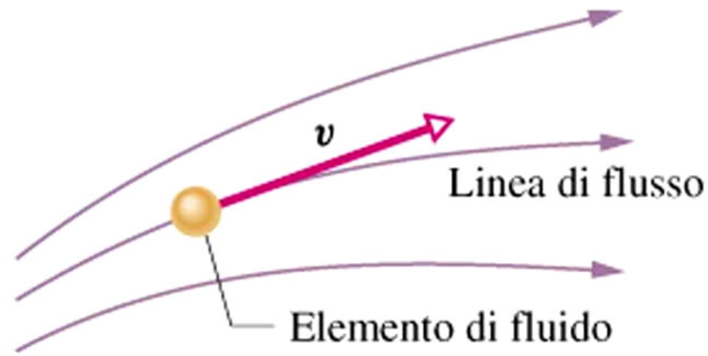
p_0 = 1 atm = 1.012×10^6 barie (1 Pa = 10 barie)



Principio di Archimede: un corpo immerso in un fluido riceve una spinta verso l'alto pari al peso del fluido spostato

P = B = Mg

Dinamica dei Fluidi

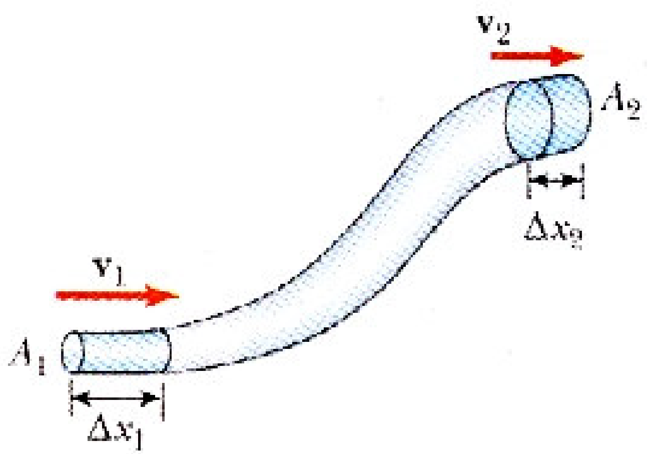


Fluido perfetto: perfettamente incomprimibile (ρ = cost.), privo di attrito (non viscoso)

Flusso stazionario:
$v(x,t)$ = cost. la velocità in ogni punto non varia nel tempo
le linee di flusso non si intersecano (cammino di una particella)

Flusso irrotazionale: $L = 0$ (L momento angolare), una ruota posta in un punto del fluido non ruota attorno al suo centro di massa

Equazione di continuità



$$\Delta x_1 = v_1 \Delta t$$

$$\Delta x_2 = v_2 \Delta t$$

$$\Delta \mathrm{m}_1 = \rho_1 \Delta \mathrm{x}_1 \mathrm{A}_1$$

$$\Delta \mathrm{m}_2 = \rho_2 \Delta \mathrm{x}_2 \mathrm{A}_2$$

$$\Delta \mathrm{m}_1 = \Delta \mathrm{m}_2$$

$$\rho_1 = \rho_2$$

$$\boxed{\mathrm{A}_1 \mathrm{v}_1 = \mathrm{A}_2 \mathrm{v}_2}$$

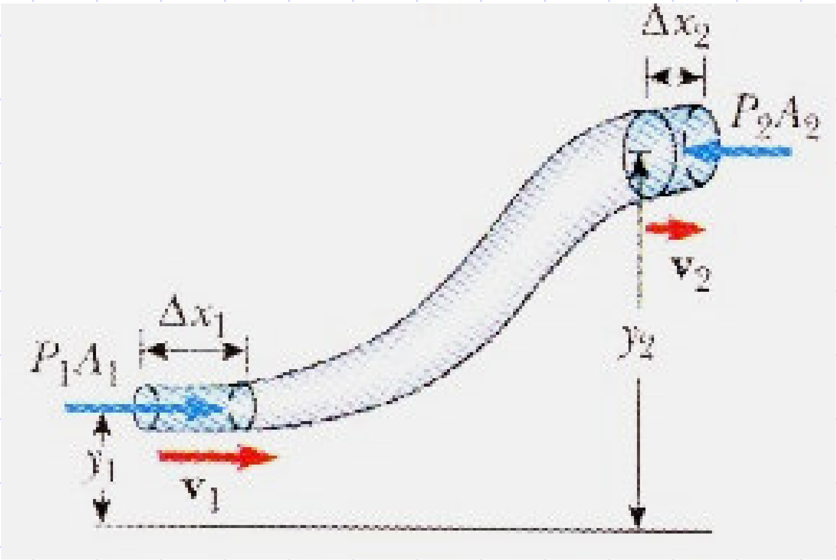
portata: quantità di fluido che attraversa la sezione A nell'unità di tempo

$$\boxed{Q = \frac{Avt}{t} = Av}$$

$[Q] = [L^3T^{-1}]$

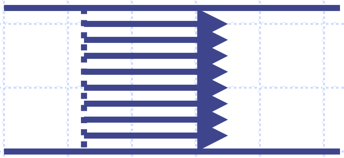
m^3/s (S.I.)

