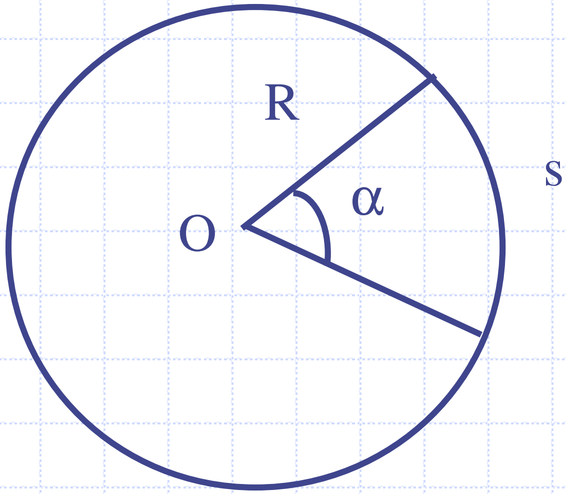
Moto circolare uniforme e moto armonico

Richiami di Trigonometria



Se s = R ⇒ α = 1 rad

$$\boxed{\alpha = \frac{s}{R}}$$

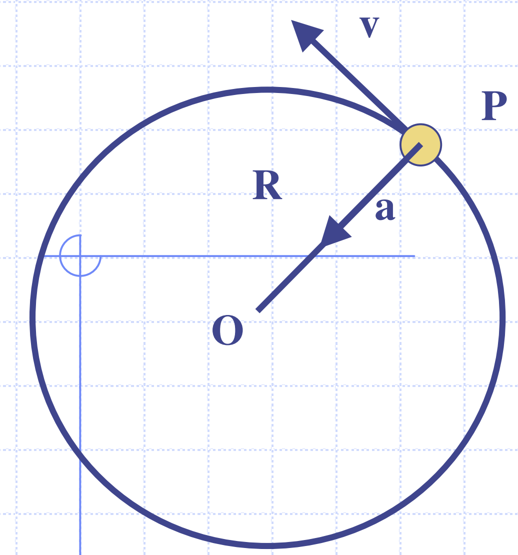
$\alpha°$	α^{rad}
360	2π
180	π
90	$\pi/2$
60	$\pi/3$
45	$\pi/4$
30	$\pi/6$

$$\alpha = 360° \Rightarrow s = 2\pi R \rightarrow \alpha = \frac{2\pi R}{R} = 2\pi \text{ rad}$$

$$\alpha = 180° \Rightarrow s = \frac{2\pi R}{2} = \pi R \rightarrow \alpha = \frac{\pi R}{R} = \pi \text{ rad}$$

$$\boxed{360° : 2\pi = \alpha° : \alpha^{rad}}$$

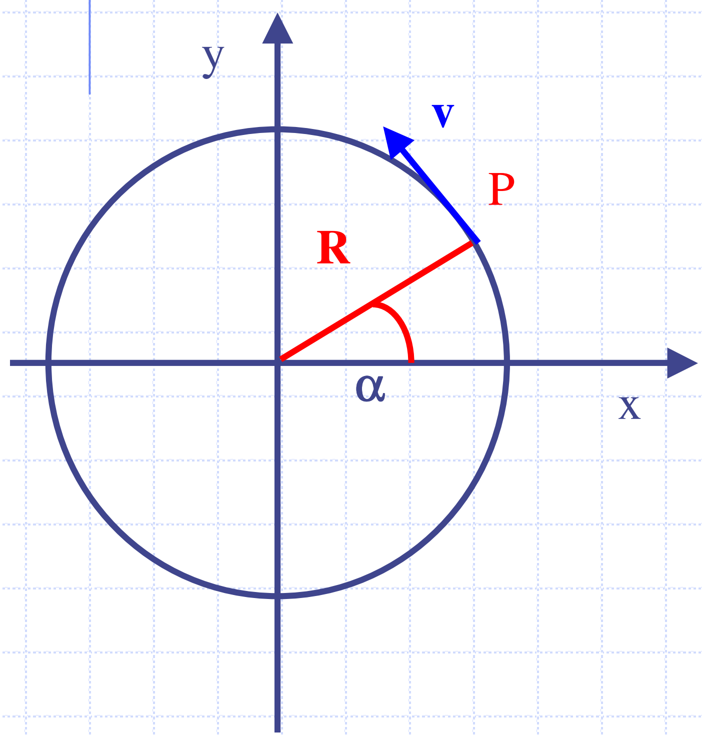
Moto circolare uniforme



moto del punto materiale P lungo la circonferenza C percorrendo archi uguali in tempi uguali.
moto periodico con |v|=cost, $a_t = 0$.

velocità angolare: l'angolo, espresso in radianti descritto dal raggio vettore **R** nell'unità di tempo

$\boldsymbol{\omega = \alpha/t}$ rad/sec



$$\omega = \frac{\alpha}{t}$$

$$\alpha = \frac{s}{R}$$

essendo s = vt l'arco di circonferenza percorso nell'unità di tempo, sostituendo si ottiene:

