

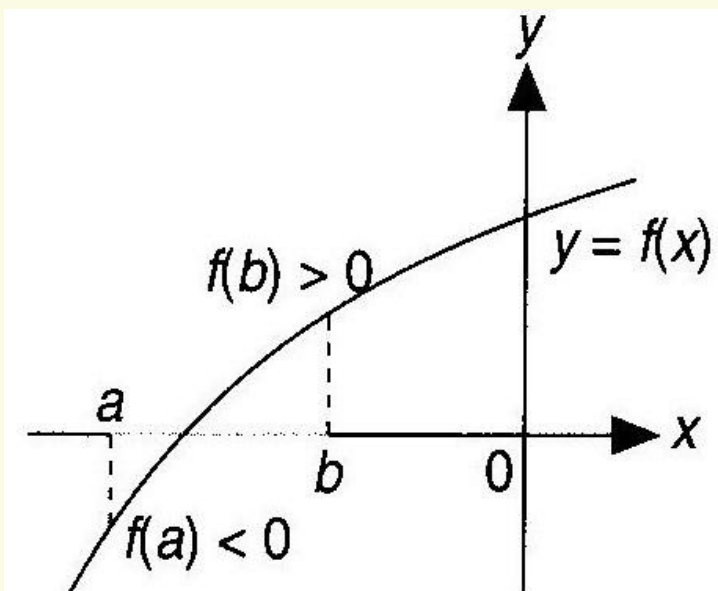
# 分半方法的基本概念

步驟一：找出根所在的區間(*Interval*)

步驟二：把包含根的區間的闊度不繼減半

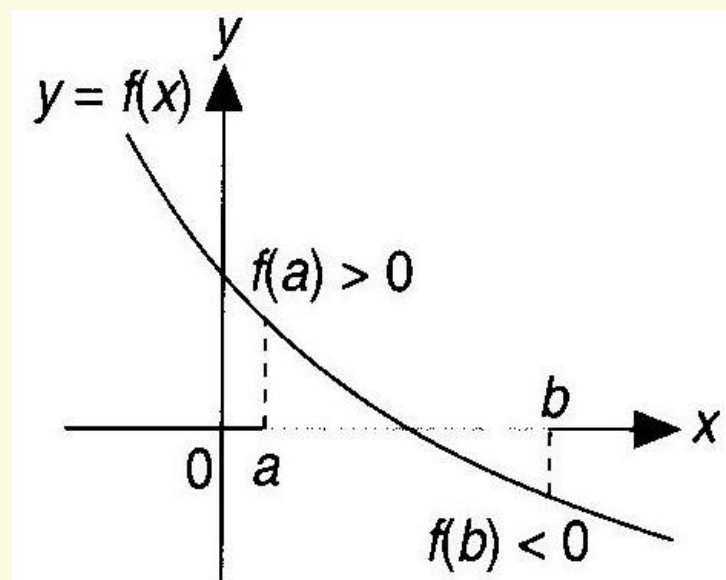
## 結論： $f(a)$ 及 $f(b)$ 有**不同的正負號**

$$f(a) < 0 \text{ 及 } f(b) > 0$$



在  $a$  與  $b$  之間，有一個  $f(x) = 0$  的根。

$$f(a) > 0 \text{ 及 } f(b) < 0$$



在  $a$  與  $b$  之間，有一個  $f(x) = 0$  的根。

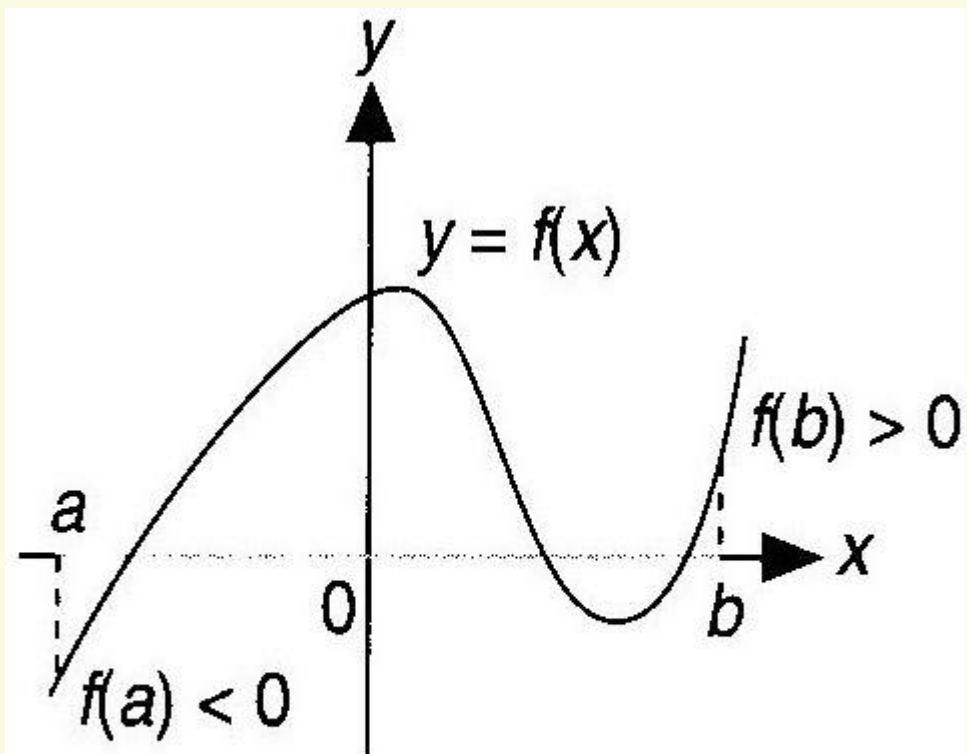
# 根的位置!



$x = a$  及  $x = b$  的**值有不同的正負號**

而  $a$  及  $b$  為根的左右數值

最少有一根(可多於一個)



在  $a$  與  $b$  之間，有三個  $f(x) = 0$  的根。

## 例題：

- (a) 證明於 1.5 及 2 之間  
 $x^3 + 2x - 9 = 0$  有一根。

Show that there is a root lies  
between 1.5 and 2, for  
 $x^3 + 2x - 9 = 0$

- (b) 用分半方法求(a)的根, 答案準確  
至三個有效數字。

Use the method of bisection to  
find the root in (a) correct to 3  
significant figures.

解：

(a) 設  $f(x) = x^3 + 2x - 9$ 。

$$f(1.5) = -2.625 < 0 ,$$

$$f(2) = 3 > 0。$$

在 1.5 及 2 之間最少有一根  $x_0$ 。

(b) 利用分半方法，我們作出下表：

包含根 $x_0$ 的區間 $x_1 < x_0 < x_2$	中間值 $x_m = \frac{x_1 + x_2}{2}$	$f(x_1)$	$f(x_m)$	$f(x_2)$
$1.5 < x_0 < 2$	1.75	-	-	+
$1.75 < x_0 < 2$	1.875	-		+

將(a)的結果填入表內

計算中間值

將中間值代入 $f(x)$ 內

以+、-號重設區間

再計算新區間的中間值

如此類推

直至答案出現