

7. 向量

7.1 向量的概念及應用（第四以上學習階段）

7.1.1 向量的概念

7.1.2 向量的應用

7.1.1 向量的概念

既有大小又有方向的量稱為向量。你能在生活中舉出向量的應用嗎？

以下為一些生活中常用的量度：

1. 物質質量是 150 kg。
2. 傑克身高 175 cm。
3. 陸地面積為 96 000 000 km²。
4. 小船向西北方向航行了 15 km。

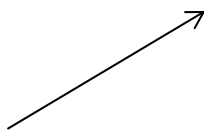
這四個例子可以分為兩類：

例 1、2、3 只需一個實數來表示；

例 4 中，除了一個實數，還有方向。

向量的記法

向量可用一條帶有方向的線段來表示，而線段的長度表示量的大小，箭頭所指的方向就是向量的方向。



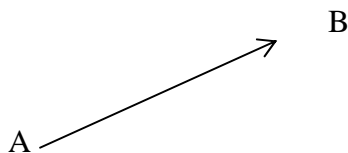
向量也可用以下兩種方法表達：

- A. 以 \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} 、……等表示向量

向量 \vec{a} 的大小，記作 $|\vec{a}|$ 。

- B. 以有向線段表示向量。有向線段的起點和終點皆以字母表示。起點寫在前面，終點寫在後面。

例如： \overrightarrow{AB} 代表由 A 至 B 的向量



向量 \overrightarrow{AB} 的大小，記作 $|\overrightarrow{AB}|$ 。

大小為 0 的向量稱為零向量，記作 $\vec{0}$ 。

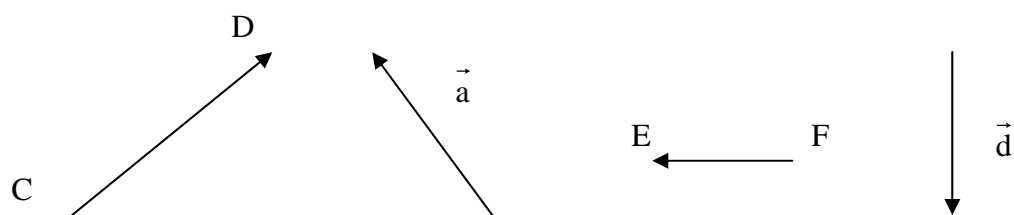
大小等於一個單位的向量稱為單位向量。





例 1

寫出以下向量。

 答案 \overrightarrow{CD} \vec{a} \overrightarrow{FE} \vec{d}

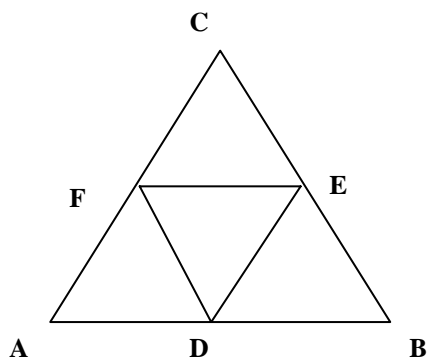
相等向量

相等向量：大小相等及方向相同的向量。

如向量 \vec{a} 與向量 \vec{b} 是相等向量，我們記作 $\vec{a} = \vec{b}$ 。

例 2

1. D、E、F 分別是 $\triangle ABC$ 各邊的中點，寫出圖中與 \overrightarrow{DE} 、 \overrightarrow{EF} 、 \overrightarrow{FD} 相等的向量。



答案

$$\begin{aligned}\overrightarrow{DE} &= \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{FC} \\ \overrightarrow{EF} &= \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DA} \\ \overrightarrow{FD} &= \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{EB}\end{aligned}$$

習題 7.1A

7.1.2 向量的應用

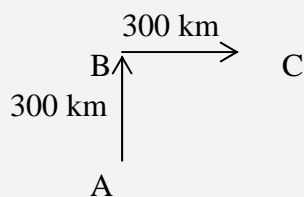
例 1

一架飛機由 A 地向北飛行 300 km，到達 B 地，然後改變方向向東飛，飛行 300 km 後到達 C 地。

1. 繪畫出飛機的路程。
2. 求出 A 地與 C 地的距離。（準確至 3 位有效數字）
3. 求由 A 地測得 C 地的方位。

答案

1.



2.

$$\begin{aligned} \angle ABC &= 90^\circ \\ \text{根據畢氏定理,} \\ AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\ &= (300^2 + 300^2) \text{ km}^2 \\ \therefore AC &= 424 \text{ km} \end{aligned}$$

3.

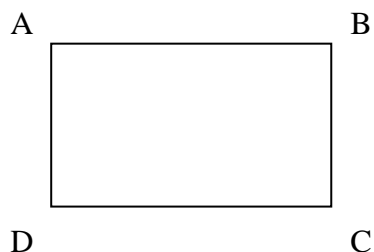
$$\begin{aligned} AB &= BC \\ \therefore \angle BAC &= 45^\circ \\ \text{由 A 地測得 C 地的方位} &= \text{N}45^\circ\text{E}。 \end{aligned}$$

習題 7.1B



習題 7.1A

1. 下圖為一長方形 ABCD, 寫出圖中與 \overrightarrow{AB} 及 \overrightarrow{BC} 相等的向量。

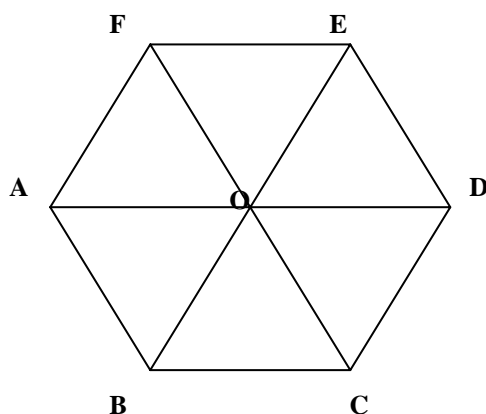


答案

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$$

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$$

2. 設 O 是正六邊形 ABCDEF 的中心, 分別寫出圖中與向量 \overrightarrow{OA} 、 \overrightarrow{OB} 、 \overrightarrow{OC} 相等的向量。



答案

$$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{DO}$$

$$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{FA} = \overrightarrow{EO}$$

$$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{FO}$$

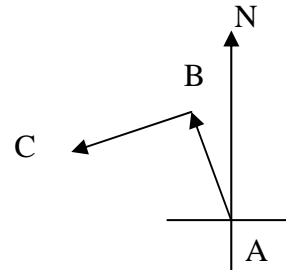




習題 7.1B

飛機從 A 地按 $N15^\circ W$ 的方向飛行 1400 km 到達 B 地, 從 B 地按 $S75^\circ W$ 的方向飛行 1400 km 到達 C 地。

1. 求 A 地與 C 地的距離 (準確至 3 位有效數字)。
2. 求由 A 地測得 C 地的方位。



 答案

1.

$$\angle ABC = 90^\circ$$

$$AB = BC = 1400 \text{ km}$$

根據畢氏定理,

$$\begin{aligned} AC &= \sqrt{AB^2 + BC^2} \\ &= \sqrt{1400^2 + 1400^2} \text{ km} \\ &= 1980 \text{ km} \end{aligned}$$

2.

$$\because AB = BC$$

$$\therefore \angle BAC = 45^\circ$$

$$\angle NAB = 15^\circ$$

$$\angle NAC = 45^\circ + 15^\circ = 60^\circ$$

由 A 地測得 C 地的方位為 $N60^\circ W$ 。