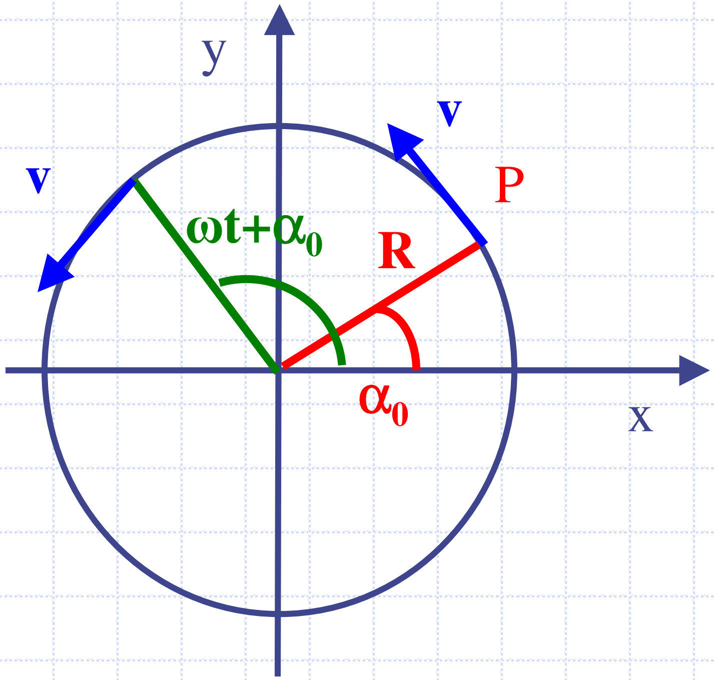
$$\boxed{\omega = \frac{\mathrm{v}}{R}}$$

Periodo (sec): tempo impiegato per percorrere un giro completo

$$T = \frac{2\pi R}{\mathrm{v}} = \frac{2\pi}{\omega}$$

Frequenza (1/sec = hertz)

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$



P(t=0)

$$\begin{aligned} x &= R\cos\alpha_0 \\ y &= R\sin\alpha_0 \end{aligned}$$

P(t)

$$\begin{aligned} x &= R\cos(\omega t + \alpha_0) \\ y &= R\sin(\omega t + \alpha_0) \end{aligned} \quad [1]$$

Derivando l'equazione [1] rispetto al tempo si ottengono le componenti del vettore velocità **v** al generico istante t:

$$\boxed{\begin{aligned} \mathrm{v}_x &= \frac{dx}{dt} = -R\omega\sin(\omega t + \alpha_0) \\ \mathrm{v}_y &= \frac{dy}{dt} = R\omega\cos(\omega t + \alpha_0) \end{aligned}} \quad [2]$$

$$\mathrm{v} = \sqrt{\mathrm{v}_x^2 + \mathrm{v}_y^2} = \sqrt{R^2\omega^2\sin^2(\omega t + \alpha_0) + R^2\omega^2\cos^2(\omega t + \alpha_0)} = \omega R$$

Derivando l'equazione [2] rispetto al tempo si ottengono le componenti del vettore accelerazione **a** al generico istante t:

$$\boxed{\begin{aligned} a_x &= \frac{d\mathrm{v}_x}{dt} = -R\omega^2\cos(\omega t + \alpha_0) = -\omega^2 x \\ a_y &= \frac{d\mathrm{v}_y}{dt} = -R\omega^2\sin(\omega t + \alpha_0) = -\omega^2 y \end{aligned}}$$

$$a_c = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{R^2\omega^4\sin^2(\omega t + \alpha_0) + R^2\omega^4\cos^2(\omega t + \alpha_0)} = \omega^2 R$$

Riepilogando

$$T = \frac{2\pi R}{\mathrm{v}} = \frac{2\pi}{\omega}$$

periodo

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

frequenza

P(t)