Teorema di Bernoulli



$$L_1 = p_1 A_1 \Delta x_1 = p_1 \Delta V_1$$
$$L_2 = -p_2 A_2 \Delta x_2 = -p_2 \Delta V_2$$
$$L_g = -mg(y_2 - y_1)$$

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$
$$A_1 \frac{\Delta x_1}{\Delta t} = A_2 \frac{\Delta x_2}{\Delta t}$$
$$A_1 \Delta x_1 = A_2 \Delta x_2$$



Profilo della velocità

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V = \rho A \Delta x$$
$$L_g = \rho g A_1 \Delta x_1 (y_1 - y_2)$$

$$\boxed{L_{tot} = L_1 + L_2 + L_g = \Delta K}$$

$$p_1 A_1 \Delta x_1 - p_2 A_2 \Delta x_2 + \rho g A_1 \Delta x_1 (y_1 - y_2) = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

$$p_1 A_1 \Delta x_1 - p_2 A_2 \Delta x_2 + \rho g A_1 \Delta x_1 (y_1 - y_2) = \frac{1}{2} \rho A_1 \Delta x_1 \left(v_2^2 - v_1^2\right)$$

$$p_1 - p_2 + \rho g (y_1 - y_2) = \frac{1}{2} \rho \left(v_2^2 - v_1^2\right)$$

$$p_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

$$\boxed{p + \rho g y + \frac{1}{2} \rho v^2 = \cos t}$$

teorema di conservazione
dell'energia in fluidodinamica

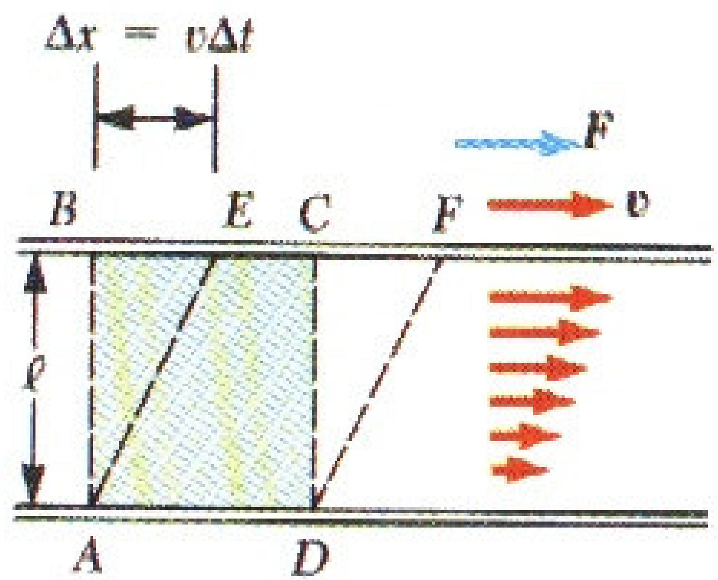
esempio: arteria

ipotesi: $\Delta h = 0$

$$\boxed{\begin{array}{l} p + \frac{1}{2} \rho v^2 = \cos t \\ Av = \cos t \end{array}}$$

aumentando A diminuisce v e aumenta p

Fluidi reali e viscosità



$\frac{F}{S}$ sforzo di taglio

$\frac{\Delta x}{L}$ deformazione relativa

$$\frac{\Delta x}{\Delta t \cdot L} = \frac{v}{L}$$

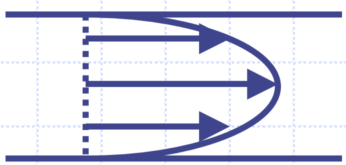
velocità di deformazione relativa

$$\boxed{\eta = \frac{F/s}{v/L} = \frac{FL}{vS}}$$

coefficiente di viscosità

$[\eta] = [ML^{-1}T^{-1}]$

Ns/m^2 (S.I.); poise (C.G.S.)



regime laminare

$$\boxed{Q = \frac{\Delta p}{8\eta l}\pi r^4}$$

Legge di Poiseuille