$$x = R\cos(\omega t + \alpha_0)$$
$$y = R\sin(\omega t + \alpha_0)$$

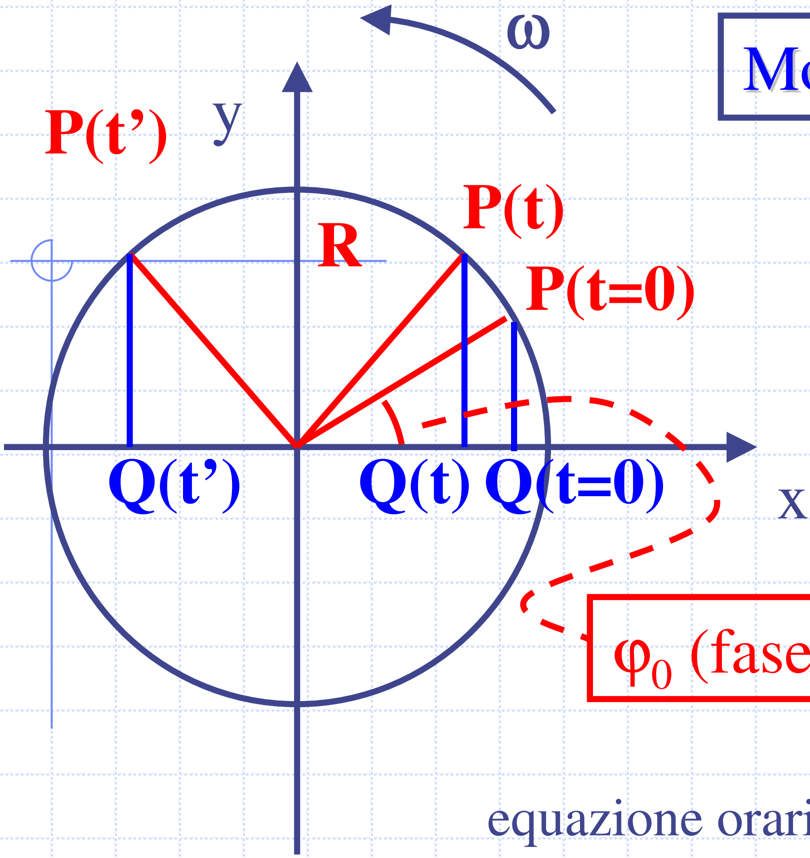
$$\mathrm{v} = \omega R$$

velocità lineare

$$a_c = \omega^2 R = \frac{\mathrm{v}^2}{R}$$

accelerazione centripeta

Moto armonico semplice



Il moto di Q è la proiezione sull'asse delle ascisse del moto circolare di P lungo la circonferenza C di raggio R

φ_0 (fase iniziale)

fase

equazione oraria del moto $\boxed{x = A\cos(\omega t + \varphi_0)}$

pulsazione

ampiezza

$\boxed{R = A}$

$$\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega}}$$

periodo

$$\boxed{\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}}$$

frequenza

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$\mathrm{v} = \frac{dx}{dt} = -\omega A\sin(\omega t + \varphi_0)$$

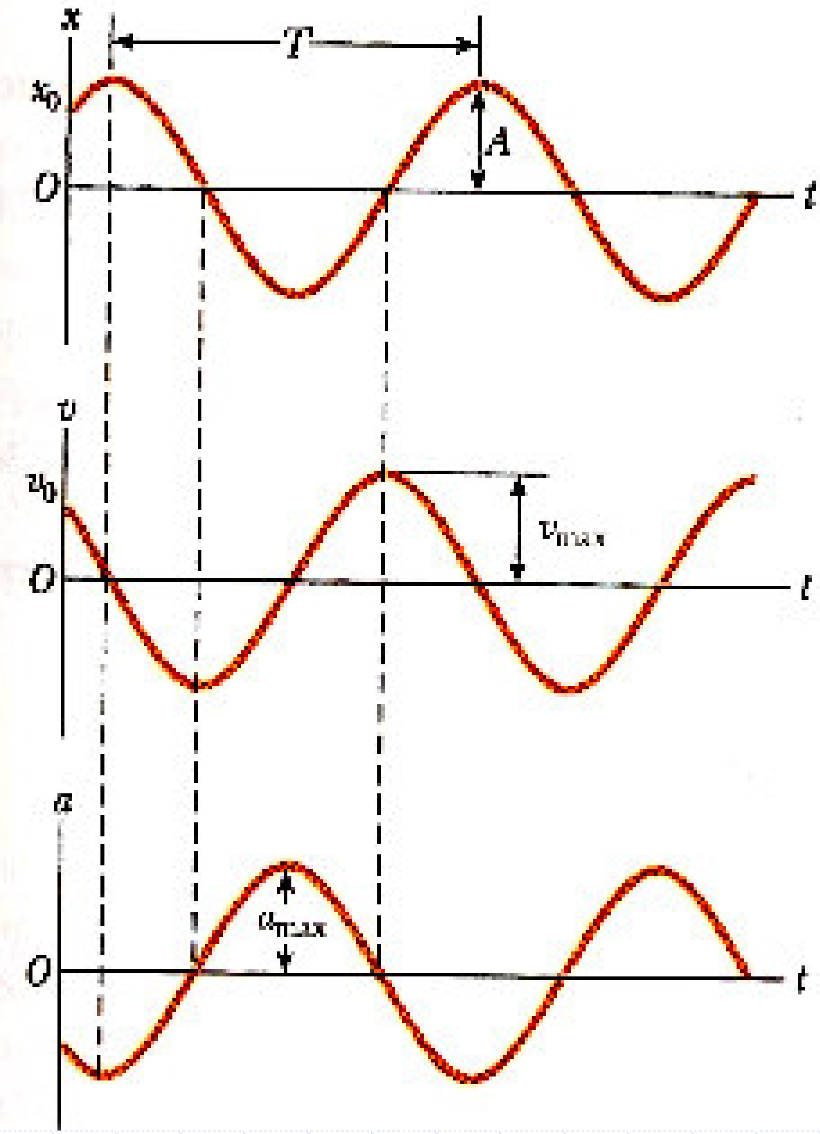
$$a = \frac{d\mathrm{v}}{dt} = -\omega^2 A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$a = -\omega^2 x$$

$$x_{max} = A$$

$$\mathrm{v}_{max} = \omega A$$

$$a_{max} = \omega^2 A$$



Esempi: pendolo semplice e sistema massa-molla

animazione